PROVA DI AUTOVALUTAZIONE n. 3

ESERCIZIO n. 1

Un'impresa farmaceutica vende un certo farmaco in due diversi mercati, il paese 1 e il paese 2. La domanda del farmaco è $q_1 = 80 - 2p_1$ nel paese 1 e $q_2 = 40 - 4p_2$ nel paese 2. I costi medio e marginale di produzione del monopolista sono costanti e pari a 4 ed il monopolista non ha alcun costo fisso.

a) Se il farmaco venisse venduto allo stesso prezzo, quali sarebbero il prezzo, la quantità e il profitto?

Se il monopolista vende allo stesso prezzo nei due paesi $p = p_1 = p_2$

$$Q = q_1 + q_2 = 80 - 2p_1 + 40 - 4p_2 = 120 - 2p - 4p = 120 - 6p$$

$$Q = 120 - 6P \Rightarrow 6P = -Q + 120 \Rightarrow P = \frac{120 - Q}{6}$$

$$\pi = RT - CT = P \cdot Q - \underbrace{CT}_{= CM \cdot Q} = P.Q - CM.Q = \frac{120 - Q}{6} \cdot Q - 4Q = 20Q - \frac{1}{6}Q^2 - 4Q$$
$$= 16Q - \frac{1}{6}Q^2$$

$$\max \pi \Rightarrow \frac{d\pi}{dQ} = 0 \Rightarrow 16 - \frac{1}{\cancel{6}_3} \cdot \cancel{2}Q = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}Q = 16 \Rightarrow Q^* = 16 \cdot 3 = 48$$

$$P^* = \frac{120 - Q^*}{6} = \frac{120 - 48}{6} = 12$$

$$\pi = P.Q - CM.Q = 12 \cdot 48 - 4 \cdot 48 = 576 - 192 = 384$$

b) Potendo praticare prezzi diversi, quali sarebbero tali prezzi, e quindi le quantità ed il profitto del monopolista? Di che tipo di discriminazione del prezzo si tratta?

Scegliamo la quantità in ciascun mercato in modo che il ricavo marginale sia uguale al costo marginale.

$$q_1 = 80 - 2p_1 \Rightarrow 2p_1 = 80 - q_1 \Rightarrow p_1 = 40 - \frac{1}{2}q_1$$

$$q_2 = 40 - 4p_2 \Rightarrow 4p_2 = 40 - q_2 \Rightarrow p_2 = 10 - \frac{1}{4}q_2$$

<u>paese 1</u> $\quad R'_1 = C'_1$

$$RT_1 = p_1 \cdot q_1 = (40 - \frac{1}{2}q_1)q_1 = 40q_1 - \frac{1}{2}q_1^2$$

$R_1' = 40 - \frac{1}{2} \cdot 2q_1 = 40 - q_1$

$C_1' = 4$

$R_1' = C_1' \Longrightarrow 40 - q_1 = 4 \Rightarrow q_1^* = 40 - 4 = 36$

$p_1^* = 40 - \frac{1}{2} q_1^* = 40 - \frac{1}{2} \cdot 36 = 22$

<u>paese 2</u> $\quad R_2' = C_2'$

$RT_2 = p_2 \cdot q_2 = (10 - \frac{1}{4} q_2) q_2 = 10 q_2 - \frac{1}{4} q_2^2$

$R_2' = 10 - \frac{1}{\cancel{4}_2} \cdot 2q_2 = 10 - \frac{1}{2} q_2$

$R_2' = C_2' \Rightarrow 10 - \frac{1}{2} q_2 = 4 \Rightarrow \frac{1}{2} q_2 = 10 - 4 \Longrightarrow \frac{1}{2} q_2 = 6 \Rightarrow q_2^* = 12$

