

## Es. u.6 (CAP. 11)

Una compagnia aerea vola su una sola rotta: Milano-Napoli. La domanda per ogni volo è  $Q = 500 - P$ . Il costo di ogni volo per la compagnia è €30'000 più €100 per passeggero.

- a) Qual è il prezzo che la compagnia applicherà per massimizzare il profitto? Quanti passeggeri ci saranno su ogni volo? Qual è il profitto della compagnia per ciascun volo?

$$\max \pi \Rightarrow R' = C'$$

$$Q = 500 - P \Rightarrow P = 500 - Q$$

$$RT = P \cdot Q = (500 - Q)Q = 500Q - Q^2$$

$$R' = 500 - 2Q$$

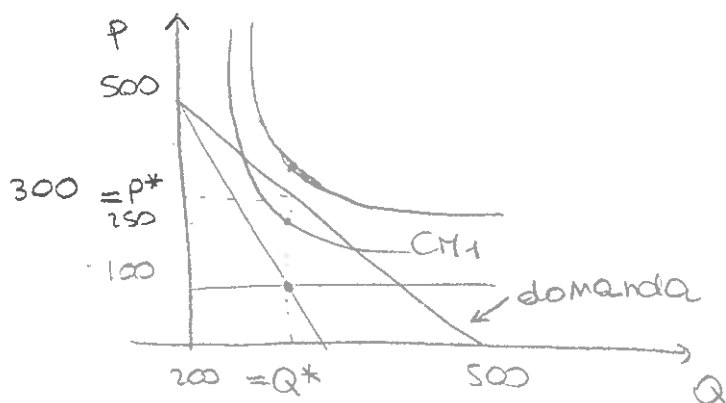
$$CT = 30'000 + 100Q \Rightarrow C' = 100$$

$$R' = C' \Rightarrow 500 - 2Q = 100 \Rightarrow 2Q = 400 \Rightarrow Q = 200 \text{ persone per volo}$$

$$Q = 200 \Rightarrow P = 500 - 200 = 300 \text{ € per biglietto}$$

$$\pi = RT - CT = P \cdot Q - (30'000 + 100Q) = 300 \cdot 200 - (30'000 + 100 \cdot 200) = 10'000 \text{ € per volo.}$$

- b) La compagnia apprende che i costi fissi per volo sono in realtà €41'000 invece di €30'000. Rimarrà in affari ancora a lungo? Illustrate la vostra risposta utilizzando un grafico della curva di domanda che la compagnia affronta, della curva del costo medio quando i costi fissi sono €30'000 e della curva del costo medio quando i costi fissi sono €41'000.



$$CH_1 = \frac{CT_1}{Q} = \frac{30'000 + 100Q}{Q} = \frac{30'000}{Q} + 100$$

$$\frac{Q}{200} \left| \frac{30'000}{200} + 100 = \frac{400}{250} \right.$$

$$CH_2 = \frac{CT_2}{Q} = \frac{41'000}{Q} + 100$$

$$\frac{Q}{200} \left| \frac{41'000}{200} + 100 = 305 \right.$$

Se  $CF \uparrow \Rightarrow$  non cambierò la quantità e il prezzo che massimizzano il profitto.

Il profitto però sarà di:

$$\begin{aligned}\pi &= R - C = 200 \cdot 300 - (41'000 + 100 \cdot 200) = \\ &= -1000 \text{€}\end{aligned}$$

$\Rightarrow$  la compagnia perderà 1000€ su ciascun volo.

Essa non chiuderà immediatamente perché in questo modo avrebbe una perdita di € 41'000 (i costi fissi). Se le condizioni non migliorano la compagnia dovrebbe chiudere non appena è in grado di recuperare i costi fissi (vendendo i suoi aerei e altre attività fisse).

c) Un momento! La compagnia rileva che due diversi tipi di persone viaggiano in aereo a Napoli. Il tipo A consiste di uomini d'affari con domande  $Q_A = 260 - 0.4 P$ . Il tipo B consiste di studenti la cui domanda totale è  $Q_B = 240 - 0.6 P$ . Poiché gli studenti si possono facilmente isolare, la compagnia decide di applicare loro dei prezzi diversi. Rappresentate graficamente ognuna di queste curve di domande e la loro somma in orizzontale. Quale prezzo applica la compagnia agli studenti? Quale prezzo applica agli altri clienti? Quanti passeggeri di ciascun tipo ci sono su ogni volo?

