

Lezione 14 -Ricavare il potenziale dal campo \mathbf{E}

- Immaginiamo di avere un certo campo elettrico \mathbf{E}
- Prendiamo una carica di prova q e facciamo compiere un *percorso infinitesimo* $d\mathbf{s}$ nel campo
- Il campo \mathbf{E} farà un *lavoro infinitesimo* dato da:

$$dL = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = q\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

- Se ora compiamo un *percorso finito* avremo

$$L = \int_i^f q\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$



$$\Delta V = -\frac{L}{q} = -\int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

Percorso in un campo elettrico

illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Percorso in un campo elettrico

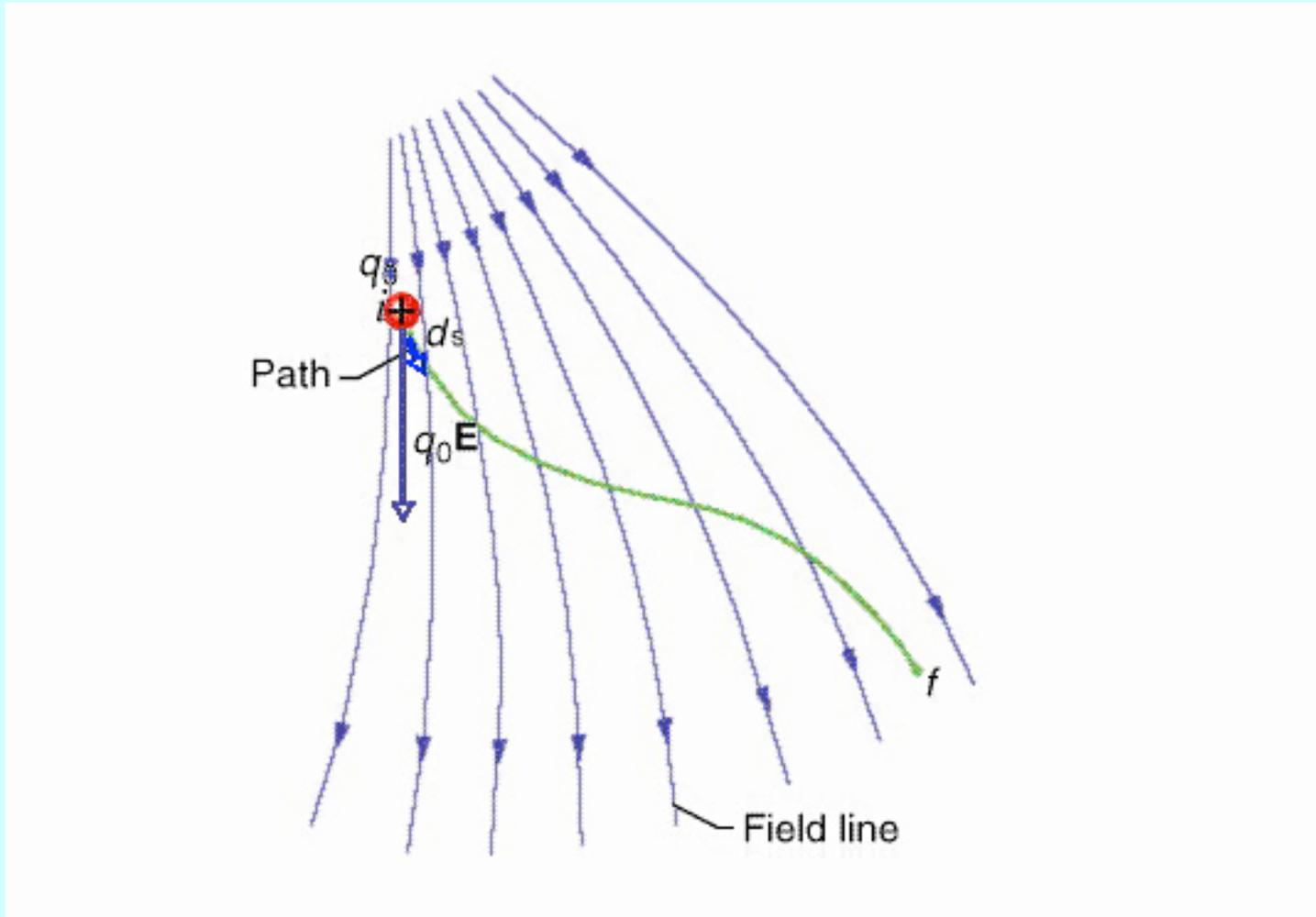


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Potenziale di una carica puntiforme

