

Università di Trieste
Dipartimento di Ingegneria e Architettura

Corso di
Progettazione e riabilitazione
Sismica delle Strutture

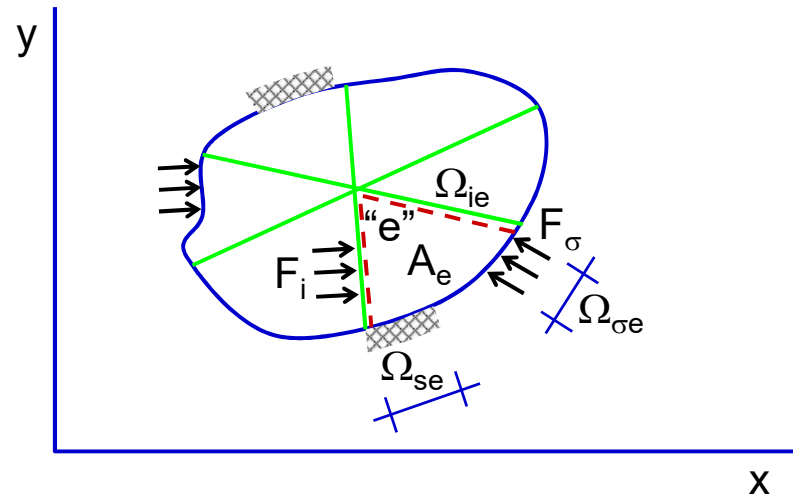
Modulo 1: Progettazione strutturale in zona sismica

MODELLAZIONE STRUTTURALE

Prof. Ing. Natalino Gattesco

PREMESSA

Si suppone di suddividere il continuo assegnato in un numero finito di elementi di dimensione finita



Il campo di forze assegnato sia equilibrato.

Come campo di spostamenti si considera una variazione del campo di spostamenti effettivo.

PREMESSA

Per l'elemento "e" generico si scrive il PLV nella forma $L_i^{(e)} = L_e^{(e)}$

$$\int_{A_e} \delta D^T \Pi da = \int_{A_e} \delta S^T F_v da + \int_{\Omega_{\sigma e}} \delta S^T \bar{F}_\sigma d\omega + \int_{\Omega_{se}} \delta S^T F_s d\omega + \int_{\Omega_{ie}} \delta S^T F_i d\omega$$

D è il vettore deformazione

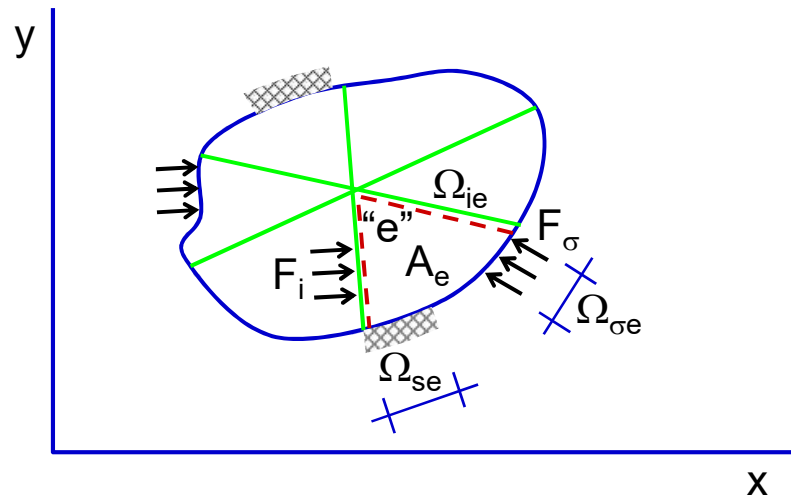
Π è il vettore tensione

F_v forze di volume

\bar{F}_σ forze sul contorno

F_s reazioni vincolari

F_i forze interelementari



PREMESSA

Se si considerano campi di spostamenti virtuali tali che:

- *Rispettino la continuità su tutta la struttura (quindi spostamenti uguali in Ω_i per elementi adiacenti)*
- *Rispettino la condizione di $\delta S=0$ su Ω_s*

Sommando le equazioni prima viste per tutti gli elementi si ha:

$$\sum_e \int_{A_e} \delta D^T \Pi da = \sum_e \int_{A_e} \delta S^T F_v da + \sum_e \int_{\Omega_{\sigma e}} \delta S^T \bar{F}_\sigma d\omega + \sum_e \int_{\Omega_{se}} \delta S^T F_s d\omega + \sum_e \int_{\Omega_{ie}} \delta S^T F_i d\omega$$

In questa equazione si ha però:

$$\sum_e \int_{\Omega_{se}} \delta S^T F_s d\omega = 0 \quad \text{perché } \delta S = 0 \quad \text{su } \Omega_{se}$$

$$\sum_e \int_{\Omega_{ie}} \delta S^T F_i d\omega = 0$$

essendo a coppie uguali ed opposti i lavori compiuti dalle forze interelementari

PREMESSA

Ne segue:

$$\sum_e \int_{A_e} \delta D^T \Pi da = \sum_e \int_{A_e} \delta S^T F_v da + \sum_e \int_{\Omega_{\sigma e}} \delta S^T \bar{F}_\sigma d\omega$$

Si fa notare che questo risultato è stato ottenuto imponendo su Ω_i la continuità dei soli spostamenti virtuali e non delle deformazioni.

Questa continuità, inoltre, è stata richiesta, non come ipotesi per l'applicabilità del PLV, ma come condizione per l'annullarsi degli integrali sulle frontiere degli elementi.

METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

Se il continuo assegnato è costituito da elementi monodimensionali, trattati secondo la teoria tecnica delle travi, il procedimento porta alla scrittura di equazioni di tipo algebrico.

Invece, per sistemi bidimensionali e tridimensionali gli integrali delle equazioni non sono sviluppabili in forma chiusa.

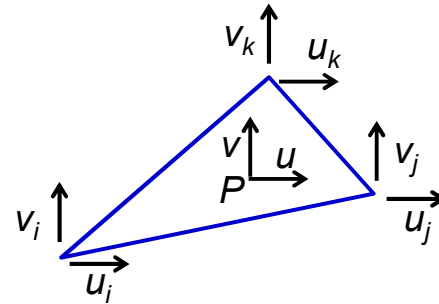
Si imposta allora la soluzione in questa forma:

- *si assumono come incognite gli spostamenti di un numero finito di punti, detti nodi. Tali nodi individuano nella struttura un reticolo che ne rappresenta la suddivisione in elementi.*
- *si rappresentano gli spostamenti all'interno di ogni elemento mediante funzioni del punto in cui si valutano gli spostamenti e degli spostamenti dei nodi che sottendono l'elemento.*

METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

Per il generico elemento, sia Y il vettore degli spostamenti nodali

$$Y^T = [u_i \quad v_i \quad u_j \quad v_j \quad u_k \quad v_k]$$



ed N una matrice con le funzioni interpolanti gli spostamenti; nel generico punto P dell'elemento, gli spostamenti $S^T = [u \quad v]$ sono

$$S = NY$$

Indicando con L un operatore lineare, il campo delle deformazioni corrispondente agli spostamenti S è dato dalla relazione

$$D = LS = LNY = BY$$

Risulta pure espresso in funzione degli spostamenti nodali tramite la matrice B (di congruenza interna).

METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

In assenza di distorsioni, le tensioni (sforzi) sono legate alle deformazioni dalla legge elastica

$$\Pi = k_o D = k_o B Y$$
$$k_o = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

Materiale isotropo, stato piano di tensione

si considera un campo di spostamenti virtuali definito attraverso le stesse funzioni di interpolazione da una variazione degli spostamenti nodali ed il corrispondente campo di deformazioni

$$\delta S = N \delta Y \quad \delta D = B \delta Y$$

Se le funzioni interpolanti sono state scelte in modo da assicurare la continuità degli spostamenti all'interno del corpo ed il rispetto dei vincoli, i campi di spostamento δS vengono a rispettare le condizioni di validità della

$$\sum_e \int_{A_e} \delta D^T \Pi da = \sum_e \int_{A_e} \delta S^T F_v da + \sum_e \int_{\Omega_{\sigma e}} \delta S^T \bar{F}_\sigma d\omega$$

METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

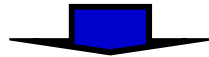
Sostituendo si ottiene

$$\underbrace{\sum_e \delta Y^T \left(\int_{A_e} B^T k_o B da \right)}_{K^*} Y = \underbrace{\sum_e \delta Y^T \int_{A_e} N^T F_v da}_{F^e} + \underbrace{\sum_e \delta Y^T \int_{\Omega_{\sigma e}} N^T \bar{F}_\sigma d\omega}_{\bar{F}^e}$$

$$\sum_e \delta Y^T K^* Y = \sum_e \delta Y^T F^e + \sum_e \delta Y^T \bar{F}^e$$

Considerando matrici e vettori di uguale significato, ma riferiti all'intera struttura, si può scrivere

$$\delta Y^T K Y = \delta Y^T F + \delta Y^T \bar{F}$$



$$K Y = F + \bar{F}$$

K matrice di rigidezza dell'intera struttura

METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

- *il campo di spostamenti esaminato è continuo nell'intero corpo, ivi compresa la frontiera tra elementi*
- *sono rispettate le condizioni di equilibrio.*

La soluzione così ottenuta rispetta equilibrio e congruenza, quindi, potrebbe sembrare la soluzione esatta del problema

In realtà l'equazione $KY=F+\bar{F}$ è condizione necessaria ma non sufficiente per l'equilibrio, perchè è stata ottenuta considerando campi di spostamento virtuali che variano all'interno dell'elemento secondo modi prefissati dalle funzioni di interpolazione N adottate.

La $KY=F+\bar{F}$ può essere interpretata come un'equazione di equilibrio ai nodi tra forze nodali equivalenti alle tensioni interelementari che, localmente, non sono equilibrate.

CONDIZIONI DI CONVERGENZA

La soluzione di un problema con il metodo degli elementi finiti è approssimata, è quindi necessaria la definizione delle condizioni di convergenza del metodo e la stima del grado di accuratezza.