$$Q_A = 260 - 0.4 P \Rightarrow 0.4 P = 260 - Q_A \Rightarrow P_A = 650 - 2.5 Q_A$$

$$Q_B = 240 - 0.6 P \Rightarrow 0.6 P = 240 - Q_B \Rightarrow P_B = 400 - 1.667 Q_B$$

per A

$$R'_A = C'$$

$$R_A = P_A Q_A = (650 - 2.5 Q_A) Q_A = 650 Q_A - 2.5 Q_A^2$$

$$R'_A = 650 - 5 Q_A$$

$$R'_A = C' \Rightarrow 650 - 5 Q_A = 100 \Rightarrow 5 Q_A = 750 \Rightarrow Q_A^* = \frac{750}{5} = 150$$

$$P_A^* = 650 - 2.5 \cdot 150 = 375$$

per B

$$R'_B = C'$$

$$R_B = P_B Q_B = (400 - 1.667 Q_B) Q_B = 400 Q_B - 1.667 Q_B^2$$

$$R'_B = 400 - 3.334 Q_B$$

$$R'_B = C' \Rightarrow 400 - 3,334 Q_B = 100$$

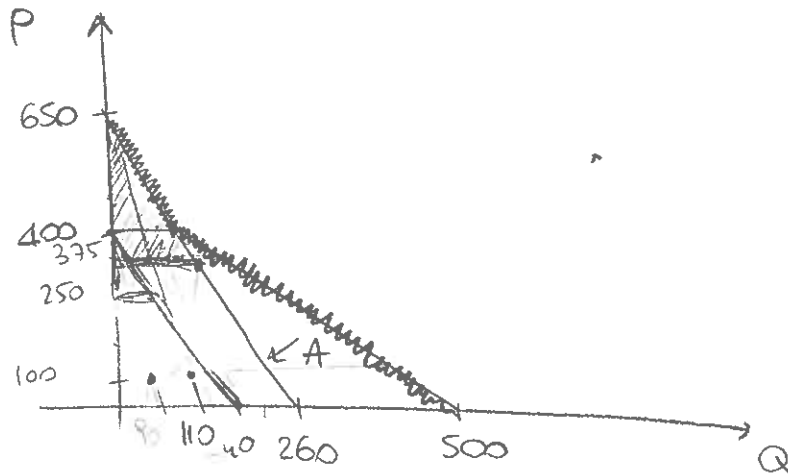
$$3,334 Q_B = 300 \Rightarrow Q_B^* = 90$$

$$P_B = 400 - 1,667 \cdot 90 = 250$$

prezzo + alto ai viaggiatori di tipo A  $P_A^* = 375 > P_B^* = 250$   
che hanno anche una domanda meno elastica

$$E_A = -0,4 \quad E_B = -0,6$$

$$| \quad | < | \quad |$$



$$P_A = 650 - 2,5 Q_A$$

Q	P
0	650
650 = 2,5 Q	0
$Q = \frac{650}{2,5} = 260$	

$$P_B = 400 - 1,667 Q_B$$

Q	P
0	400
400 = 1,667 Q	0
$Q = \frac{400}{1,667} = 240$	

$$P < 400 \rightarrow \text{solo A}$$

$$P > 400 \rightarrow A+B \Rightarrow Q_A + Q_B = 260 - 0,4P + 240 - 0,6P$$

$$Q = 500 - P$$

d) Quale sarebbe il profitto della compagnia per ogni volo? La compagnia rimarrebbe in affari? Calcolate il surplus del consumatore per ciascuna tipologia di clienti. Qual è il surplus del consumatore totale?

