

# Geometria 2

Anno accademico 2023-2024

## Foglio di esercizi n.2

14 marzo 2024

- 1) Determinare l'equazione parametrica della retta  $r$  di  $\mathbb{A}^2$  passante per il punto  $Q = (1, 2)$  e avente direzione  $v = (3, 4)$ .
- 2) Determinare l'equazione parametrica della retta  $s$  di  $\mathbb{A}^3$  passante per il punto  $Q = (1, 2, 0)$  e avente direzione  $v = (3, 4, 0)$ .
- 3) Determinare le equazioni cartesiane delle rette dei due esercizi precedenti.
- 4) In uno spazio affine  $\mathbb{A}$  su un  $\mathbb{K}$ -spazio vettoriale  $V$ , provare che  $\forall P, Q \in \mathbb{A}, \forall v \in V$  vale

$$(Q + v) - (P + v) = Q - P.$$

- 5) Sia  $\pi_1$  il piano di  $\mathbb{A}^3$  passante per  $P = (1, 2, 3)$  e di giacitura  $\langle (0, 1, 0), (2, -1, 1) \rangle$ . Inoltre sia  $\pi_2$  il piano di  $\mathbb{A}^3$  passante per i punti  $A = (1, 0, 0), B = (0, 0, 1), C = (3, 1, 2)$ .

Determinare le equazioni cartesiane e la posizione reciproca dei piani  $\pi_1$  e  $\pi_2$ .

- 6) Nello spazio affine reale  $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$  si consideri il punto  $P = (1, 0, -1)$ . Si determini la retta passante per  $P$  e parallela alla retta di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = -1 \\ -x + z = 0. \end{cases}$$

- 7) Si consideri il piano  $L \subset \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^4$  di equazioni cartesiane

$$L: \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

Determinare equazioni parametriche per  $L$ .

- 8) Si verifichi che i due piani affini  $L$  ed  $L'$  in  $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^4$  definiti dalle equazioni cartesiane seguenti sono sghembi:

$$L: \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_2 + 3x_4 = -1 \end{cases} \quad L': \begin{cases} 2x_1 - x_3 = 2 \\ x_1 - x_3 - x_4 = -1 \end{cases}$$

- 9) Siano  $Q_1, \dots, Q_m$  punti dello spazio affine  $\mathbb{A}_{\mathbb{K}}^n$ . Dimostrare che il sottospazio affine  $L = [Q_1, \dots, Q_m]$  generato dai punti dati è l'insieme di tutti e soli i punti  $P$  della forma

$$P = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$$

al variare degli  $\alpha_i \in \mathbb{K}$  con

$$\alpha_1 + \dots + \alpha_m = 1.$$

Si dimostri inoltre che per un punto qualunque  $P \in L$  una tale combinazione lineare è unica se e solo se i punti  $Q_1, \dots, Q_m$  sono affinementemente indipendenti.