

Lezione 12 - Azione a distanza

- Immaginiamo di disporre di un corpo puntiforme con carica q_1 e di mettere nelle sue vicinanze un secondo corpo con carica q_2
- In base alla legge di Coulomb possiamo affermare che tra i due corpi si sviluppa una forza
- Come fanno i due corpi ad accorgersi l'uno della presenza dell'altro?
- Come possiamo interpretare questa *azione a distanza*?

Concetto di campo

- Il *concetto di campo* ci permette di interpretare quelle situazioni in cui si verifica una interazione a distanza tra corpi
- Nel caso appena accennato si deve immaginare che la presenza di q_1 modifichi tutto lo spazio circostante instaurando quello che si chiama un *campo elettrico*
- Si può verificare la presenza del campo ponendo nel campo una *carica di prova* (q_2 nell'esempio) e misurando la forza da essa risentita

Spazio geometrico e campi

- Definire un certo campo equivale ad associare una grandezza fisica ad ogni punto dello spazio:
 - si può, ad esempio, pensare di associare ad ogni punto della stanza il valore della temperatura in quel punto oppure il valore della pressione dell'aria
 - nel caso l'aria si muova si può definire punto per punto la velocità del vento
- Nel primo caso si parlerà di *campo scalare* e nel secondo di *campo vettoriale*

Campo elettrico

- Il *campo elettrico* è un campo vettoriale ed è definito in maniera *operativa*:
 - una certa carica q_0 genera il campo
 - si prende una seconda *carica positiva* q_1 *di prova*
 - per ogni punto P dello spazio si misura la forza \mathbf{F} di Coulomb su q_1
- Il campo elettrico \mathbf{E} nel punto generico P è dato

da

$$\mathbf{E}(P) = \frac{\mathbf{F}(P)}{q_1}$$

Unità di misura di \mathbf{E} :
N/C (newton/coulomb)

Campo elettrico (II)

- Il campo elettrico ha una *esistenza indipendente* dalla presenza della carica di prova
- Si deve supporre che la presenza della carica di prova *non alteri la distribuzione di carica* che genera il campo

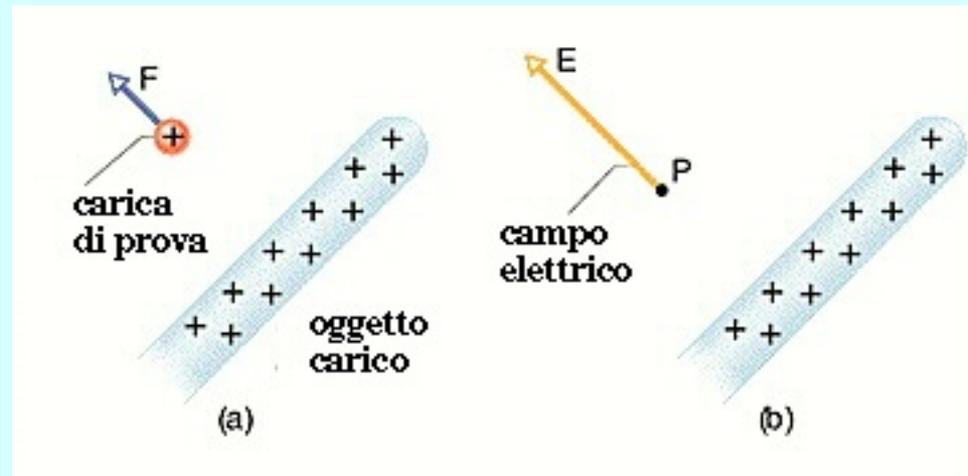


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Utilizzo del campo elettrico

- Il campo elettrico è un potente modello per descrivere l'interazione tra oggetti carichi
 - data una certa distribuzione di carica si calcola il risultante campo elettrico
 - una volta noto il campo si può ricavare la forza agente su un qualsiasi oggetto carico