- Applichiamo la definizione appena vista al calcolo del potenziale dovuto ad una carica puntiforme utilizzando la figura a fianco come guida

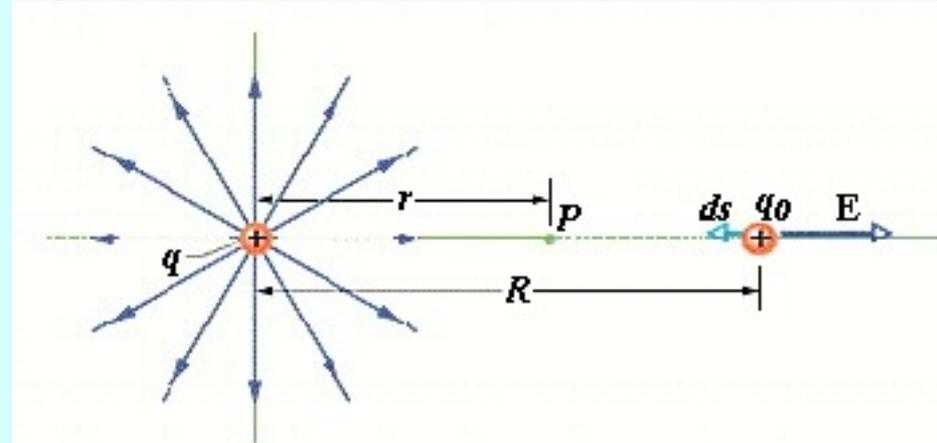


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

- La definizione

$$V_f - V_i = - \int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

dà

$$V = - \int_{\infty}^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \int_{\infty}^P |E| dR$$

$$|E| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}$$

e quindi si ottiene:

$$V = - \int_{\infty}^P \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} dR = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^P \frac{dR}{R^2} = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{R} \right]_{\infty}^P = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

notare che V ha lo stesso segno di q

Carica puntiforme positiva

- Rappresentazione 3D del potenziale dovuto ad una carica puntiforme positiva
 - il valore del picco $V(0)$ (dovrebbe essere ∞) è troncato ad un valore finito nella rappresentazione