Per condizioni di convergenza si intendono quelle condizioni che, al progressivo infittimento della discretizzazione, assicurano la convergenza alla soluzione esatta.

Se si considerano le equazioni indefinite di equilibrio, se è $2m$ l'ordine massimo di derivazione operata sulle variabili principali del problema; nell'espressione dell'energia potenziale l'ordine massimo di derivazione è m , nelle condizioni al contorno geometriche è $r < m$ e nelle condizioni al contorno statiche è $m \leq s < 2m$.

aste, membrane, solidi			
$2m=2$	$m=1$	$r=0$	$s=1$

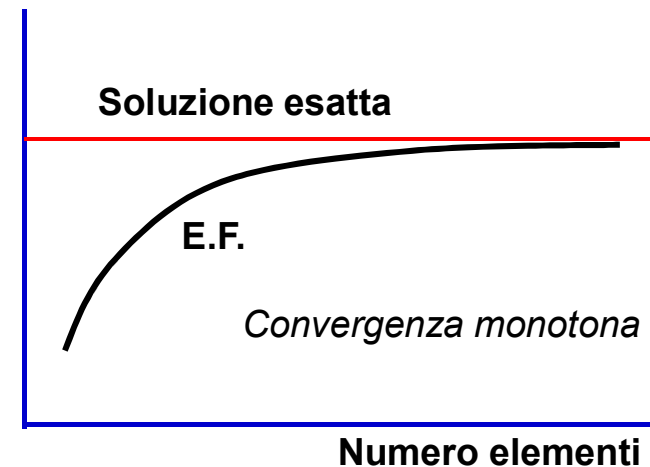
travi, piastre inflesse			
$2m=4$	$m=2$	$0 \leq r \leq 1$	$2 \leq s < 4$

CONDIZIONI DI CONVERGENZA

La soluzione per E.F. converge a quella esatta se le funzioni di forma adottate soddisfano i seguenti requisiti

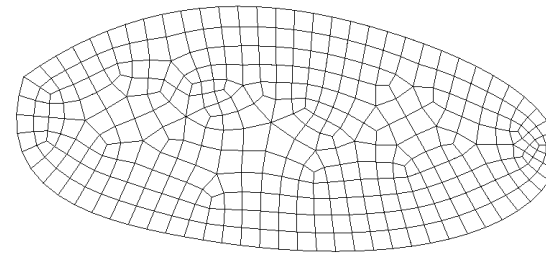
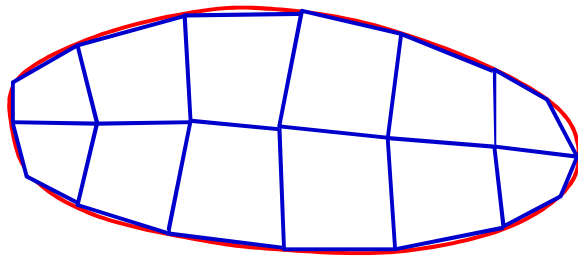
- Elemento Conforme {
1. All'interno dell'elemento devono essere continue con le loro derivate fino all'ordine m ; devono avere continuità C_m (**Completezza**)
 2. Alle interfacce tra gli elementi le funzioni di spostamento devono essere continue con le loro derivate fino all'ordine $(m-1)$ C_{m-1} (**Compatibilità**)
 3. Il loro comportamento non dipende dall'orientamento, ovvero godono dell'**isotropia geometrica**
- } Elemento completo

	Equilibrio	Congruenza
Entro gli elementi	NO	SI (con cont. C_m)
Alle interfacce	NO	SI (con cont. C_{m-1})
Ai nodi	SI	SI



NATURA DEGLI ERRORI NELLE SOLUZIONI

- 1. Errori di discretizzazione** (*differenza tra il valore esatto e quello calcolato con il metodo degli E.F. dovuto alla discretizzazione del continuo*)

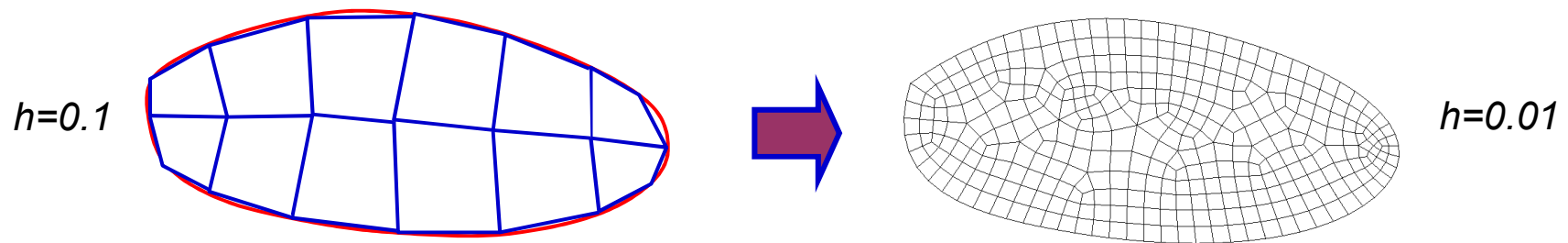


- 2. Errori dipendenti dai procedimenti numerici adottati nella soluzione** (*integrazioni numeriche, soluzione sistema di equazioni*)
- 3. Errori insiti nelle caratteristiche della soluzione approssimata adottata** (*es. stato di sforzo negli elementi*)

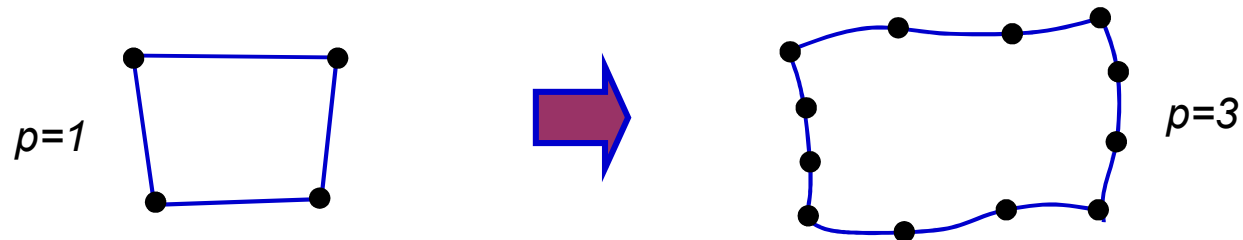
ERRORI DI DISCRETIZZAZIONE

Tali errori dipendono dalla dimensione dell'elemento e dal grado delle funzioni interpolanti

All'aumentare del numero di elementi e quindi al tendere a zero della dimensione dell'elemento la soluzione tende al valore esatto

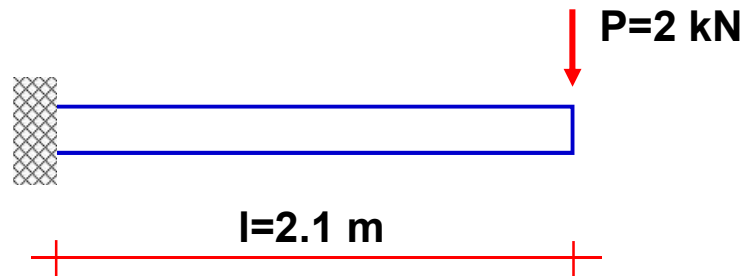


La soluzione diventa sempre più accurata al crescere del grado delle funzioni di forma, ossia all'aumentare dei nodi per elemento



ERRORI DI DISCRETIZZAZIONE

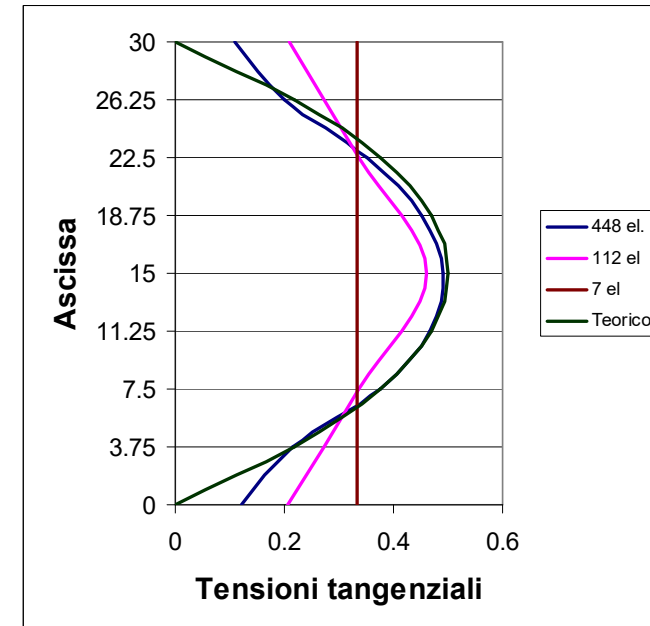
*Esempio di trave a mensola modellata con elementi piani a 4 nodi:
variazione dimensione del singolo elemento ($h = 53, 106, 424 \text{ mm}$)
(448, 112, 7 elementi)*



Sezione 30x2 cm
Acciaio E=206 GPa

*I risultati sono riassunti nella tabella
(discret. 7, 112, 448 elementi)*

Num. el.	Freccia (mm)	Teorica (mm)	Max σ (MPa)	Teorica (MPa)
7	0.6691	0.6739	13.00	14.0
112	0.6727		13.64	
448	0.6733		13.71	



MISURA DELL'ERRORE

Una stima dell'errore sulla variabile primaria può essere valutata semplicemente ricordando che l'ordine di grandezza della norma dell'errore è espresso dalla relazione

$$\|e\| = \|u - u_h\| \approx \gamma_0 h^{p+1}$$

dove γ_0 è una costante indipendente da u (soluzione esatta) e u_h (soluzione approssimata con reticolo h e funzione interp. di grado p).

Questa espressione, nel monodimensionale, si ricava sviluppando in serie di Taylor la soluzione esatta, troncata al grado $p+1$.