Linee di forza del campo elettrico

- Il concetto di campo elettrico fu introdotto da Faraday: egli immaginava lo spazio sede di campo elettrico come percorso da *linee di forza*

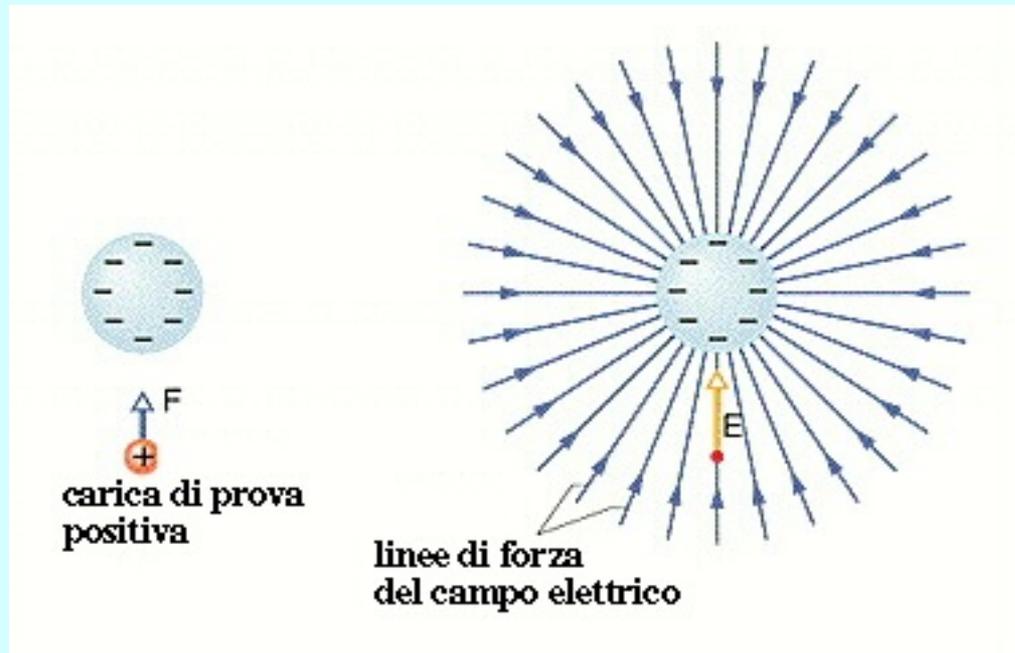


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

- *Le linee di forza elettriche escono dalle cariche positive ed entrano in quelle negative*

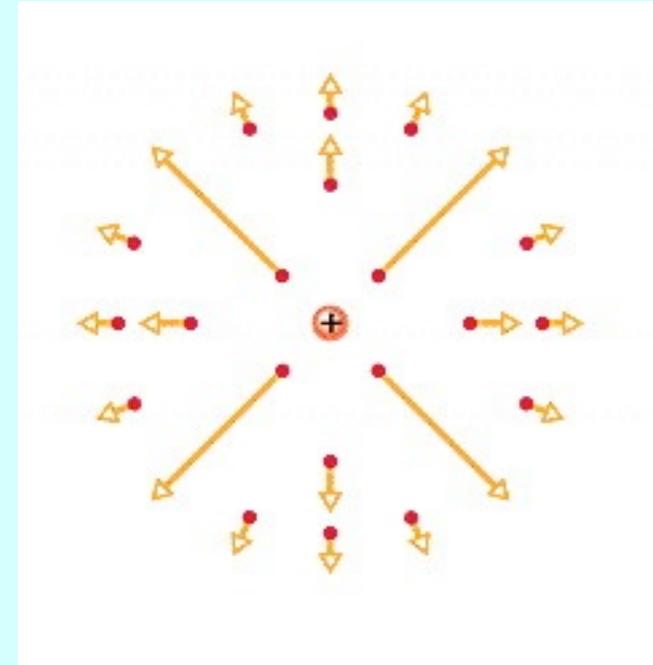
Linee di forza e campo

- Le linee di forza sono un modo comodo e quantitativo per rappresentare graficamente l'andamento nello spazio di un campo:
 - in ogni punto la direzione del campo è *tangente* alla linea di forza passante per quel punto
 - il *numero delle linee di forza* che attraversa una superficie unitaria perpendicolare ad esse è proporzionale all'*intensità del campo*