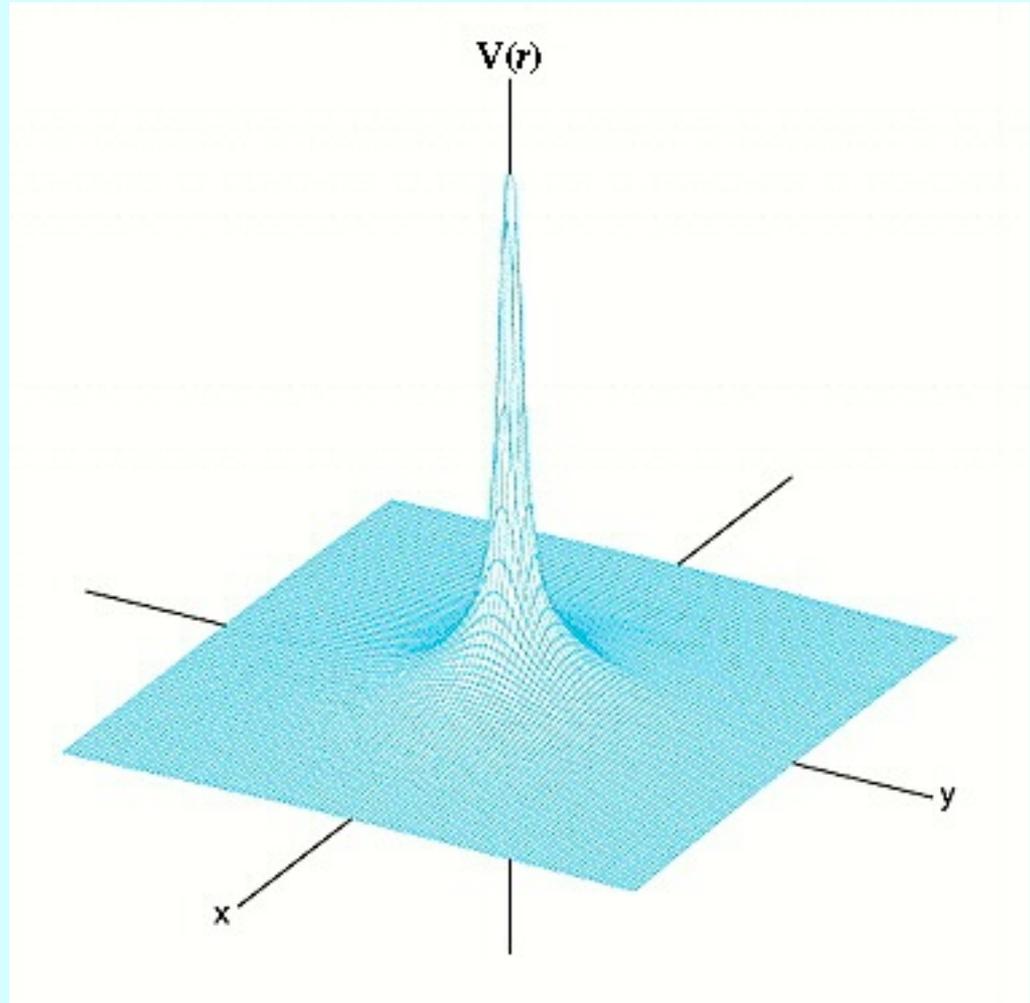


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Superfici equipotenziali

- Le superfici equipotenziali sono il luogo dei punti nello spazio aventi tutti lo stesso potenziale elettrico
- Non si compie lavoro per spostare una carica lungo una superficie equipotenziale

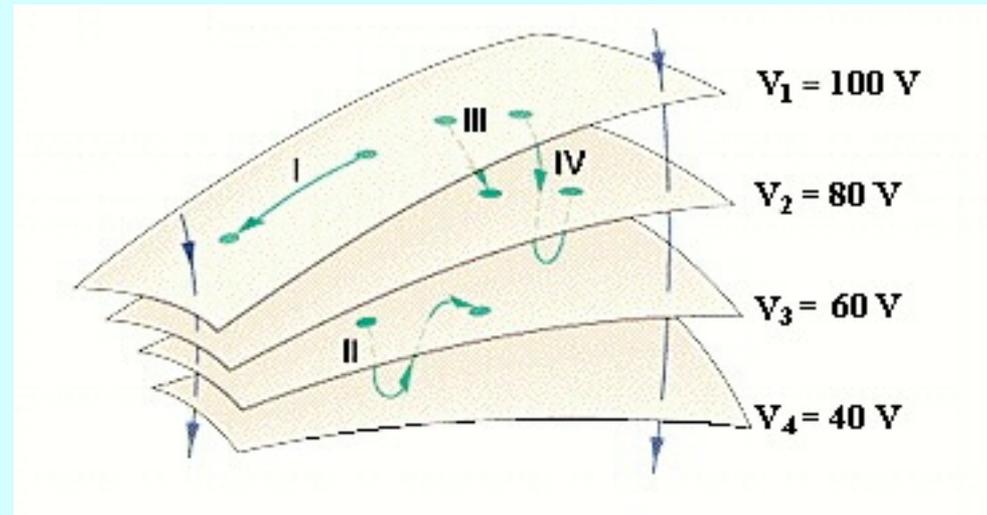


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Percorso I \Rightarrow lavoro = 0