Con la discriminazione di prezzo,

$$\pi = P_A Q_A + P_B Q_B - C_T(Q)$$

$$= 375 \cdot 110 + 250 \cdot 90 - (41'000 + 100(110 + 90)) = 2750 \text{ €}$$

il profitto è positivo  $\Rightarrow$  la compagnia rimarrebbe in affari.

surplus del consumatore :

$$SC_A = \frac{110(650 - 375)}{2} = 15125$$

$$SC_B = \frac{90 \cdot (400 - 250)}{2} = 6750$$

$$\Rightarrow SC_{TOT} = SC_A + SC_B = 21875 \text{ €}$$

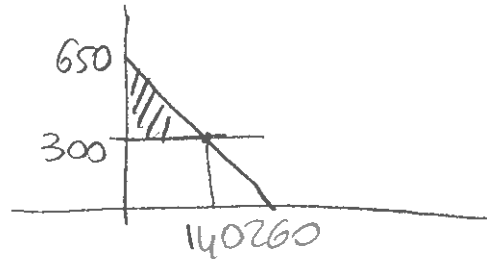
c) Prima che la compagnia inizi a praticare la discriminazione di prezzo, quanto surplus del consumatore ottiene la domanda di tipo A dai viaggi a Napoli? E quella di tipo B? Perché il surplus del consumatore totale è diminuito con l'attivazione della discriminazione di prezzo, anche se la quantità totale di posti venduti è rimasta invariata?

Con il prezzo unico pari a 300€ i viaggiatori di tipo A domandavano:

$$Q_A = 260 - 0.4 \cdot 300 = 140 \text{ posti}$$

e il surplus del consumatore era:

$$S_A = \frac{140 \cdot (650 - 300)}{2} = 24500$$

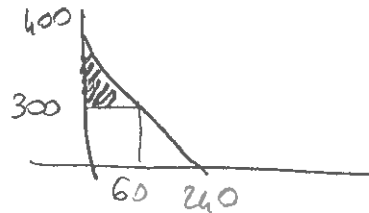


I viaggiatori di tipo B domandavano:

$$Q_B = 240 - 0.6 \cdot 300 = 60 \text{ posti}$$

e il surplus del consumatore era:

$$S_B = \frac{60 \cdot (400 - 300)}{2} = 3000$$



$$S_{TOT} = 24500 + 3000 = 27500 \text{ €} > S_{TOT \text{ con discriminazione}} = 21875 \text{ €}$$

La discriminazione di prezzo ha consentito alla compagnia di estrarre surplus del consumatore dai viaggiatori per affari (tipo B) che attribuiscono maggior valore al viaggio e che hanno una domanda meno elastica degli studenti.

### Es. n. 3 (CAPITOLO 12)

Un monopolista è in grado di produrre al costo medio (e marginale) costante  $CM = C' = €5$ . La curva di domanda di mercato è:  
 $Q = 53 - P$ .

a) Individuate il prezzo e la quantità che massimizzano il profitto del monopolista e calcolate il profitto.

$$\max \pi \Rightarrow R' = C'$$

$$Q = 53 - P \Rightarrow P = -Q + 53$$

$$RT = P \cdot Q = (-Q + 53)Q = -Q^2 + 53Q$$

$$R' = \frac{dRT}{dQ} = -2Q + 53$$

$$R' = C' \Rightarrow -2Q + 53 = 5 \Rightarrow 2Q = 48 \Rightarrow Q^* = 24$$

$$P^* = 53 - Q^* = 53 - 24 = 29$$

Assumendo che i costi fissi siano zero,

$$\pi = RT - CT = P^*Q^* - \underbrace{CM \cdot Q^*}_{CT} = 24 \cdot 29 - 5 \cdot 24 = 576 \text{ €}$$

$$CM = \frac{CT}{Q} \Rightarrow CT = CM \cdot Q$$

b) Supponete che una seconda impresa entri nel mercato. Siano  $Q_1$  la produzione della prima impresa e  $Q_2$  quella della seconda. La domanda di mercato è ora data da:

$$Q_1 + Q_2 = 53 - P$$

Ipotezzando che la seconda impresa abbia gli stessi costi della prima, esprimete i profitti delle due imprese in funzione di  $Q_1$  e  $Q_2$ .