Campo di una carica puntiforme

illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

- Il campo elettrico generato da una carica puntiforme q_0 ha *simmetria sferica*
- Dalla legge di Coulomb possiamo dedurre l'espressione quantitativa del campo



$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q||q_0|}{r^2}$$



$$E = \frac{F}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_0|}{r^2}$$

q è la carica di prova ed r la distanza da q_0

Simmetria

- In generale, il calcolo del campo elettrico generato da una data distribuzione di cariche è piuttosto complicato
- Se, tuttavia, il sistema presenta delle *proprietà di simmetria*, queste possono essere usate per semplificare il calcolo e/o per tracciare le linee di forza del campo

Simmetria in 2D: il foglio carico

- Si immagini di avere della carica positiva distribuita uniformemente su un piano infinito (coordinate x e y)

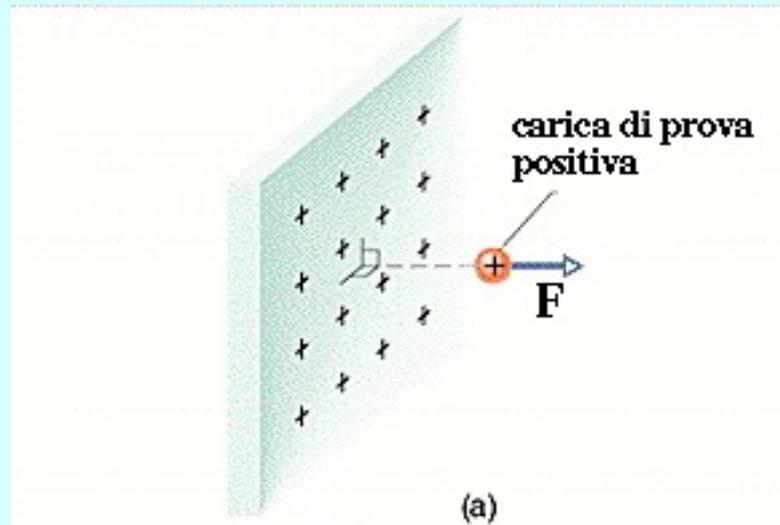


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

- E' chiaro che in ogni punto dello spazio la forza elettrostatica \mathbf{F} sarà perpendicolare al foglio

Simmetria in 2D (II)

- Si può allora dedurre la distribuzione delle linee di forza del campo elettrico \mathbf{E}