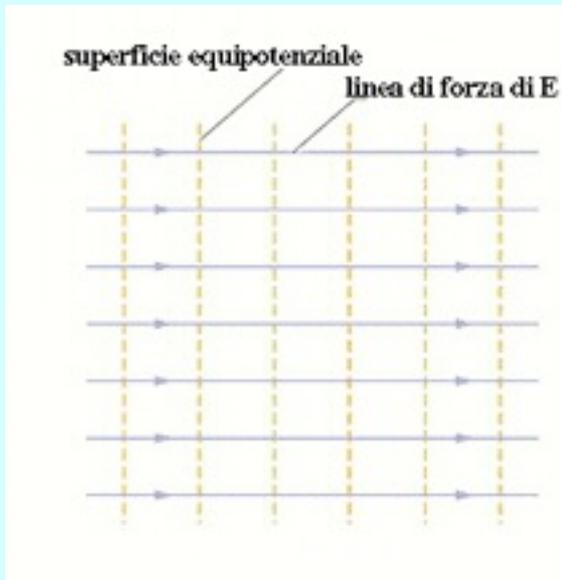
Percorso II \Rightarrow lavoro = 0

Percorso III \Rightarrow lavoro = L

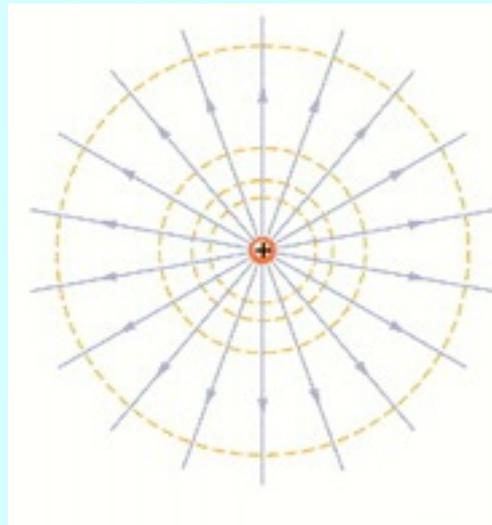
Percorso IV \Rightarrow lavoro = L

Superfici equipotenziali e linee di forza

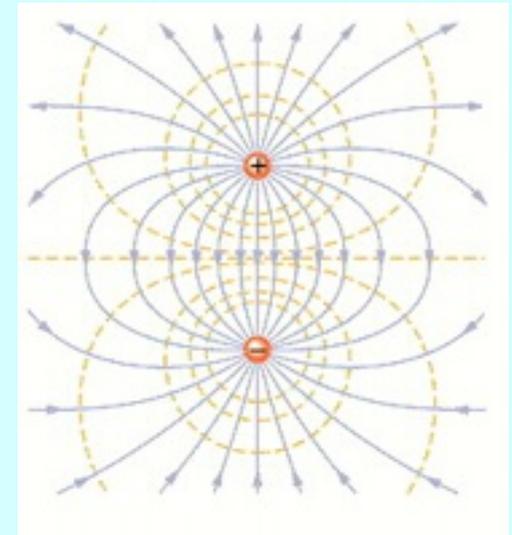
- Le linee di forza del campo elettrico sono sempre ortogonali alle superfici equipotenziali:



campo uniforme



carica puntiforme



dipolo elettrico

Ricavare il campo dato il potenziale

- Procedimento grafico
 - si tracciano le superfici equipotenziali
 - le linee di forza, sempre perpendicolari alle superfici equipotenziali, indicano l'andamento del campo elettrico \mathbf{E}
- Procedimento analitico
 - si prende una carica di prova q_0 e le si fa percorrere uno spostamento ds da una superficie equipotenziale ad un'altra adiacente
 - si ricava il lavoro infinitesimo fatto e quindi la ddp
 - si deduce la relazione tra potenziale e campo

Relazione tra campo e potenziale

- Il lavoro dL corrispondente allo spostamento ds tra due superfici equipotenziali è

$$dL = q_0 E \cos \theta ds$$

- D'altra parte, per spostare una carica q_0 tra le due superfici bisogna attraversare una ddp dV e quindi si compie un lavoro dL pari a

$$dL = -q_0 dV$$

- Ne segue allora che

$$-q_0 dV = q_0 (E \cos \theta) ds$$



$$E \cos \theta = -\frac{dV}{ds} \Rightarrow E_{\text{componente lungo } s} = -\frac{\partial V}{\partial s}$$

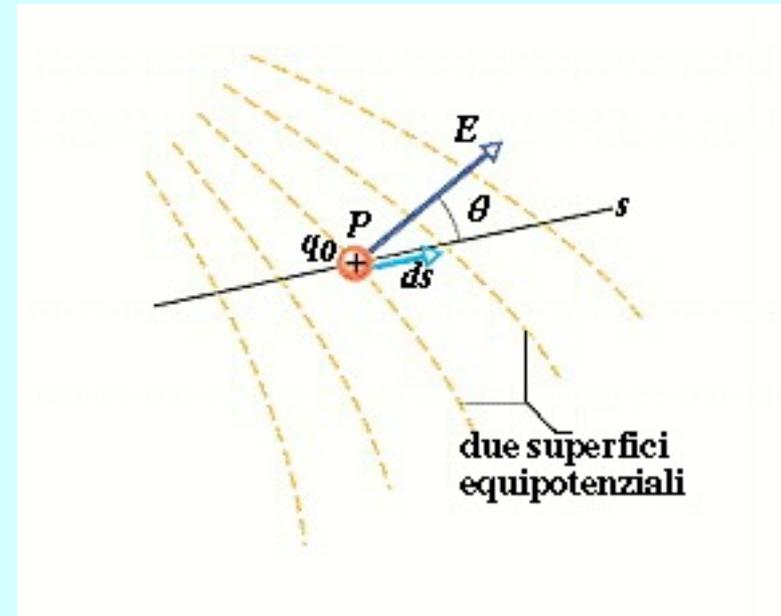


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano



Relazione tra campo e potenziale II

- La componente del campo elettrico \mathbf{E} in una data direzione è la *derivata cambiata di segno* del potenziale elettrico V rispetto alla distanza percorsa in quella direzione:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} ; E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} ; E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Potenziale in un conduttore isolato