$p_2^* = 10 - \frac{1}{4} q_2^* = 10 - \frac{1}{4} \cdot 12 = 7$

$\pi_1 = p_1^* q_1^* - 4 q_1^* = 22 \cdot 36 - 4 \cdot 36 = 648$

$\pi_2 = p_2^* q_2^* - 4 q_2^* = 7 \cdot 12 - 4 \cdot 12 = 36$

$\pi_{TOT} = \pi_1 + \pi_2 = 648 + 36 = 684$

L'impresa realizza un profitto totale di 684 maggiore che nel caso di prezzo uniforme nei due paesi.
I consumatori del paese 2 stanno meglio con la discriminazione di prezzo che con il prezzo uniforme, in quanto con la discriminazione del prezzo pagano 7 mentre pagano 12 quando l'impresa vende allo stesso prezzo nei due paesi; il contrario accade per i consumatori del paese 1 (essi pagano 22 con la discriminazione del prezzo e 7 con il prezzo uniforme).
Si tratta di una discriminazione di prezzo di terzo grado

c) Qual è il paese in cui il monopolista pratica il prezzo più basso? Determinare l'elasticità della domanda in ciascun mercato in corrispondenza dei prezzi determinati al punto b) e verificare che risulta verificata la formula di Lerner in ciascun mercato.

Con la discriminazione del prezzo di terzo grado, il prezzo risulta più basso nel paese (nel segmento di mercato) in cui l'elasticità della domanda (in valore assoluto) è maggiore.

Quindi, avendo trovato che $p_2 < p_1$, ci aspettiamo che l'elasticità della domanda risulti maggiore nel paese 2. Verifichiamolo determinando i valori delle elasticità nei due paesi.

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta q_1 / q_1}{\Delta p_1 / p_1} = \frac{\Delta q_1}{\Delta p_1} \cdot \frac{p_1}{q_1} = -2 \cdot \frac{p_1}{q_1} = -\cancel{2} \cdot \frac{\cancel{22}^{\,11}}{\cancel{36}_{\cancel{18}\,9}} = -\frac{11}{9}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta q_2 / q_2}{\Delta p_2 / p_2} = \frac{\Delta q_2}{\Delta p_2} \cdot \frac{p_2}{q_2} = -4 \cdot \frac{p_2}{q_2} = -\cancel{4} \cdot \frac{7}{\cancel{12}_{3}} = -\frac{7}{3} = -\frac{21}{9}$$

$$|\varepsilon_1| = \left|-\frac{11}{9}\right| = \frac{11}{9} < \frac{21}{9} = \left|-\frac{21}{9}\right| = |\varepsilon_2|$$

La formula di Lerner stabilisce che:

$$p\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right) = c'$$

Dobbiamo verificare che tale condizione risulta soddisfatta in ciascuno dei due mercati.

Nel paese 1:

$$p_1\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_1}\right) = 22\left(1 + \frac{1}{-\frac{11}{9}}\right) = 22\left(1 - \frac{9}{11}\right) =$$

$$= \cancel{22}^{\,2} \cdot \frac{2}{\cancel{11}} = 4 = c'$$

Nel paese 2:

$$p_2\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_2}\right) = 7\left(1 + \frac{1}{-\frac{7}{3}}\right) = 7\left(1 - \frac{3}{7}\right) = 7 \cdot \frac{4}{7} = 4 = c'$$

Esercizio n. 2

Considerate il mercato delle acque minerali nel quale la funzione di domanda inversa sia $P = 250 - Q$. Supponete che nel mercato operino solo 2 imprese, A e B, ciascuna delle quali ha una curva di costo pari a $CT(q) = 100q$

a) Supponete che le due imprese interagiscano strategicamente secondo il modello di oligopolio di Cournot. Ricavate le curve di reazione delle due imprese. Trovate quindi la produzione di equilibrio ed i profitti di ciascuna impresa.

In equilibrio di Cournot ciascuna impresa massimizza il profitto date le aspettative circa le scelte di produzione dell'altra.
La funzione di reazione descrive quindi la reazione di un'impresa rispetto al livello di output dell'altra.

per l'impresa A:

$$\pi_A = RT_A - CT_A = P \cdot q_A - CT_A = (250 - Q)\, q_A - 100\, q_A =$$

$$= \left[250 - (q_A + q_B)\right] q_A - 100\, q_A$$

$$= 250\, q_A - q_A^2 - q_A q_B - 100\, q_A$$

$$= 150\, q_A - q_A^2 - q_A q_B$$

$$\max \pi_A \Rightarrow \frac{d\pi_A}{dq_A} = 0 \Rightarrow \frac{d\pi_A}{dq_A} = 150 - 2q_A - q_B = 0$$

$$\Rightarrow 2q_A = 150 - q_B \Rightarrow q_A^* = \frac{150 - q_B}{2} = 75 - \frac{1}{2} q_B$$