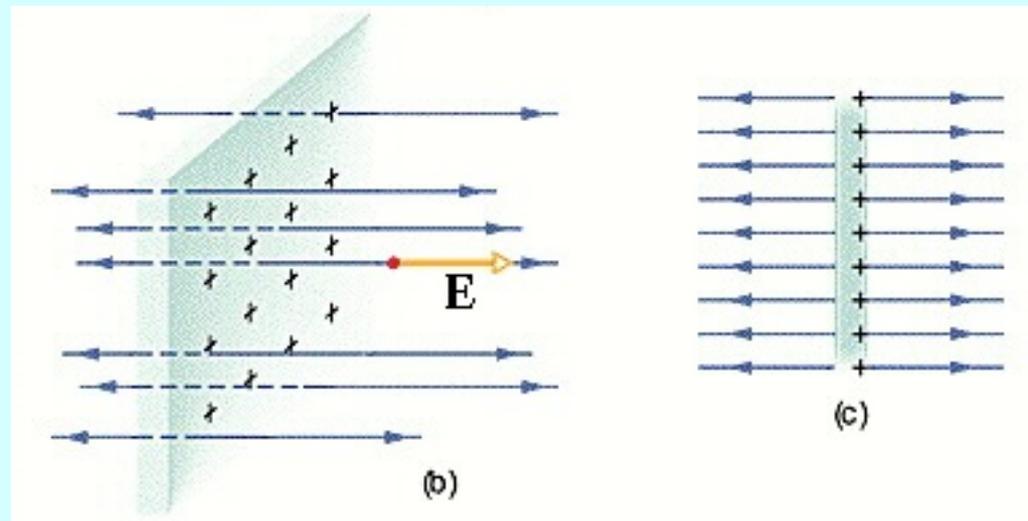


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

- Il campo \mathbf{E} avrà modulo e direzione costante in ogni punto, sarà cioè un *campo uniforme*

Coppia di cariche

- La figura illustra le linee di forza del campo elettrico dovuto a due cariche positive
- Il campo ha *simmetria cilindrica*: non varia cioè se si immagina di ruotare la figura intorno ad un asse verticale passante per le due cariche

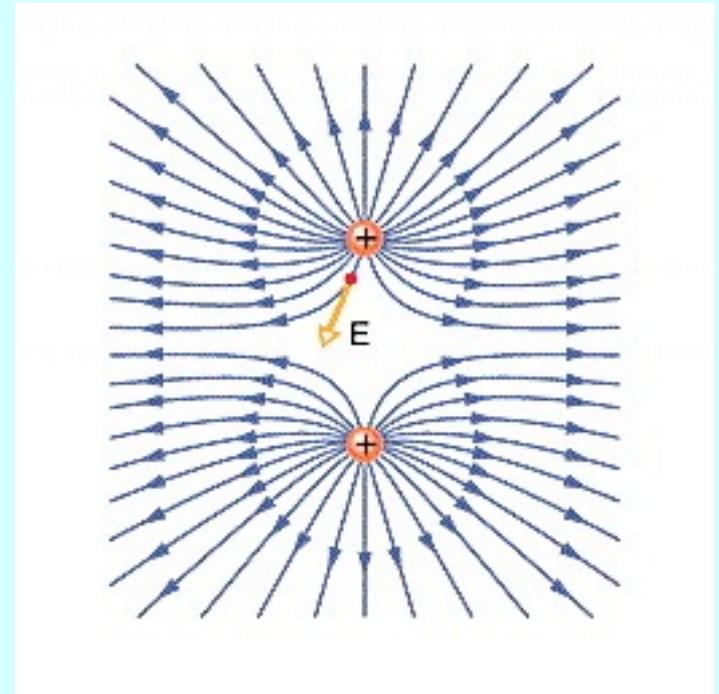


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Dipolo elettrico

- Se le due cariche hanno segno opposto si parla di *dipolo elettrico*
- Il campo del dipolo si può ottenere dal principio di sovrapposizione
- A *grande distanza* conta solo il *momento di dipolo* p