ESEMPIO NUMERICO

L'ordine di grandezza dell'errore consente di stimare una soluzione più accurata noti i valori ottenuti da due valori diversi della dimensione h

$$\frac{u_1 - \bar{u}}{u_2 - \bar{u}} = \frac{\gamma_0 h^{p+1}}{\gamma_0 (h')^{p+1}}$$

$$\bar{u} = \frac{u_1 (h')^{p+1} - u_2 h^{p+1}}{(h')^{p+1} - h^{p+1}}$$

**Stima migliore della
soluzione esatta**

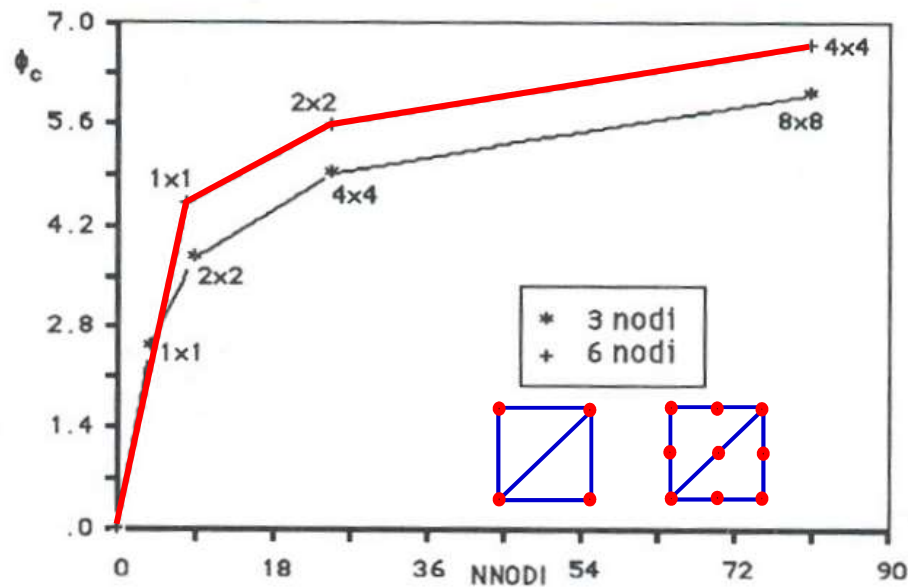
*Considerando l'esempio della trave a mensola, si ha $h=106$ mm,
 $h'=53$ mm, $p=1$, $u_1=0.6691$ mm, $u_2=0.6727$ mm*

$$\bar{u} = \frac{0.6691 \cdot 53^2 - 0.6727 \cdot 106^2}{53^2 - 106^2} = 0.6739 \text{ mm}$$

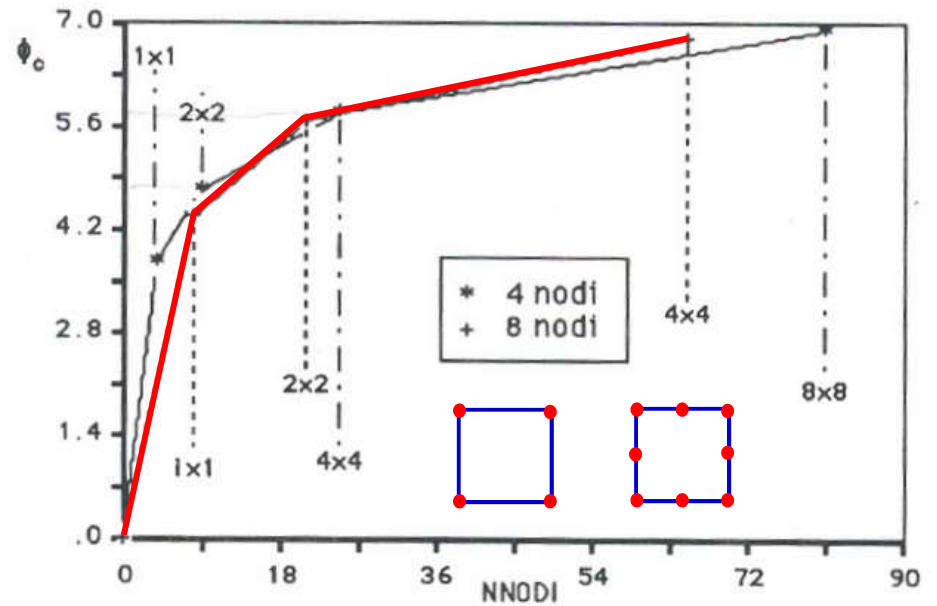
SCELTA ELEMENTO

Si evidenziano in figura i test di convergenza di due tipi diversi di elemento triangolare e quadrangolare

Elemento triangolare a 3 e 6 nodi



Elemento quadrangolare lineare a 4 nodi ed elemento *serendipity* a 8 nodi



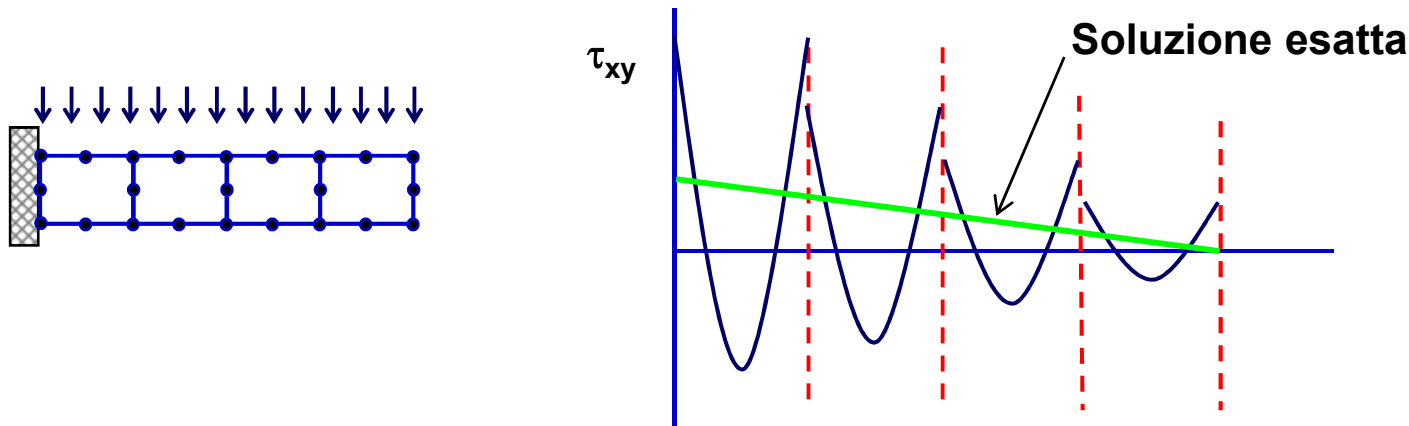
STATI DI SFORZO

Si è visto che lo stato di sforzo nell'elemento è dato da

$$\Pi = k_o B Y$$

Il vettore Π contiene una valutazione approssimata degli sforzi. Nella soluzione per E.F. l'equilibrio è infatti soddisfatto solo in media e non nel generico punto.

Si va quindi ad esaminare il grado di attendibilità delle tensioni ottenute. Un caso emblematico è il seguente.



STATI DI SFORZO

Questo si verifica perché, essendo le funzioni di forma del tipo

$$\begin{array}{c}
 \mathbf{N} \rightarrow \begin{array}{ccc} & & 1 \\ & x & y \\ x^2 & xy & y^2 \\ & x^2y & xy^2 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 B = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_j}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_j}{\partial x} \end{bmatrix}
 \quad
 \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = BY$$

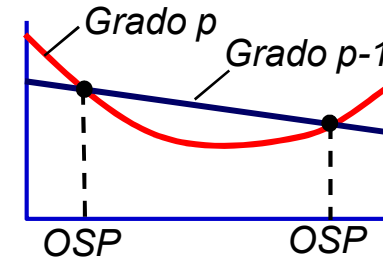
Le tensioni tangenziali quindi variano con legge quadratica, visto che γ_{xy} è ottenuto per derivazione delle funzioni di forma.

Per ottenere una soluzione corretta è quindi necessario manipolare l'operatore B in sede di calcolo delle tensioni oppure ricorrere a opportune strategie.

OPTIMAL SAMPLING POINTS

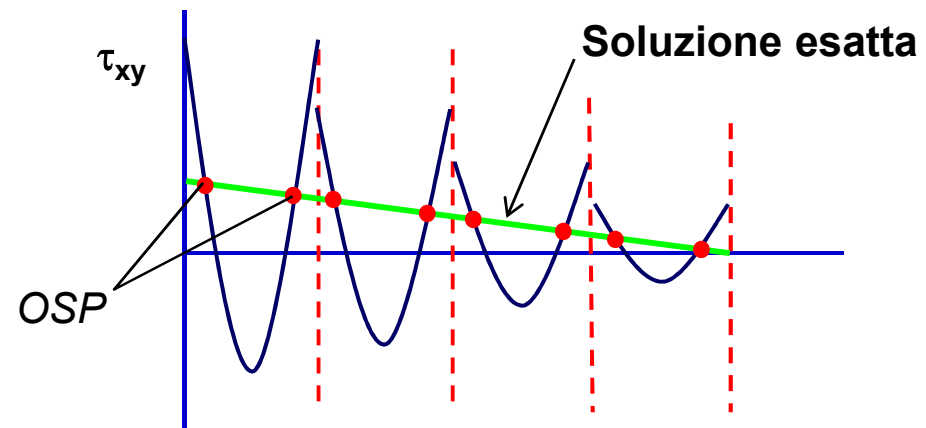
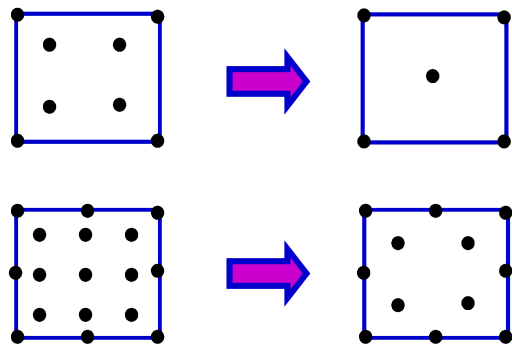
Ricordando che la soluzione

$$\Pi = k_0 B Y$$



è corretta in media, ma è localmente errata, esisteranno dei punti all'interno dell'elemento in cui i valori sono quelli corretti. Si tratta quindi di individuare questi punti (Optimal Sampling Points) che sono in numero $p-1$ nel monodimensionale, $(p-1) \times (p-1)$ nel bidimensionale

Una buona stima per gli OSP sono i punti di Gauss del reticolo $(p-1)$



ERRORI DI MODELLAZIONE

Accanto agli errori dovuti alla discretizzazione ed al tipo di elemento finito adottato, vanno considerati anche i seguenti errori di modellaz.