$$P = 53 - Q_1 - Q_2$$

$$\begin{aligned}\pi_1 &= P \cdot Q_1 - CT(Q_1) = (53 - Q_1 - Q_2)Q_1 - 5Q_1 \\ &= 53Q_1 - Q_1^2 - Q_1Q_2 - 5Q_1 \\ &= 48Q_1 - Q_1^2 - Q_1Q_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\pi_2 &= P \cdot Q_2 - CT(Q_2) = (53 - Q_1 - Q_2)Q_2 - 5Q_2 \\ &= 53Q_2 - Q_1Q_2 - Q_2^2 - 5Q_2 \\ &= 48Q_2 - Q_2^2 - Q_1Q_2\end{aligned}$$

- c) Supponete (come nel modello di Cournot) che ciascuna impresa scelga il livello di produzione che massimizza il suo profitto sulla base dell'ipotesi che il livello di produzione del concorrente sia fisso. Determinate la "curva di reazione" di ciascuna impresa (ovvero la relazione che esprime il livello di produzione ottimale dell'impresa in funzione della produzione del concorrente).

Ciascuna impresa, nel modello di Cournot, considera la produzione dell'altra come costante.

$$C'_1 = R'_1 \text{ equivalenti. } \frac{d\pi_1}{dQ_1} = 0$$

$$\frac{d\pi_1}{dQ_1} = 48 - 2Q_1 - Q_2 = 0 \Rightarrow 2Q_1 = 48 - Q_2$$

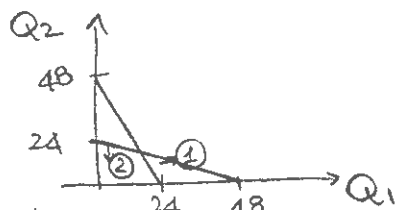
$$\boxed{Q_1 = 24 - \frac{1}{2}Q_2}$$

$$24 - \frac{1}{2}Q_2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}Q_2 = 24 \cdot 2$$

il problema è simmetrico, quindi funzione di reazione per l'impresa 2 è

$$\frac{d\pi_2}{dQ_2} = 48 - 2Q_2 - Q_1 = 0 \Rightarrow 2Q_2 = 48 - Q_1$$

$$\boxed{Q_2 = 24 - \frac{1}{2}Q_1}$$



- d) Calcolate l'equilibrio di Cournot (ovvero i valori di  $Q_1$  e  $Q_2$  che rappresentano il comportamento migliore di ciascuna data la produzione del concorrente). Quali sono il prezzo di mercato e i profitti risultanti per ciascuna impresa?

Determino l'equilibrio di Cournot risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} Q_1 = 24 - \frac{1}{2}Q_2 \\ Q_2 = 24 - \frac{1}{2}Q_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = 24 - \frac{1}{2}(24 - \frac{1}{2}Q_1) \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_1 = 24 - 12 + \frac{1}{4}Q_1 \\ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 - \frac{1}{4}Q_1 = 12 \\ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}Q_1 = 12 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_1 = 12 \cdot \frac{4}{3} = 16 \\ Q_2 = 24 - \frac{1}{2} \cdot 16 = 24 - 8 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = 16 \\ Q_2 = 16 \end{cases}$$

$$P = 53 - Q_1 - Q_2 = 53 - 16 - 16 = 21$$

$$\pi_1 = 48Q_1 - Q_1^2 - Q_1Q_2 = 48 \cdot 16 - 16^2 - 16^2 = 768 - 512 = 256$$

oppure

$$= P \cdot Q_1 - CT(Q_1) = 21 \cdot 16 - 5 \cdot 16 = 256$$

$$\pi_2 = \pi_1$$

$\Rightarrow$  profitto totale dell'industria  $\pi = \pi_1 + \pi_2 = 256 \cdot 2 = 512 \text{ €}$

e) Supponete che nell'industria siano presenti  $N$  imprese, e che tutte abbiano lo stesso costo marginale costante  $C' = 5 \text{ €}$ . Trovate l'equilibrio di Cournot. Determinate il livello di produzione e il profitto di ciascuna impresa e calcolate il prezzo di mercato. Mostrate inoltre che all'aumentare di  $N$  il prezzo di mercato si avvicina a quello concorrenziale.