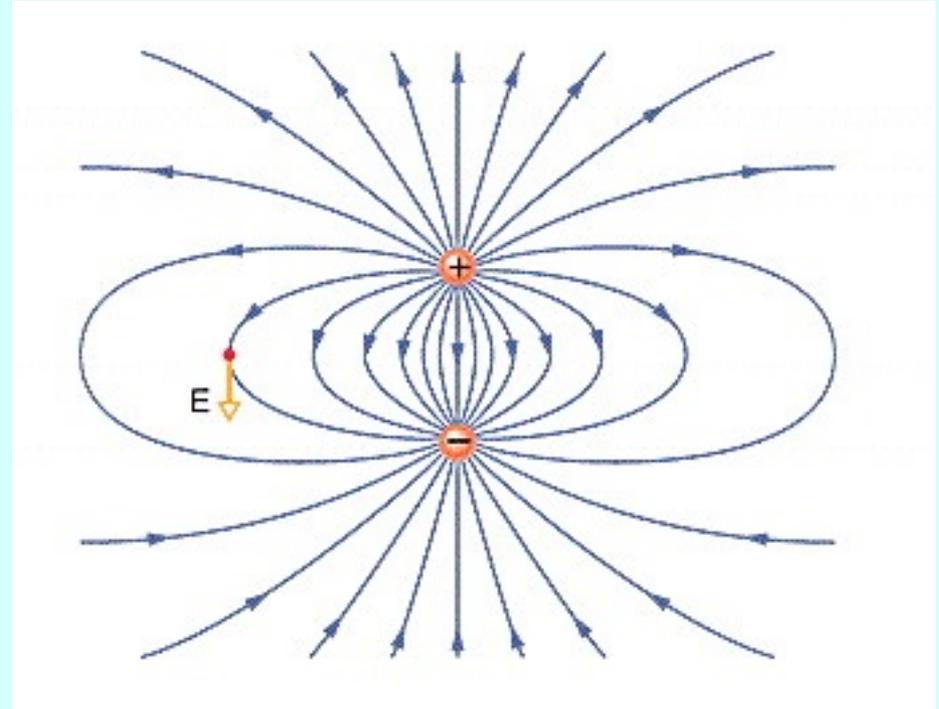


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

$$E \approx \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} \quad (r \gg d)$$

$$\mathbf{p} = q\mathbf{d} = (\text{carica} \times \text{distanza})$$



Dipoli nella materia

- Lo studio dei dipoli elettrici è fondamentale in elettromagnetismo
- Moltissime molecole comuni costituenti della materia sono *dipolari*
- L'acqua è l'esempio più importante

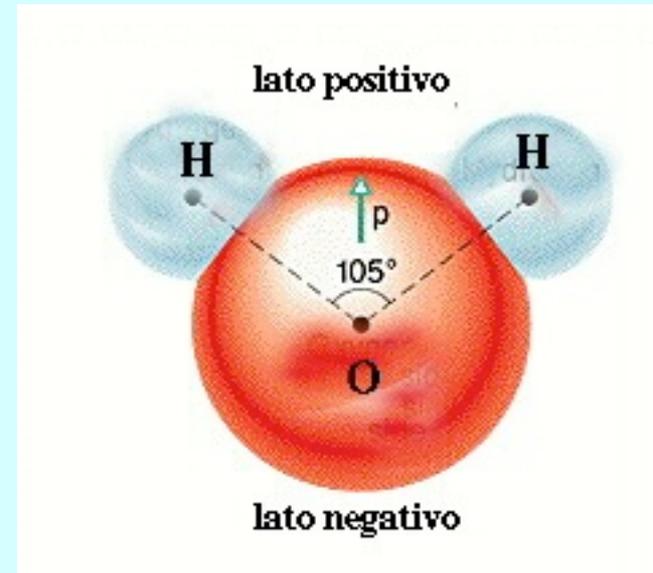


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Cariche in campo elettrico

- Se è noto il campo elettrico in una certa zona dello spazio allora è possibile dedurre la forza agente su una certa carica q

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

I vettori \mathbf{F} ed \mathbf{E} sono concordi se $q > 0$, altrimenti sono discordi

Dipolo in campo elettrico

- Si può valutare l'azione di un campo elettrico su un dipolo
- Risulta che il dipolo risente di un *momento torcente* dato da $\tau = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$
- Inoltre, esiste una *energia potenziale* posseduta dal dipolo immerso nel campo che si scrive