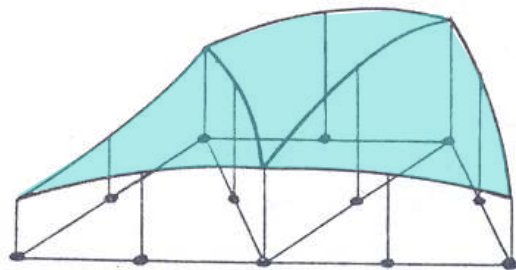
- *modellazione dei vincoli reali di tipo fisso (appoggi, cerniere, incastri)*
- *modellazione di sconnessioni interne reali o virtuali*
- *modelli per i materiali (costanti elastiche, E , ν)*
- *modellazione di vincoli cedevoli elasticamente (trave, o struttura su suolo elastico)*
- *modellazione di zone soggette a concentrazioni di sforzi (appoggi puntuali di strutture bidimensionali, travi che scaricano su strutture bidimensionali, ecc.)*

INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI

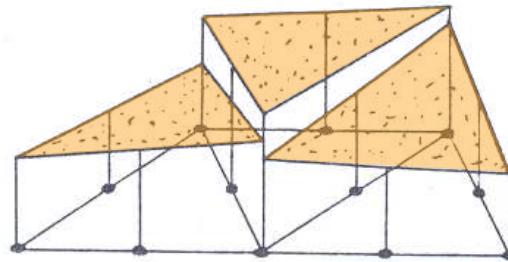
I risultati ottenuti da un'analisi strutturale, soprattutto nel caso di utilizzo di elementi piani o solidi, riguardano enormi quantità di dati e quindi vengono rappresentati in forma grafica.

E' necessario ricordare che

- i risultati in termini di tensioni sono in genere discontinui sui nodi per cui vanno regolarizzati con opportune funzioni di "smoothing" (i valori del singolo elemento non hanno significato)*
- i principali programmi forniscono anche degli indici di precisione dei risultati basati sull'entità dei gradini di tensione nei nodi*



Spostamenti



Tensioni

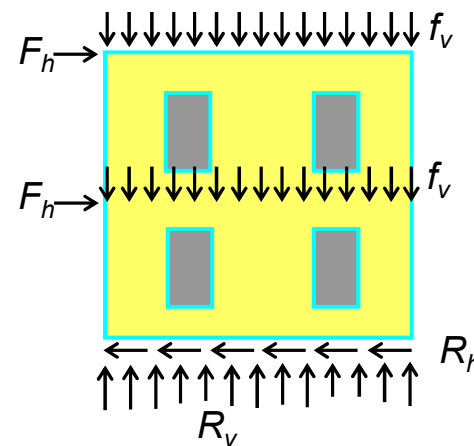
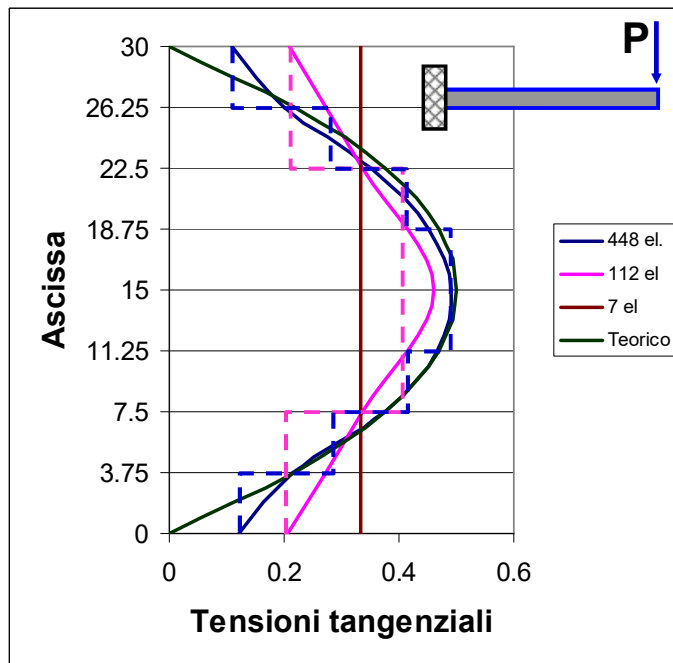
$$i = \frac{0.5(Val_{max} - Val_{min})}{Val_{max, globale}}$$

$$0 \leq i \leq 0.5$$

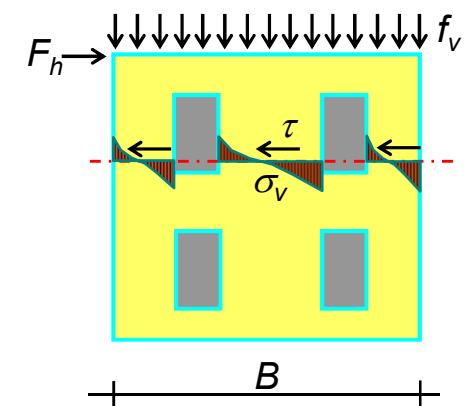
INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI

E' necessario ricordare anche che

- i risultati sono inficiati dai limiti del modello e dell'elemento adottato*
- necessario eseguire verifiche di equilibrio globale, con le reazioni vincolari ed anche con qualche integrazione di tensioni, per controllare che non ci sia stata qualche omissione accidentale di dati*



$$\begin{aligned} \sum f_v B + \sum R_v &= 0 \\ \sum F_h + \sum R_h &= 0 \\ \sum M &= 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sum f_v B + \int \sigma_v da &= 0 \\ \sum F_h + \int \tau da &= 0 \\ \sum M &= 0 \end{aligned}$$

INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI

- *mai accontentarsi ciecamente di quanto fornisce la macchina*
- *eseguire anche controlli grossolani mediante metodi manuali semplici che si basano solo sull'equilibrio, ad esempio con schemi a traliccio, con l'analisi limite, ecc.*
- *la soluzione può ritenersi "robusta" se sono state dedicate tutte le attenzioni elencate*

Gli strumenti di calcolo automatico permettono di risolvere problemi complessi con un grado di accuratezza elevato, ma non concedono maggiori disattenzioni e minori conoscenze allo strutturista, che anzi deve avere una preparazione tecnico-scientifica sempre più elevata se si vogliono evitare i "disastri".

CONSIDERAZIONI DI MODELLAZIONE

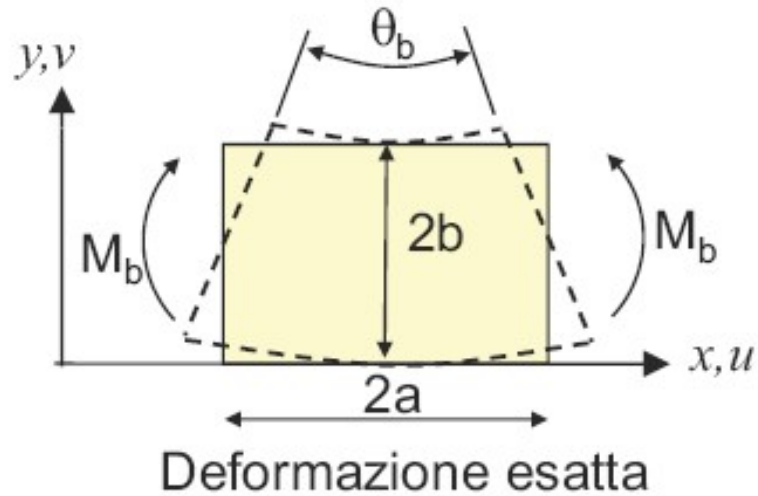
- *Quali elementi si devono usare: biella, trave, membrana, shell, solido?*
- *Se piani: triangolari o rettangolari?*
- *Quanti elementi? Quanto deve essere fitta la mesh?*

Per rispondere a queste domande si deve comprendere come si comporta la struttura e come si comportano gli elementi. Un elemento può rappresentare un campo di spostamenti non più complicato della formulazione contenuta nella sua formazione.

Per questo motivo non si possono utilizzare elementi a 3 o 4 nodi da soli in quanto non possono rappresentare una variazione lineare della deformazione e perchè hanno il problema dello shear locking.