$N$  imprese identiche  $\Rightarrow$  prezzo di mercato  $= P = 53 - (Q_1 + Q_2 + \dots + Q_N)$

il profitto per l' $i$ -esima impresa sarà:

$$\begin{aligned} \pi_i &= RT_i - CT_i = P \cdot Q_i - CT(Q_i) \\ &= [53 - (Q_1 + Q_2 + \dots + Q_i + \dots + Q_N)] Q_i - 5 Q_i \\ &= 53 Q_i - Q_1 Q_i - Q_2 Q_i - Q_i^2 - \dots - Q_N Q_i - 5 Q_i \end{aligned}$$

$$\max \pi_i = \frac{d\pi_i}{dQ_i} = 0$$

$$\frac{d\pi_i}{dQ_i} = 53 - Q_1 - Q_2 - \dots - 2Q_i - Q_N - 5 = 0$$

$$2Q_i = 48 - Q_1 - Q_2 - \dots - Q_N$$

$$Q_i = 24 - \frac{1}{2}(Q_1 + Q_2 + \dots + Q_{i-1} + Q_{i+1} + \dots + Q_N)$$

Se tutte le imprese hanno gli stessi costi, produrranno tutte lo stesso livello di produzione  $Q_i = Q^*$

$$Q^* = 24 - \frac{1}{2} Q^* (N-1) \Rightarrow Q^* + \frac{1}{2} Q^* (N-1) = 24 \Rightarrow$$

$$Q^* \left[ 1 + \frac{1}{2}(N-1) \right] = 24 \Rightarrow Q^* \left[ 1 + \frac{1}{2}N - \frac{1}{2} \right] = 24 \Rightarrow$$

$$Q^* \left[ \frac{1}{2}N + \frac{1}{2} \right] = 24 \Rightarrow Q^* = \frac{24}{\frac{1}{2}(N+1)} = \frac{48}{(N+1)} \Rightarrow \boxed{Q^* = \frac{48}{N+1}}$$

$$P = 53 - Q_{TOT} = 53 - NQ^* = 53 - N \cdot \left( \frac{48}{N+1} \right)$$

Il profitto totale è  $\pi_{TOT} = P \cdot Q - CT(Q) = P \cdot NQ^* - CT(NQ^*)$

$$\pi_{TOT} = \left[ 53 - N \left( \frac{48}{N+1} \right) \right] \cdot N \cdot \frac{48}{N+1} - 5 \cdot N \cdot \frac{48}{N+1} =$$

$$= \left( 48 \frac{N}{N+1} \right) \left( 53 - N \frac{48}{N+1} - 5 \right)$$

$$= \left( 48 \frac{N}{N+1} \right) \left( 48 - 48 \frac{N}{N+1} \right)$$

$$= \left( 48 \frac{N}{N+1} \right) 48 \left( 1 - \frac{N}{N+1} \right)$$

$$= 48 \frac{N}{N+1} \cdot 48 \frac{N+1-N}{N+1}$$

$$= 48 \frac{N}{N+1} \cdot 48 \cdot \frac{1}{N+1} = 2304 \frac{N}{(N+1)^2}$$

Con  $N$  imprese

$$\bullet \quad Q = NQ^* = 48 \frac{N}{N+1}$$

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} Q = \lim_{N \rightarrow +\infty} 48 \frac{N}{N+1} = 48$$

In concorrenza perfetta

i profitti sono nulli e

$$P = C'$$

⇓

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} P = \lim_{N \rightarrow +\infty} 53 - 48 \frac{N}{N+1} = 53 - 48 = 5$$

per  $N \rightarrow +\infty$

Questo mercato si avvicina alla condizione di concorrenza perfetta.

$$\bullet \quad \pi_{TOT} = 2304 \frac{N}{(N+1)^2}$$

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \pi_{TOT} = \lim_{N \rightarrow +\infty} 2304 \frac{N}{(N+1)^2} = 0$$



#### Es. n. 4 (CAP. 12)

Questo esercizio è la continuazione dell'Esercizio 3. Torniamo alla situazione in cui vi sono due imprese aventi gli stessi costi medi e marginali  $MC = C' = 5$ , e in cui la curva di domanda di mercato è  $Q_1 + Q_2 = 53 - P$ . Utilizziamo in questo caso il modello di Stackelberg per analizzare ciò che accade quando una delle imprese sceglie il proprio livello di produzione prima dell'altra.