per l'impresa B:
siccome B ha la stessa funzione di costo di A, si ha la seguente funzione di reazione:

$$q_B^* = 75 - \frac{1}{2} q_A$$

La produzione di equilibrio si ottiene mettendo a sistema le due funzioni di reazione:

$$\begin{cases} q_A = 75 - \frac{1}{2} q_B \\ q_B = 75 - \frac{1}{2} q_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_A = 75 - \frac{1}{2}\left(75 - \frac{1}{2} q_A\right) \\ / \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_A = 75 - \frac{75}{2} + \frac{1}{4} q_A \\ / \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{4} q_A = \frac{75}{2} \\ \diagup \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_A = \frac{\cancel{75}^{25}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{3}} \\ \diagup \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_A = 50 \\ q_B = 75 - \frac{1}{2} \cdot 50 = 50 \end{cases}$$

$$q_A^* = q_B^* = 50$$

Il prezzo si ottiene sostituendo la quantità trovata nella funzione di domanda inversa:

$$P = 250 - Q = 250 - (q_A + q_B) = 250 - (50+50) = 150$$

I profitti, uguali per le due imprese, sono pari a:

$$\pi_A = RT_A - CT_A = P \cdot q_A - 100 q_A = 150 \cdot 50 - 100 \cdot 50 = 2500$$

b) Sempre con riferimento all'equilibrio di Cournot ottenuto in (a), trovate la produzione totale, il surplus dei consumatori ed i profitti totali.

c) Rappresentate l'equilibrio di Cournot in un grafico in cui indicate sugli assi la produzione di ciascuna impresa (grafico 1); rappresentate poi in un altro grafico (grafico 2) l'equilibrio nel mercato delle acque minerali (con prezzo e quantità sugli assi).

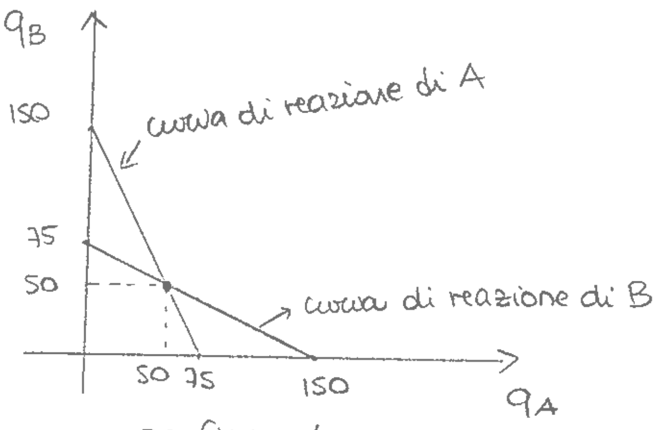


grafico 1

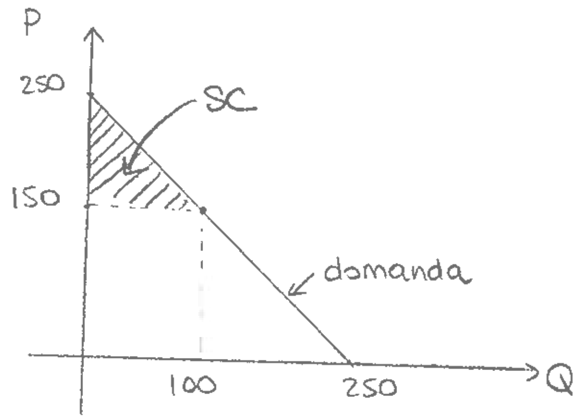


grafico 2

La produzione totale è pari a:

$$Q = q_A + q_B = 50 + 50 = 100$$

Il surplus dei consumatori è rappresentato dalla differenza tra il prezzo massimo che i consumatori sono disposti a pagare ed il prezzo effettivamente pagato (vedi grafico 2)

$$SC = \frac{100 \cdot (250-150)}{2} = 5000$$

I profitti totali sono:

$$\pi_{TOT} = \pi_A + \pi_B = 2500 + 2500 = 5000$$

d) Se le due imprese decidessero di colludere e formare un cartello, quanto produrrebbero?