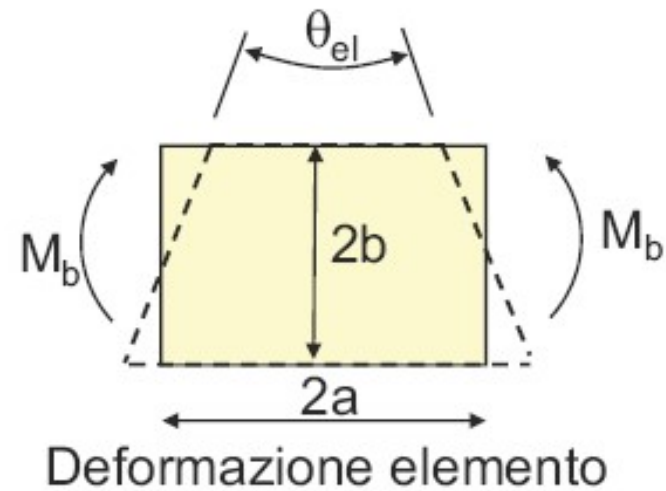
SHEAR LOCKING

DIFETTO: deformazione di taglio parassita (parasitic shear)



$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= -\varrho_b y/2a \\ \varepsilon_y &= \nu \varrho_b y/2a \\ \gamma_{xy} &= 0\end{aligned}$$

Scorrimento angolare **nullo**



$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= -\varrho_{el} y/2a \\ \varepsilon_y &= 0 \\ \gamma_{xy} &= -\varrho_{el} x/2a\end{aligned}$$

Scorrimento angolare **non nullo**

CONSIDERAZIONI DI MODELLAZIONE

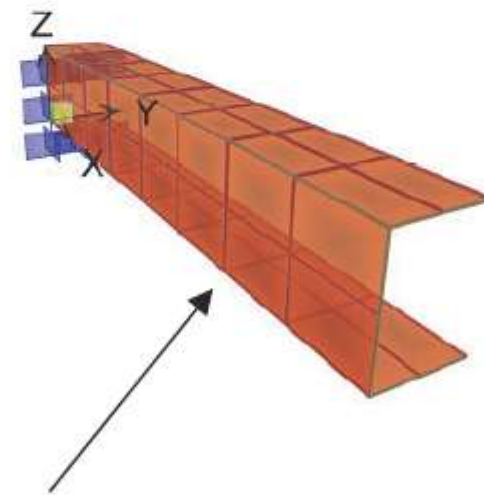
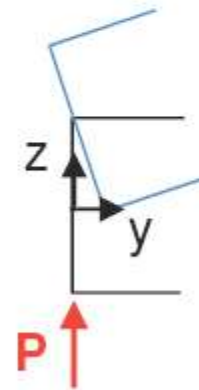
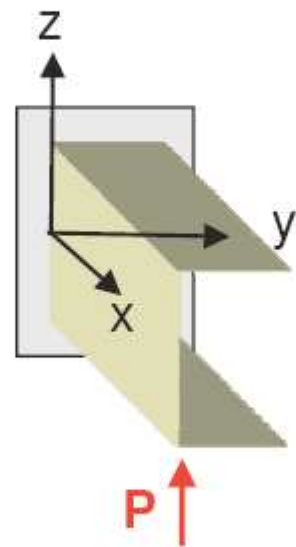
“KEEP IT SIMPLE”, Carlos Felippa

1. Usare l'elemento più semplice in grado di risolvere il problema
2. Mai usare elementi complicati se non si conoscono perfettamente
3. Usare la mesh più grossa (coarse) possibile in grado di catturare il comportamento della struttura.

CONSIDERAZIONI DI MODELLAZIONE

Strutture sottili

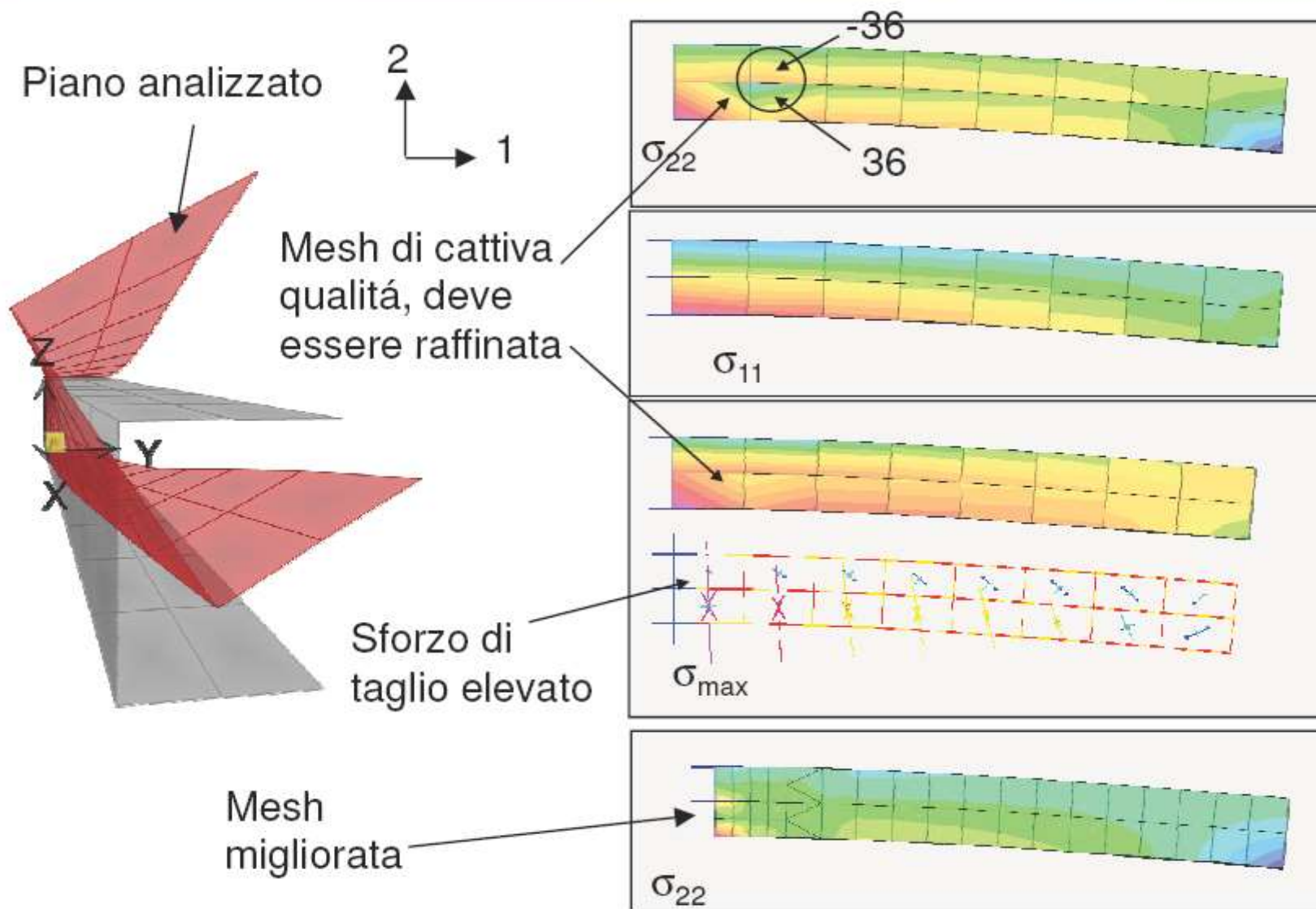
Le strutture sottili hanno modi di deformarsi più complesse delle travi tradizionali



Elementi shell a 4 nodi
con d.o.f.

