

Lezione 15 - Capacità

- Quando si dice che un condensatore ha una carica q , si intende dire che sui piatti sono presenti cariche uguali ed opposte $+q$ e $-q$
- Poichè i piatti del condensatore sono conduttori essi sono anche superfici equipotenziali e a condensatore carico esiste fra i piatti una *ddp* che chiameremo V
- La carica q e la *ddp* V sono proporzionali tra loro:

$$q = CV$$

- La costante C si chiama *capacità del condensatore* e dipende solo dalla geometria dei piatti

Calcolo della capacità

- Per calcolare la capacità C di un dato condensatore si procede così:
 - si suppone che ci sia una carica q sui piatti
 - usando la legge di Gauss si calcola il campo \mathbf{E} tra i piatti
 - da \mathbf{E} si ricava la ddp V tra piatti partendo dalla definizione di potenziale
 - dall'equazione $q = CV$ si ricava C
- Le unità di misura della capacità sono:

$$[\text{Capacità}] = 1 \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} = 1 \frac{\text{C}}{\text{V}} = 1 \text{ F} = 1 \text{ Farad}$$

Notare che una capacità di 1 Farad è molto grande: nei casi pratici si hanno capacità del tipo del microfarad ($1 \mu\text{F} = 10^{-6}$ Farad)

Capacità di un condensatore piano

- Calcoliamo ora ad esempio la capacità di un condensatore piano supponendo che la *distanza tra i piatti sia piccola rispetto alle dimensioni degli stessi*: in questo modo si possono trascurare gli *effetti ai bordi*
- Supponiamo che sui piatti sia presente una carica q e valutiamo il campo E tra le armature usando la legge di Gauss e la superficie gaussiana della figura



Capacità di un condensatore piano II

$$\frac{q}{\epsilon_0} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = EA$$

superficie gaussiana

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

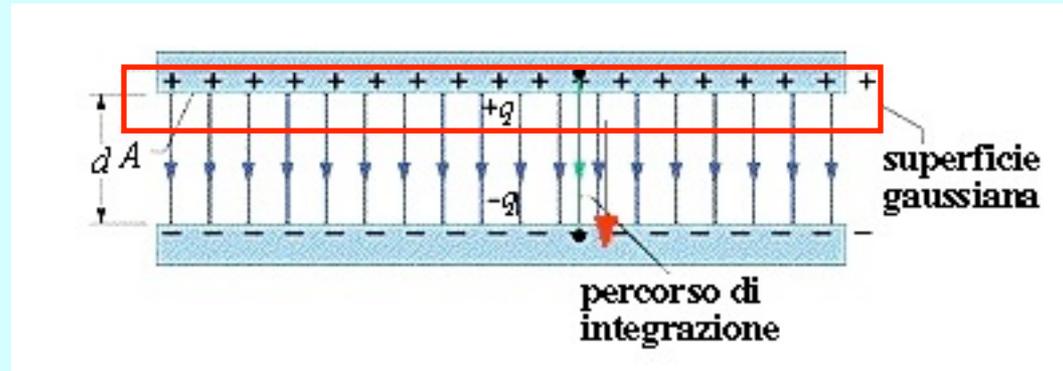


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

- Dalla definizione di differenza di potenziale si ha:

$$V_f - V_i = - \int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \int_{\text{piatto } +}^{\text{piatto } -} E ds = -Ed$$

$$ddp = V = |V_f - V_i| = Ed$$

- La capacità C è allora:

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{Ed} = \frac{q\epsilon_0 A}{qd} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Energia in un campo elettrico

- Per *caricare un condensatore*, e quindi creare un campo elettrico, ci deve essere *un agente esterno che compia un lavoro*
- Quando una batteria carica un condensatore spostando cariche sulle armature, parte dell'energia chimica della batteria viene spesa per spostare le cariche e creare quindi il campo elettrico tra le armature

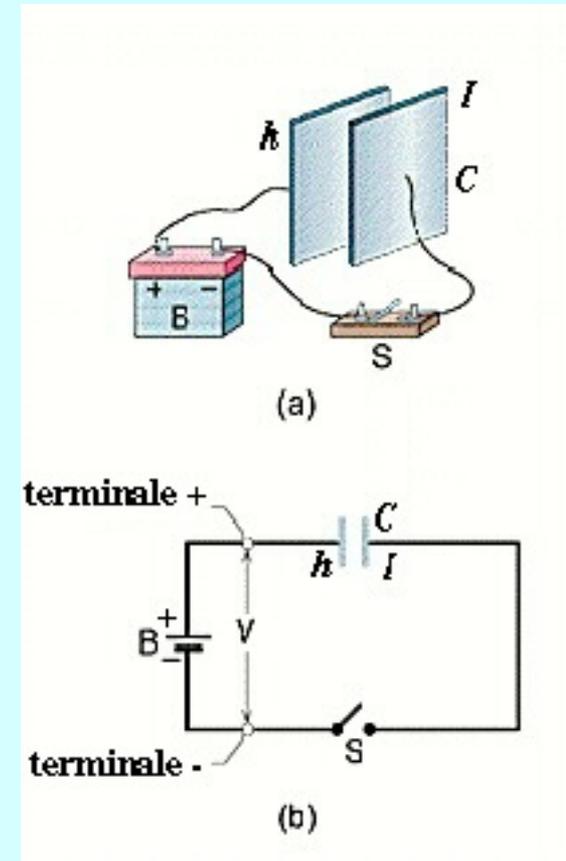


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker, "Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Energia potenziale in un campo elettrico

- Il lavoro compiuto per caricare un condensatore può essere allora pensato come immagazzinato nel campo elettrico sotto forma di energia potenziale elettrica U
- Questa energia può essere ad esempio recuperata scaricando il condensatore in un circuito
- Se si carica un condensatore di capacità C con una carica q si compie un lavoro

$$L = \frac{q^2}{2C}$$

- Quindi *l'energia immagazzinata nel condensatore è*

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2$$

Densità di energia

- Visto che per stabilire un campo elettrico nello spazio è necessario spendere energia, è possibile pensare di associare allo spazio stesso, quando è sede di campo elettrico, una densità di energia
- Si può valutare questa densità di energia nel caso del condensatore piano:

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

energia

volume
tra le piastre

$$\text{Vol} = Ad$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

capacità

Densità
di energia

$$u = \frac{U}{\text{Vol}} = \frac{CV^2}{2Ad} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} \frac{V^2}{Ad} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{V}{d} \right)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$