$$U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E} = -pE \cos \theta$$

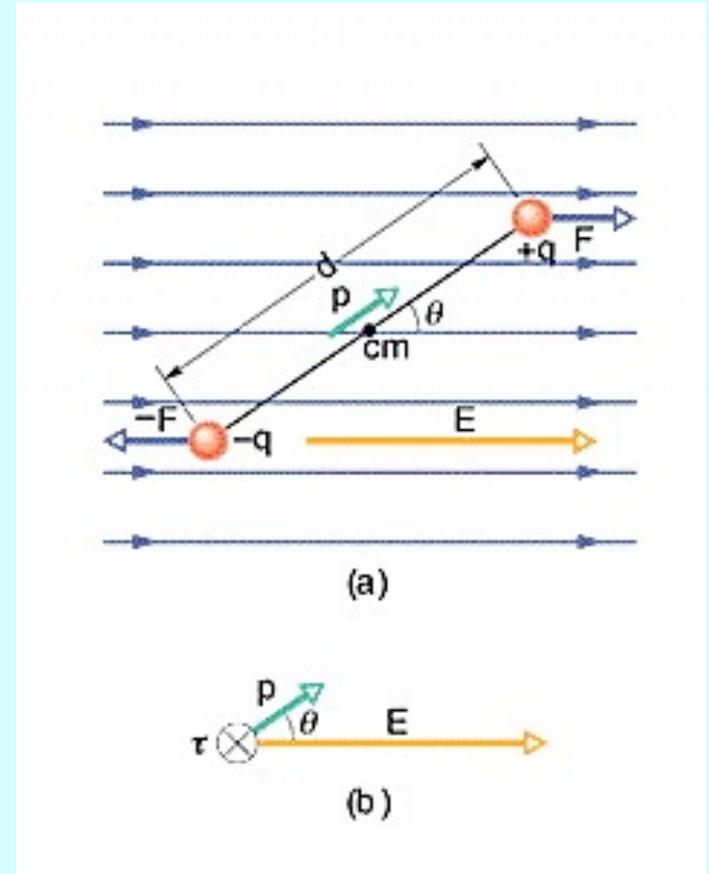


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

La legge di Gauss (introduzione)

- La *legge di Gauss*, partendo da un punto di vista diverso, fornisce un metodo alternativo per affrontare i problemi di elettrostatica
- Si possono in particolare sfruttare le proprietà di simmetria del sistema per semplificare i calcoli
- La legge di Gauss mette in relazione i campi elettrici misurati su una certa superficie chiusa, detta *superficie gaussiana*, con la carica totale contenuta entro la superficie stessa



Karl Friedrich Gauss
1777-1855

Flusso di un campo vettoriale

- Per comprendere la legge di Gauss è necessario il concetto di *flusso di un campo vettoriale* [(a), (b)]
- Si può pensare ad esempio al flusso Φ come il volume di aria che attraversa una superficie di 1 m^2 in 1 s
- Una superficie orientata si può rappresentare con un vettore areale \mathbf{A} [(c)]
- Il flusso si calcola da