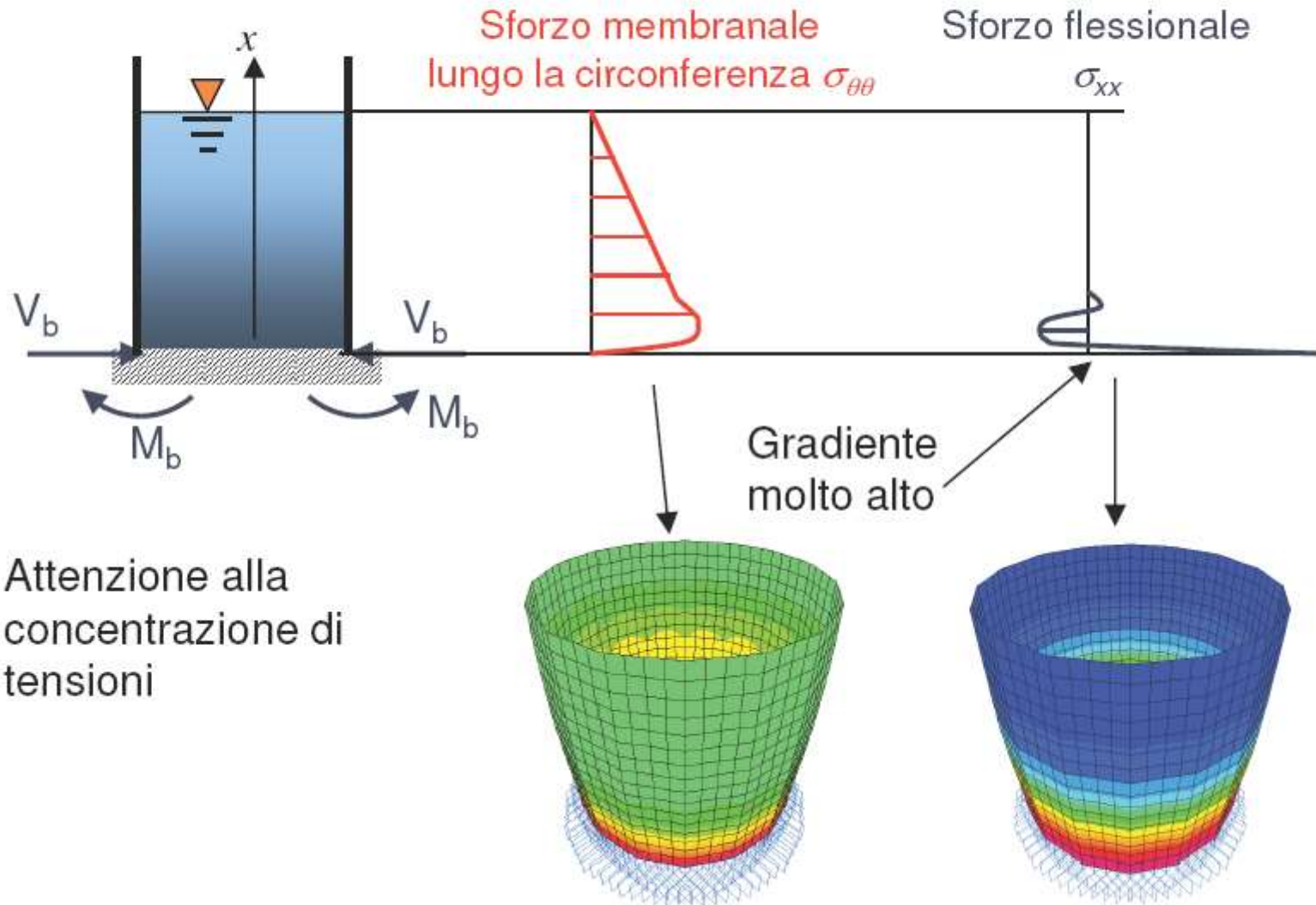
CONSIDERAZIONI DI MODELLAZIONE

Strutture sottili



CONSIDERAZIONI DI MODELLAZIONE

Strutture sottili: serbatoi

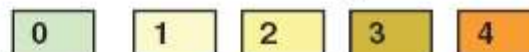


CONSIDERAZIONI DI MODELLAZIONE—

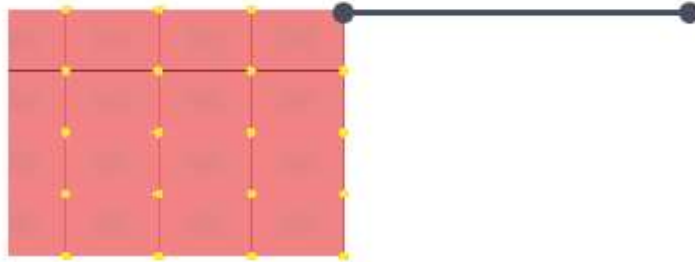
Connessione tra elementi diversi

	Reticolare	Telaio	Membrana	Piastra	Shell	Solido
Reticolare	OK	OK	Dz	OK	OK	OK
Telaio	Rx, Ry, Rz	OK	Rx, Ry, Rz, Dz	Rx (drilling) Dx, Dy	Rx (drilling)	Rx, Ry, Rz
Membrana	OK	OK	OK	Dx, Dy	OK	OK
Piastra	Rx, Rz	OK	Rx, Rz	OK	OK	Rx, Rz
Shell	Rx, Ry, Rz	OK	Rx, Ry, Rz, Dz	Dx, Dz	OK	Rx, Rz
Solido	OK	OK	Dz	Dx, Dz	OK	OK

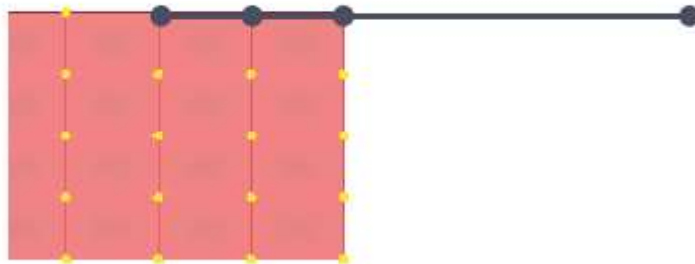
Gradi di libertà persi:



CONNESSIONI TRA ELEMENTI



Elementi trave connessi a elementi senza *drilling* d.o.f. Il nodo di connessione si comporta come una cerniera

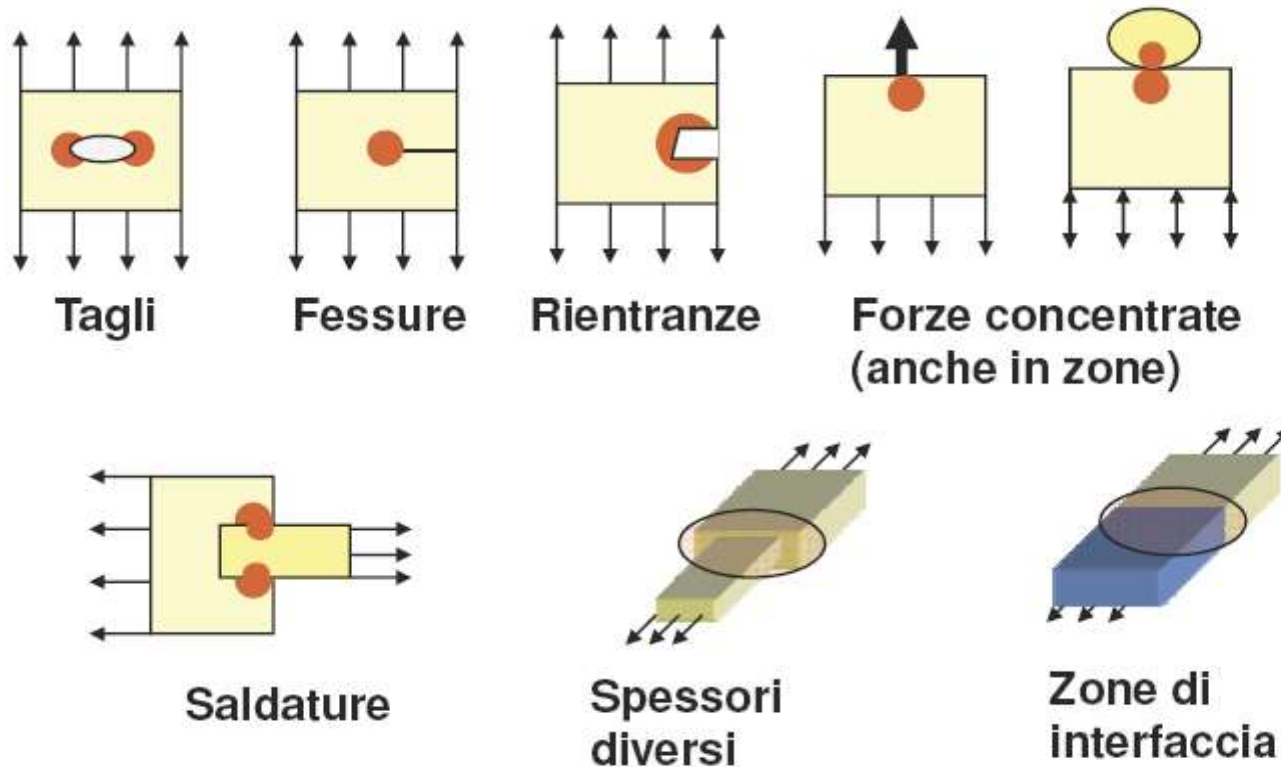


Si può allungare la trave facendo attenzione poiché gli sforzi non sono realistici nei pressi della connessione

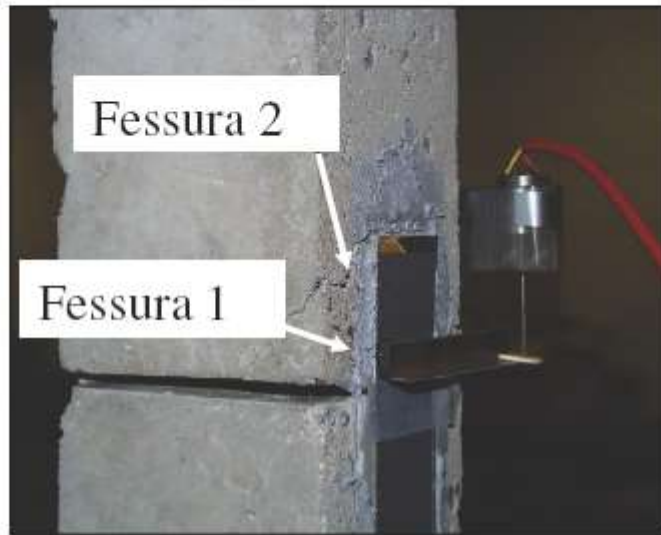
CONSIDERAZIONI DI MODELLAZIONE– Rifinitura della mesh

Rifinire la mesh nei punti dove ci possono essere alti gradienti di deformazione (tensioni).

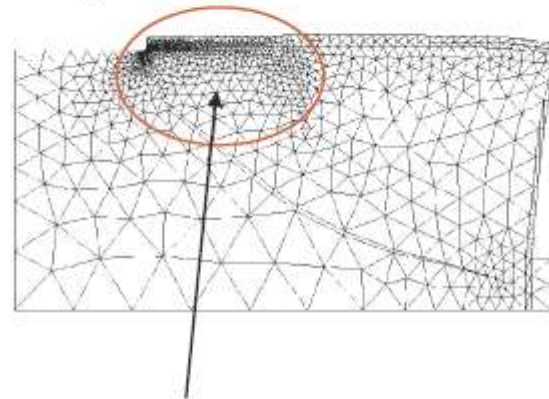
- Angoli rientranti o spigoli
- Nella vicinanza di carichi concentrati, reazioni, fessure.
- All'interno delle strutture dove ci sono variazioni di spessori o di Materiale.



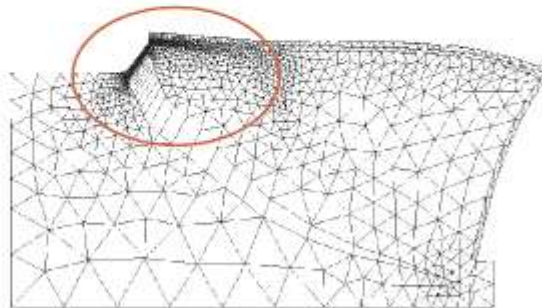
CONSIDERAZIONI DI MODELLAZIONE— Rifinitura della mesh



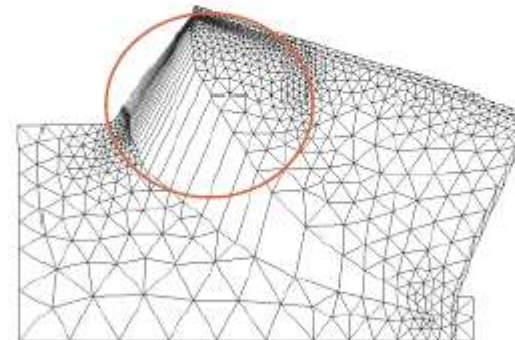
Load step *a* (Displacement = 0.031 mm)



Zone con gradienti di deformazioni elevati



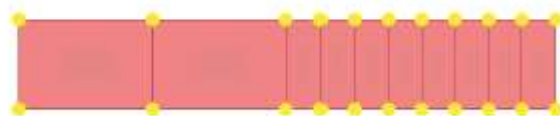
Load step *b* (Displacement = 0.077 mm)



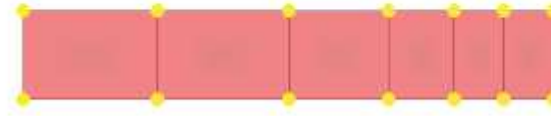
Load step *c* (Displacement = 0.088 mm)

CONSIDERAZIONI DI MODELLAZIONE FORMA DEGLI ELEMENTI

- I risultati FE sono + accurati se gli elementi sono compatti, senza distorsioni e allungamenti. La perdita di accuratezza varia in funzione dell'elemento, organizzazione della mesh e del tipo di problema fisico.
- La distorsione peggiora maggiormente gli sforzi degli spostamenti.
- Nel tridimensionale fare superfici curvate invece di piane diminuisce la precisione della soluzione, specialmente se la superficie e' molto sottile.
- Variazioni brusche dimensionali tra gli elementi vanno evitate.