a) Supponiamo che l'impresa 1 sia il leader secondo Stackelberg (ovvero che scelga prima dell'impresa 2). Determinate le curve di reazione che indicano a ciascuna impresa quanto produrre data la produzione del concorrente.

per impresa 2 procedo come nel modello di Cournot; scegliendo il livello di produzione dopo l'impresa 1, essa considera fissa la produzione dell'impresa 1

$$\Rightarrow \text{la curva di reazione sarà: } Q_2 = 24 - \frac{1}{2} Q_1$$

L'impresa 1 non ha una funzione di reazione perché agisce = prende la sua decisione di produzione prima dell'impresa 2. Essa utilizza la sua conoscenza della funzione di reazione dell'impresa 2 per determinare il suo livello ottimale di produzione.

b) Quanto produce ciascuna impresa, e qual è il suo profitto?

L'impresa 1, leader, sceglierà la propria produzione  $Q_1$  in modo da massimizzare il proprio profitto

$$\max \pi_1 = RT_1 - CT_1 = P \cdot Q_1 - C(Q_1)$$

$$\text{sapendo che } Q_2 = 24 - \frac{1}{2} Q_1$$

$$\begin{aligned} \pi_1 &= (53 - Q_1 - Q_2) Q_1 - 5Q_1 = \\ &= \left[ 53 - Q_1 - \left( 24 - \frac{1}{2} Q_1 \right) \right] Q_1 - 5Q_1 = \\ &= 53Q_1 - Q_1^2 - 24Q_1 + \frac{1}{2} Q_1^2 - 5Q_1 = \\ &= -\frac{1}{2} Q_1^2 + 24Q_1 \end{aligned}$$

$$\max \pi_1 \Rightarrow \frac{d\pi_1}{dQ_1} = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot 2Q_1 + 24 = 0 \Rightarrow \boxed{Q_1 = 24}$$

l'impresa 2 :

$$Q_2 = 24 - \frac{Q_1}{2} = 24 - \frac{24}{2} = 12$$

il prezzo :

$$P = 53 - Q_1 - Q_2 = 53 - 24 - 12 = 17$$

i profitti :

$$\pi_1 = P \cdot Q_1 - 5Q_1 = 17 \cdot 24 - 5 \cdot 24 = 288$$

$$\pi_2 = P \cdot Q_2 - 5Q_2 = 17 \cdot 12 - 5 \cdot 12 = 144$$

il profitto dell'industria è  $\pi_{\text{TOT}} = \pi_1 + \pi_2 = 288 + 144 = 432$

Rispetto all'equilibrio di Cournot [ $Q_{\text{TOT}} = 32$ ;  $P = 21$  €]

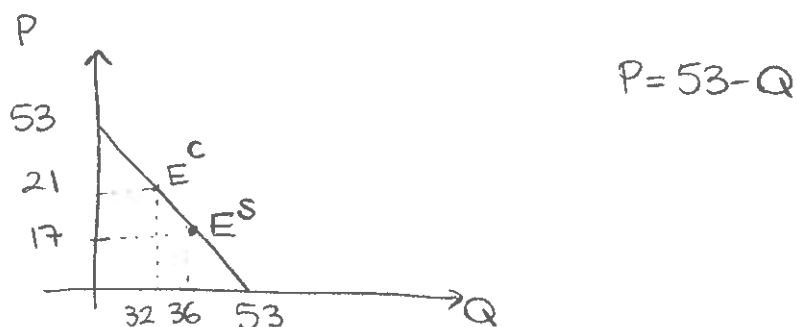
la produzione totale è aumentata da 32 a  $(24+12)=36$ ,

il prezzo è diminuito da 21 € a 17 €

il profitto totale è diminuito da 512 € a 432 €

per l'impresa 1 il profitto è aumentato da  $\pi_1 = 256$  a 288

per l'impresa 2 il profitto è diminuito nettamente da  $\pi_2 = 256$  € a 144 €



• in quale situazione il surplus del consumatore è più elevato?

$$SC^C = \frac{32 \cdot (53 - 21)}{2} = 512$$

$$SC^S > SC^C$$

$$SC^S = \frac{36 \cdot (53 - 17)}{2} = 648$$