$$\Phi = vA \cos \theta = \mathbf{v} \cdot \mathbf{A}$$

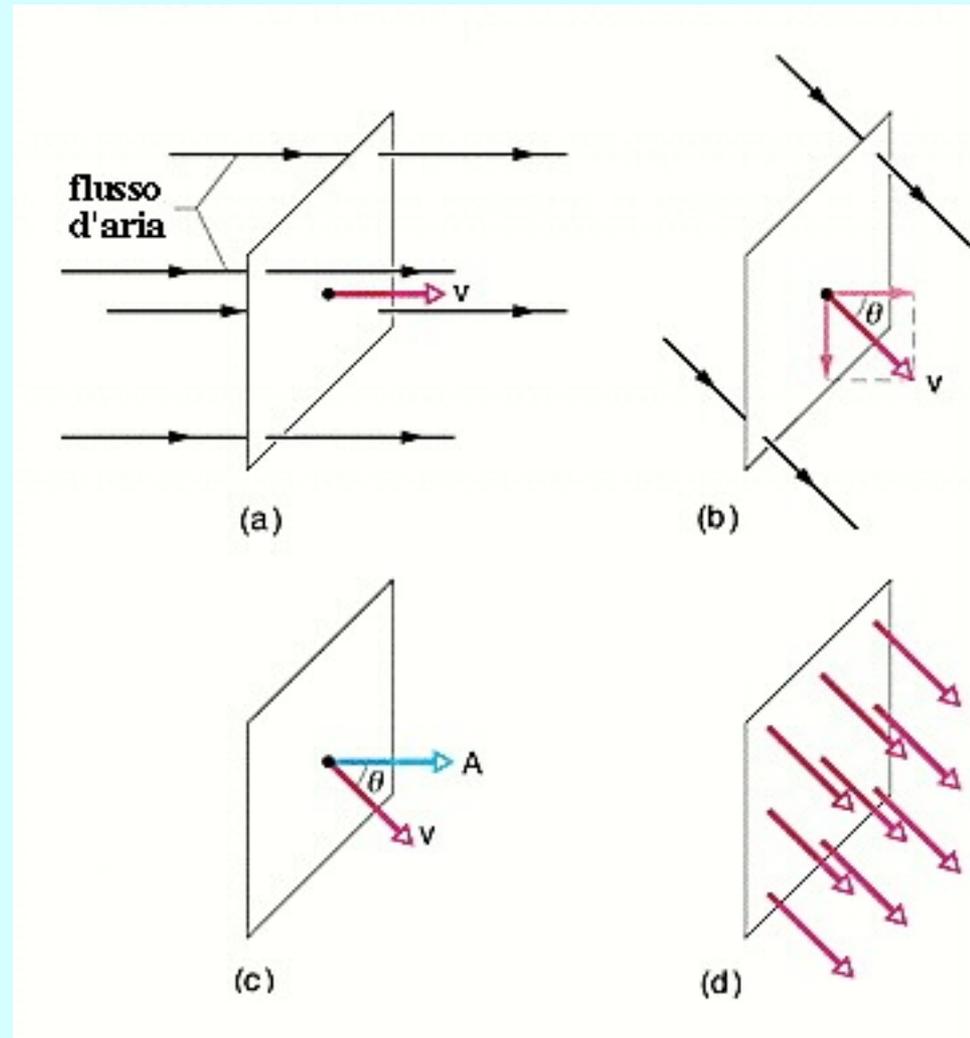


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Flusso del campo elettrico

- In maniera analoga si definisce il flusso del campo elettrico
- La figura mostra una superficie gaussiana chiusa. Il flusso totale del campo elettrico è dato dalla somma dei flussi attraverso tutte le superfici elementari ΔA

$$\Phi = \sum_{\text{sup. di Gauss}} \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{A}$$