Troppo brusca



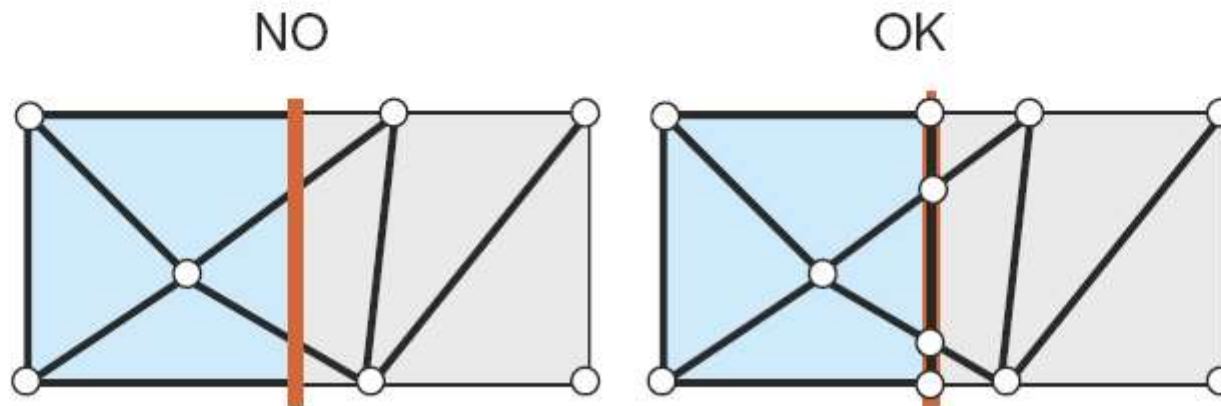
Mesh migliorata

- Vanno evitate collegamenti tra tipi diversi di elementi nei punti critici.

CONSIDERAZIONI DI MODELLAZIONE

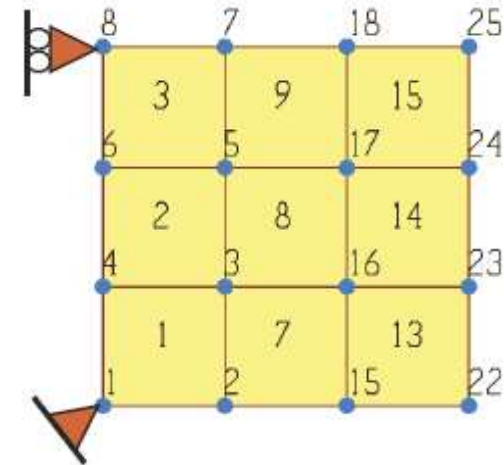
Interfacce fisiche

Due materiali diversi a contatto. Gli elementi non possono intersecarsi con l'interfaccia.

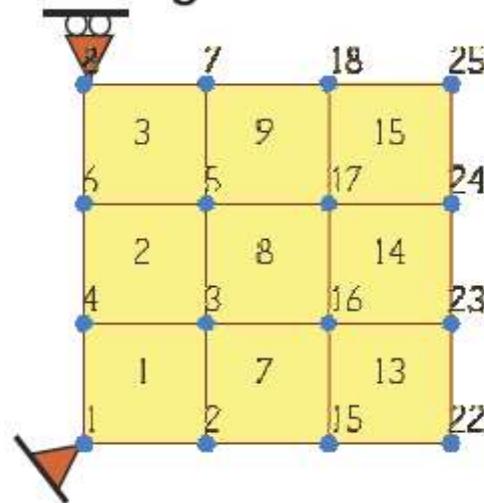


CONDIZIONI DI VINCOLO – Vincoli fissi

2D la struttura deve essere vincolata almeno 3 volte: 2 traslazioni e 1 rotazione. Nella terminologia degli elementi finiti: si rimuovono tutti gli spostamenti traslazionali in 1 si rimuovono le traslazioni normali alla retta 1-8 in 8.

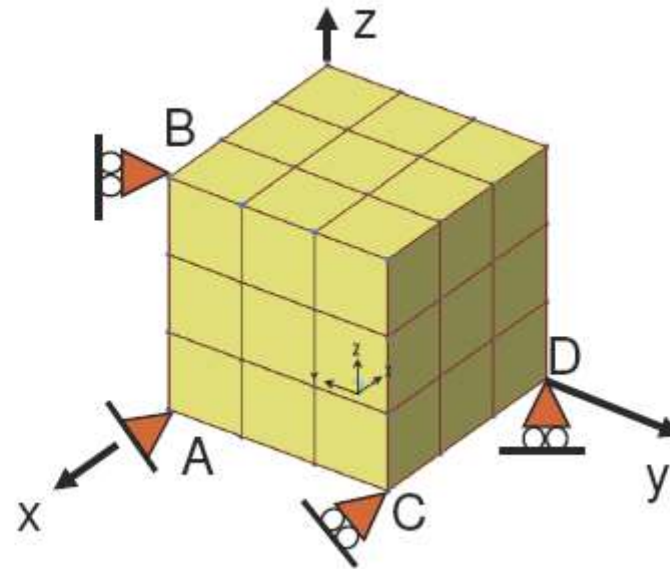


Altrimenti ci possono essere dei meccanismi cinematici → **la matrice di rigidezza globale diventa singolare.**



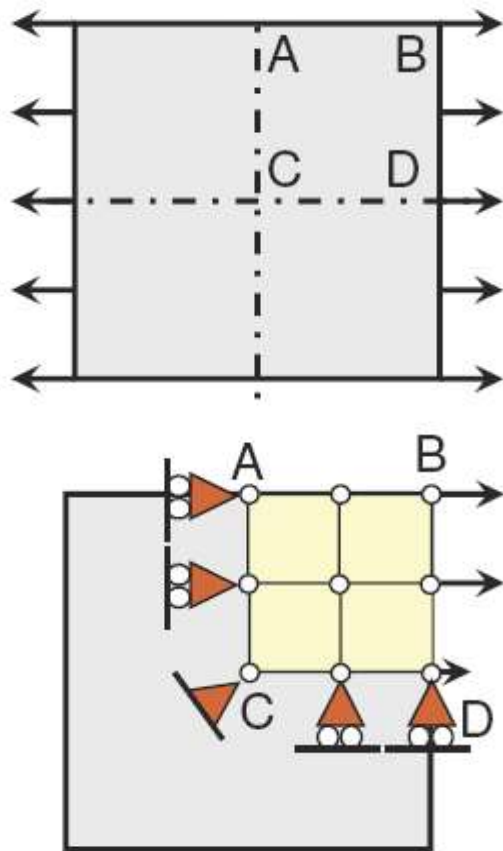
CONDIZIONI DI VINCOLO – Vincoli fissi

3D la struttura deve essere vincolata almeno 6 volte: 3 traslazioni e 3 rotazioni. Nella terminologia degli elementi finiti: si rimuovono tutti gli spostamenti traslazionali in A (3 spostamenti) e si rimuovono le traslazioni normali alla retta AB in B, le traslazioni normali alla retta AC in C, e infine le traslazioni normali alla retta CD in D .

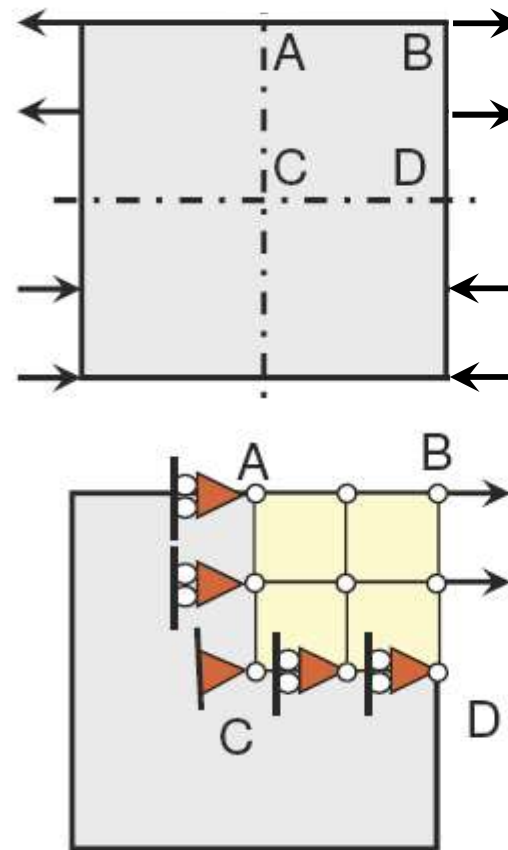


CONDIZIONI DI VINCOLO - Simmetrie

Doppia simmetria con
carico simmetrico

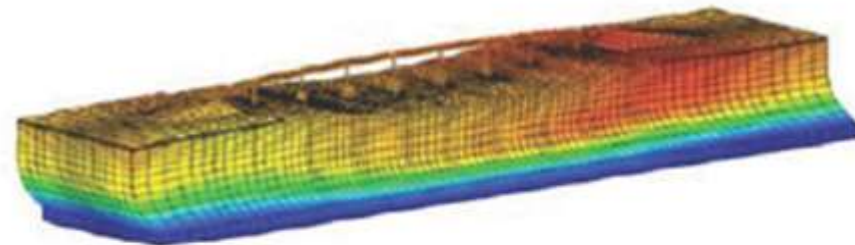


Doppia simmetria con
carico antisimmetrico



INTERAZIONE SUOLO - STRUTTURA

- **Appoggi semplici**
 - Incastro, Cerniera, Carrello etc.
 - Cedimenti
- **Supporti elastici**
 - Molle elastiche
 - Winkler
- **Modello accurato**
 - Usando elementi 2D
 - Usando elementi solidi



CONDIZIONI DI VINCOLO –

Suolo alla Winkler

Il cedimento non è noto a priori, si conosce solo la rigidezza del terreno. Il comportamento del terreno è considerato Elastico Lineare. L'obiettivo è quello di valutare gli sforzi causati dai cedimenti.