- Se una carica in eccesso viene posta su un conduttore isolato, essa si distribuisce sulla sua superficie in modo che *tutti punti del conduttore* siano allo *stesso potenziale*
- Infatti, siccome è sempre $\mathbf{E} = 0$ all'interno di un conduttore, dalla definizione

$$V_f - V_i = -\int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

si ottiene $V_f = V_i$ per ogni possibile coppia di punti i ed f all'interno del conduttore

Conduttore isolato in campo esterno

- Se un conduttore isolato viene immerso in un campo elettrico esterno, gli elettroni di conduzione si dispongono sulla superficie in modo tale che il campo all'interno risulti nullo e che tutti i punti del conduttore siano equipotenziali
- La carica superficiale non si distribuisce uniformemente, ma si addensa sugli spigoli
- Siccome all'interno è $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ si dice che un conduttore cavo fornisce uno *schermo elettrostatico* (detto anche gabbia di Faraday)

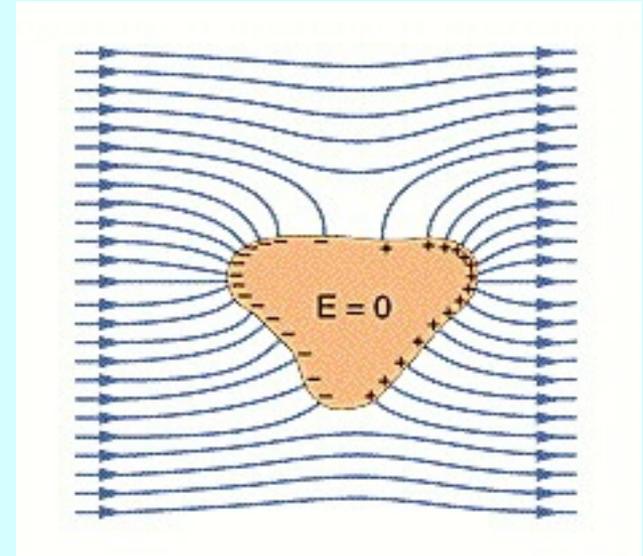


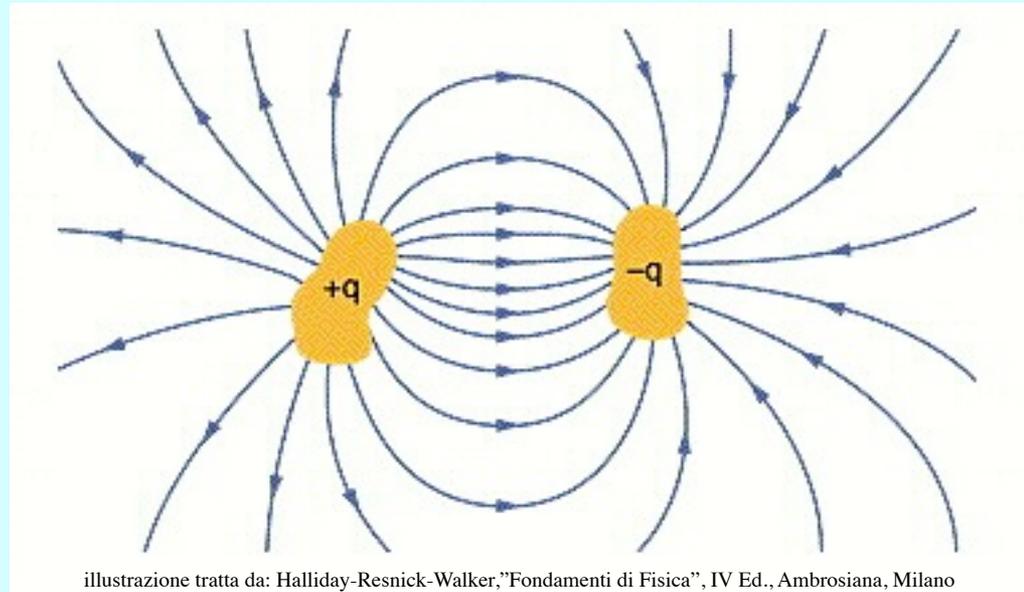
illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Condensatori

- Un condensatore è un dispositivo capace di immagazzinare un certa quantità di energia potenziale elettrica
- Analoghi meccanici:
 - un peso sollevato ad una certa quota
 - una molla compressa (...)
- Impieghi dei condensatori:
 - circuiti di sintonia
 - memorie di calcolatori
 - flash, defibrillatori (...)