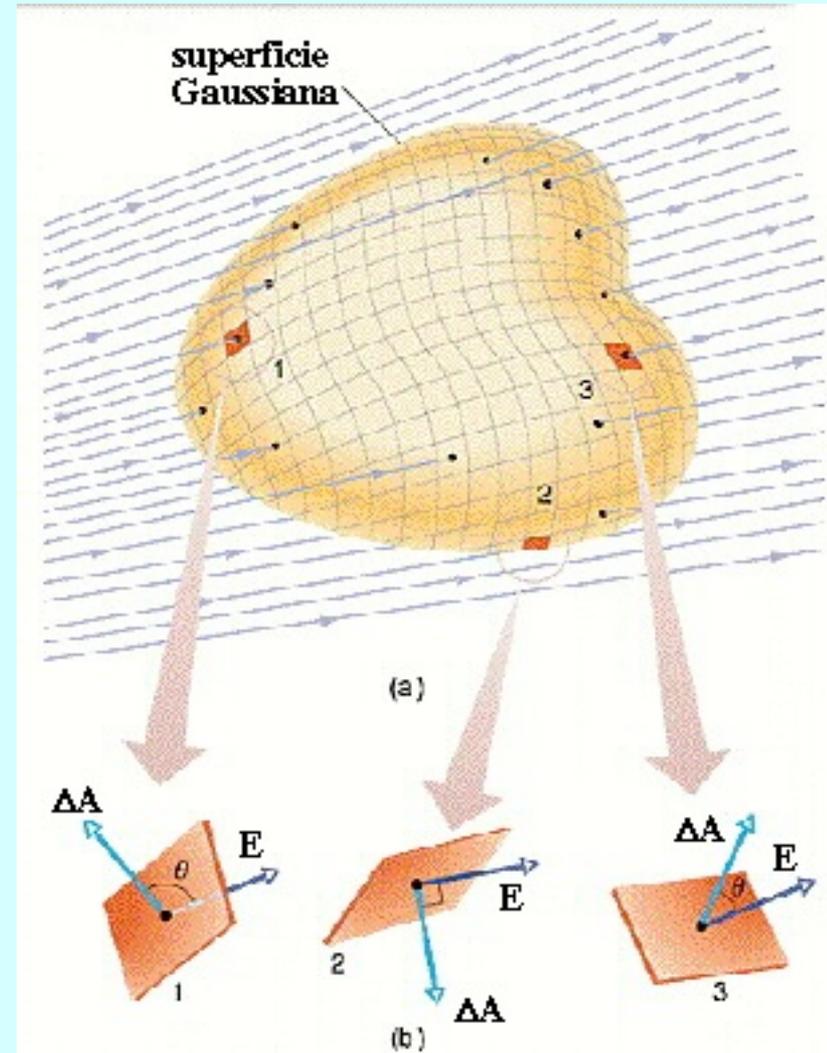


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Flusso del campo elettrico (II)

- Il flusso del campo elettrico è proporzionale al numero *netto* di linee di forza del campo che attraversano la superficie gaussiana
- La definizione esatta di flusso è data da

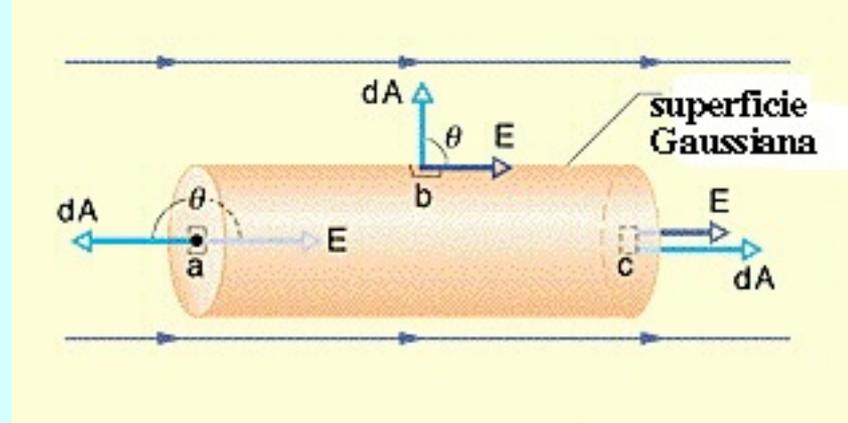
$$\Phi = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

- Il circoletto sul segno di integrale sta a significare che l'integrale va calcolato su una superficie chiusa

Esempio di flusso netto

illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

- Consideriamo un cilindro orizzontale immerso in un campo elettrico uniforme pure orizzontale



- Il flusso attraverso la superficie laterale è dato da

$$\Phi_{\text{lat}} = \int_{\text{sup. lat.}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{\text{sup. lat.}} EdA \cos(\pi/2) = 0$$

- *Il flusso elettrico totale è allora*

$$\Phi = \Phi_{\text{lat}} + \Phi_{+} + \Phi_{-} = 0 + EA - EA = 0$$

- I flussi attraverso le due basi sono

$$\Phi_{+} = \int_{\text{base}} \vec{E} \cdot d\vec{A}_{+} = \int_{\text{base}} EdA \cos(0) = EA$$
$$\Phi_{-} = \int_{\text{base}} \vec{E} \cdot d\vec{A}_{-} = \int_{\text{base}} EdA \cos(\pi) = -EA$$