Se le imprese formano un cartello, stabiliscono il livello di produzione che massimizza i profitti congiunti.
La funzione di profitto totale è:

$$\pi_{TOT} = RT - CT = P \cdot Q - CT = P\,Q - CTA - CTB =$$
$$= (250 - Q)\,Q - 100\,q_A - 100\,q_B$$
$$= (250 - Q)\,Q - 100\,(q_A + q_B)$$
$$= 250\,Q - Q^2 - 100\,Q = 150\,Q - Q^2$$

$$\max \pi_{TOT} \Rightarrow \frac{d\pi_{TOT}}{dQ} = 0 \Rightarrow \frac{d\pi_{TOT}}{dQ} = 150 - 2Q = 0 \Rightarrow Q^* = \frac{150}{2} = 75$$

Le imprese hanno la stessa funzione di costo e suddividono equamente la produzione di monopolio

$$q_A = q_B = \frac{Q}{2} = 37{,}5$$

e) Qual è il surplus dei consumatori e quali sono i profitti totali quando le imprese colludono? Confrontateli con i valori ottenuti in (b): perchè il cartello è ottimale per le due imprese, ma non per la società nel suo complesso?

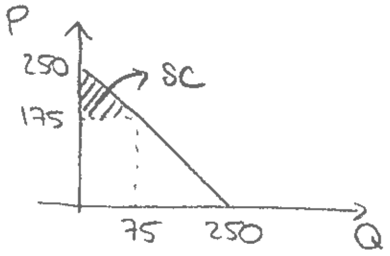
$$P = 250 - Q = 250 - 75 = 175$$

$$\pi_{TOT} = RT - CT = P \cdot Q - 100 \cdot Q = 175 \cdot 75 - 100 \cdot 75 = 5625$$

$$\pi_A = \pi_B = \frac{\pi_{TOT}}{2} = \frac{5625}{2} = 2812{,}5$$

Quando le imprese colludono, il surplus dei consumatori è:

$$SC = \frac{(250 - 175) \cdot 75}{2} = 2812{,}5$$



In caso di collusione, i profitti delle imprese aumentano rispetto all'equilibrio di Cournot, mentre il surplus dei consumatori diminuisce.

Esercizio n. 3

Considerate due imprese che competono tra loro scegliendo simultaneamente il prezzo del loro prodotto. Supponete che la domanda di mercato sia: $Q = 240 - 5P$

Calcolate la produzione di ciascuna impresa nel caso in cui:

a) la funzione di costo per le due imprese sia $CT_i(q_i) = 25\, q_i$, $i = 1,2$

Nel modello di Bertrand ciascuna impresa ha incentivo a ridurre il prezzo al di sotto del prezzo della rivale per accrescere la domanda per il proprio prodotto. In equilibrio questo incentivo porta il prezzo a scendere fino a raggiungere il costo marginale (equilibrio in concorrenza perfetta).
Nel punto (a) il modello è simmetrico: le due imprese hanno la stessa funzione di costo totale, che è lineare e con costo fisso nullo. Quindi si può considerare indifferentemente il costo marginale della prima o della seconda impresa.

$$P = C'_1 = C'_2$$

$$\Rightarrow \quad P = 25$$

$$\Rightarrow \quad Q^* = 240 - 5 \cdot P = 240 - 5 \cdot 25 = 115$$

Data l'ipotesi di simmetria, in equilibrio, si avrà:

$$q_1^* = q_2^* = \frac{Q^*}{2} = \frac{115}{2} = 57{,}5$$

b) la funzione di costo per le due imprese sia rispettivamente pari a $CT_1(q_1) = 15\, q_1$ e $CT_2(q_2) = 18\, q_2$.

Il modello in questo caso è asimmetrico, quindi dobbiamo valutare i costi marginali per le due imprese:

$$C'_1 = \frac{dCT_1}{dq_1} = 15$$

$$C'_2 = \frac{dCT_2}{dq_2} = 18$$

Osserviamo che:

- il costo marginale è costante per le due imprese
- $C'_1 = 15 < 18 = C'_2$

Quindi, in equilibrio, produrrà solo l'impresa più efficiente, cioè quella con il costo marginale più basso. Pertanto produrrà solo l'impresa 1.