Condensatore base

- Gli elementi base di un condensatore generico sono due conduttori isolati fra loro
- I conduttori possono avere una forma qualsiasi e vengono detti *piatti* o *armature*



- Quando il condensatore è carico i piatti portano ciascuno cariche uguali ed opposte di modulo q

Condensatore piano

- Un particolare tipo di condensatore molto comune è il *condensatore piano* o a piatti piani e paralleli
- E' formato da *due conduttori piani* di area A disposti parallelamente ad una distanza d (per il momento tra i piatti c'è il vuoto)
- Se il condensatore viene caricato, i piatti possiedono cariche $+q$ e $-q$ e tra le armature c'è un *campo elettrico* il cui andamento è rappresentato in figura

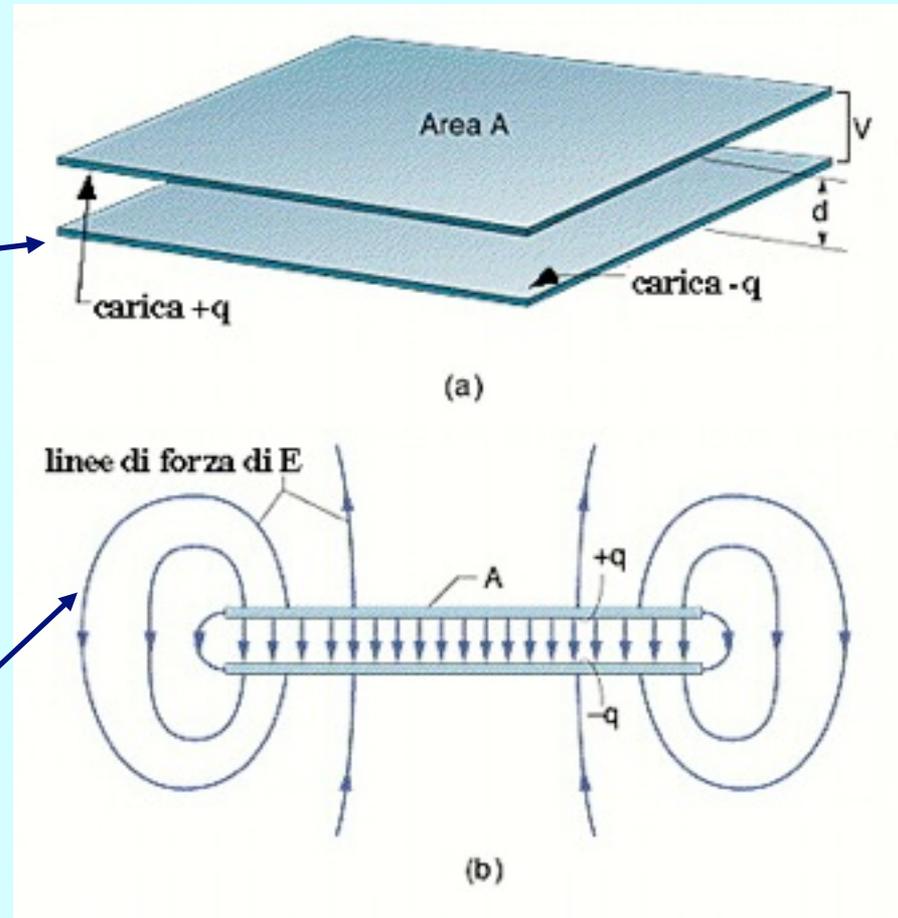


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Capacità

- Quando si dice che un condensatore ha una carica q , si intende dire che sui piatti sono presenti cariche uguali ed opposte $+q$ e $-q$
- Poichè i piatti del condensatore sono conduttori essi sono anche superfici equipotenziali e a condensatore carico esiste fra i piatti una *ddp* che chiameremo V
- La carica q e la *ddp* V sono proporzionali tra loro:

$$q = CV$$

- La costante C si chiama *capacità del condensatore* e dipende solo dalla geometria dei piatti