$$q_2^* = 0$$

L'impresa 1 fisserà un prezzo leggermente al di sotto del costo marginale dell'impresa 2 in modo tale da conquistare l'intero mercato e costringere l'impresa 2 ad uscire dal mercato:

$$p_1^* = C_2' - \varepsilon \qquad (\varepsilon \text{ costante positiva piccola a piacere})$$

$$q_2^* = 0 \Rightarrow Q^* = q_1^*$$

$$Q^* = 240 - 5P$$

$$\Rightarrow \quad q_1^* = 240 - 5(C_2' - \varepsilon)$$

$$= 240 - 5(18 - \varepsilon)$$

$$= 240 - 90 + 5\varepsilon$$

$$= 150 + 5\varepsilon$$

Esercizio n. 4

In un mercato operano due imprese: l'impresa 1 è leader nel senso di Stackelberg e l'impresa 2 è follower. La funzione di domanda di mercato è pari a:

$$P = 1000 - 2Q$$

Le due imprese hanno le seguenti funzioni di costo:

$$CT_1 = 0.3\,q_1^2 + 8000 \quad e$$
$$CT_2 = 0.5\,q_2^2 + 10'000$$

Determinare:

a) le funzioni di profitto delle due imprese
b) la funzione di reazione del follower
c) le quantità prodotte dalle due imprese
d) il prezzo di mercato
e) i profitti realizzati dalle due imprese

Consideriamo prima l'impresa 2: scegliendo il proprio livello di produzione dopo l'impresa 1, essa considera fissa la produzione di quest'ultima.

$$\pi_2 = RT_2 - CT_2 = P \cdot q_2 - CT_2 = [1000 - 2(q_1 + q_2)]\,q_2 - [0.5q_2^2 + 10'000]$$

$$= 1000\,q_2 - 2q_1q_2 - 2q_2^2 - 0.5q_2^2 + 10'000$$

$$= -2.5\,q_2^2 + 1000\,q_2 - 2q_1q_2 + 10'000$$

$$\max \pi_2 \Rightarrow \frac{d\pi_2}{dq_2} = 0 \Rightarrow \frac{d\pi_2}{dq_2} = -2.5 \cdot 2 \cdot q_2 + 1000 - 2q_1 = 0$$

$$\Rightarrow -5\,q_2 + 1000 - 2q_1 = 0 \Rightarrow 5q_2 = 1000 - 2q_1$$

$$\Rightarrow q_2 = \frac{1000 - 2q_1}{5}$$ curva di reazione del follower (impresa 2)

L'impresa 1, leader, massimizzerà il proprio profitto, sapendo che l'impresa 2 sceglierà la quantità da produrre in base alla propria curva di reazione.

$$\max \pi_1 = P \cdot q_1 - CT_1$$
$$q_2 = \frac{1000 - 2q_1}{5}$$

$$\pi_1 = P \cdot q_1 - CT_1 = (1000 - 2(q_1 + q_2))q_1 - (0.3q_1^2 + 8000) =$$

$$= \left[1000 - 2\left(q_1 + \frac{1000 - 2q_1}{5}\right)\right] q_1 - 0.3q_1^2 - 8000 =$$

$$= \left[1000 - 2q_1 - 400 + \frac{4}{5}q_1\right] q_1 - 0.3q_1^2 - 8000 =$$

$$= \left(600 - \frac{6}{5}q_1\right) q_1 - 0.3q_1^2 - 8000 =$$

$$= 600q_1 - 1.2q_1^2 - 0.3q_1^2 - 8000 =$$

$$= 600q_1 - 1.5q_1^2 - 8000$$

$$\max \pi_1 \Rightarrow \frac{d\pi_1}{dq_1} = 0 \Rightarrow \frac{d\pi_1}{dq_1} = 600 - 1.5 \cdot 2q_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 600 - 3q_1 = 0 \Rightarrow 3q_1 = 600 \Rightarrow q_1^* = 200$$

$$q_2^* = \frac{1000 - 2q_1^*}{5} = \frac{1000 - 2 \cdot 200}{5} = 120$$

$$P = 1000 - 2Q = 1000 - 2(q_1 + q_2) = 1000 - 2(200 + 120) = 360$$

$$\pi_1 = P \cdot q_1 - CT_1 = 360 \cdot 200 - (0.3(200)^2 + 8000) = 52'000$$

$$\pi_2 = P \cdot q_2 - CT_2 = 360 \cdot 120 - (0.5(120)^2 + 10'000) = 26'000$$