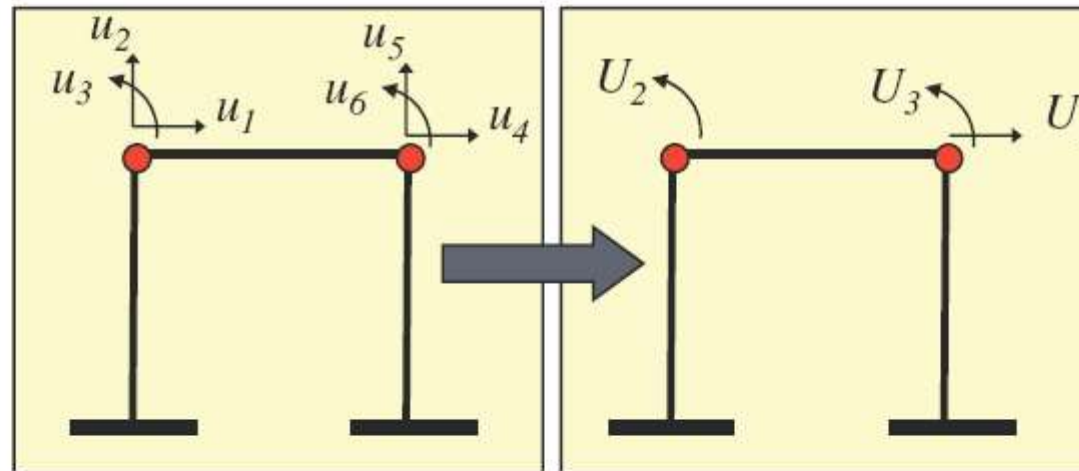
- Plinto: 3 molle traslazionali e 3 molle rotazionali. Al nodo in corrispondenza del plinto si mettono delle molle tarate in funzione della dimensione della fondazione, forma, tipo di terreno, tipo di analisi (Statica o dinamica).
- Fondazione continua: formulazione alla Winkler. Sotto la fondazione viene messo un letto di molle di rigidezza appropriata.

CONDIZIONI DI VINCOLO –

Vincoli cinematici

I programmi più sofisticati hanno la possibilità di tenere in conto i vincoli cinematici modificando opportunamente la matrice di rigidità degli elementi. Ad esempio se non consideriamo la deformazione assiale degli elementi possiamo ridurre i gradi di libertà della struttura nel modo seguente:

$$\begin{cases} u_1 = u_4 = U_1, & u_5 = u_2 = 0 \\ u_3 = U_2, & u_6 = U_3 \end{cases}$$



Se il software non ha la possibilità di gestire vincoli cinematici si possono utilizzare elementi fittizi (dummy) di forma e rigidità opportuna.

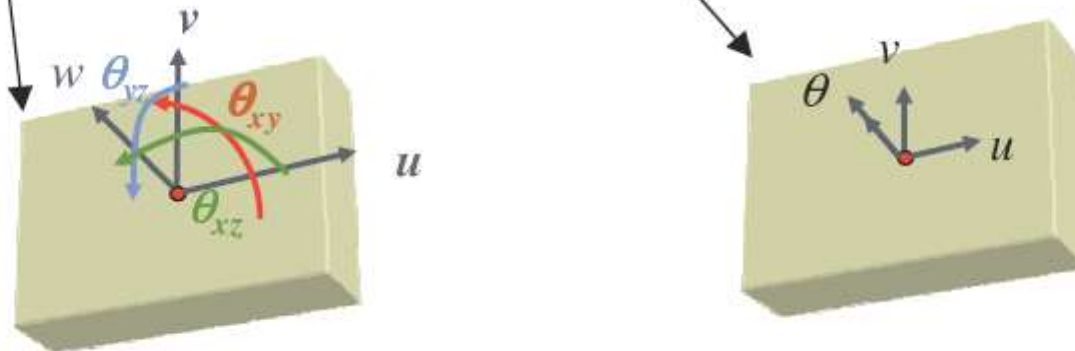
CONDIZIONI DI VINCOLO – Vincoli cinematici

Diaframma rigido (floor diaphragm constrain)

Molto utile nel caso si possa considerare il solaio rigido nelle analisi dinamiche e statiche.

Il numero di gradi di libertà di una struttura qualsiasi 3D e' uguale a $6 \times$ numero nodi. Applicando il vincolo di diaframma rigido i dof si riducono a $6 \times$ numero piani.

Se si semplifica ulteriormente non considerando la deformabilita' assiale delle colonne i dof si riducono a $3 \times$ piano.

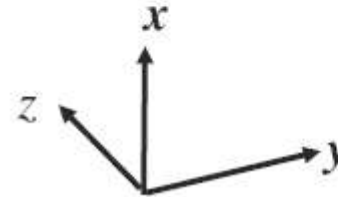
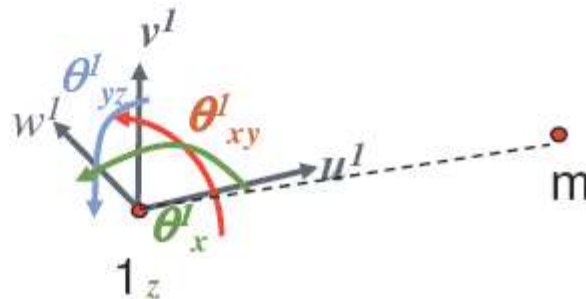


Es. una struttura a 1000 nodi di 6 piani ha 6000 dof in 3D, applicando il vincolo di diaframma rigido la struttura ha solo $6 \times 6 = 36$ dof

CONDIZIONI DI VINCOLO – Vincoli cinematici

Vincolo rigido (rigid constrain)

Se si vogliono far muovere dei nodi rigidamente si applica questo vincolo



$$u_x^{(1)} = u_x^{(m)} + (z^{(1)} - z^{(m)})u_{\theta_y}^{(m)} - (y^{(1)} - y^{(m)})u_{\theta_z}^{(m)}$$

$$u_y^{(1)} = u_y^{(m)} + (z^{(1)} - z^{(m)})u_{\theta_x}^{(m)} - (x^{(1)} - x^{(m)})u_{\theta_z}^{(m)}$$

$$u_z^{(1)} = u_z^{(m)} + (y^{(1)} - y^{(m)})u_{\theta_x}^{(m)} - (x^{(1)} - x^{(m)})u_{\theta_y}^{(m)}$$

$$u_{\theta_x}^{(1)} = u_{\theta_x}^{(m)}$$

$$u_{\theta_y}^{(1)} = u_{\theta_y}^{(m)}$$

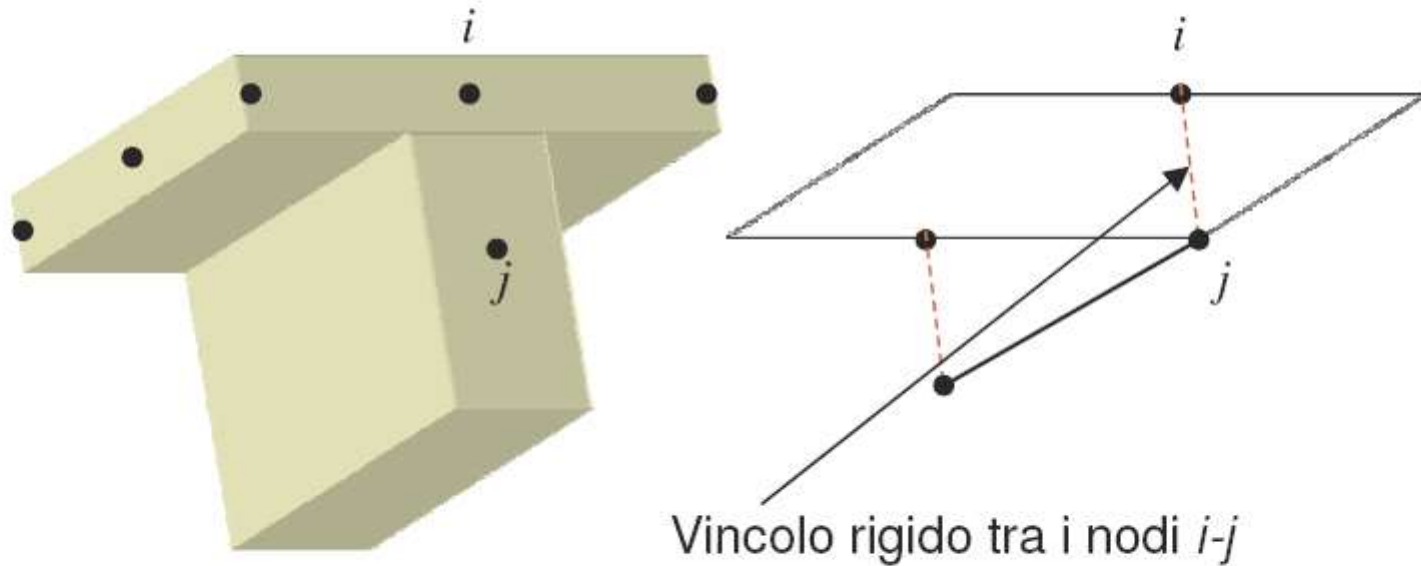
$$u_{\theta_z}^{(1)} = u_{\theta_z}^{(m)}$$

Nodo Master e nodi Slave.

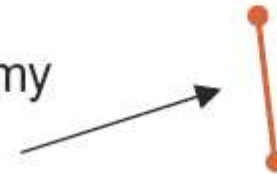
CONDIZIONI DI VINCOLO – Vincoli cinematici

Esempio di applicazione del vincolo rigido (rigid constrain)

Molto utile per solai/travi, Piastre/travi di fondazione etc.

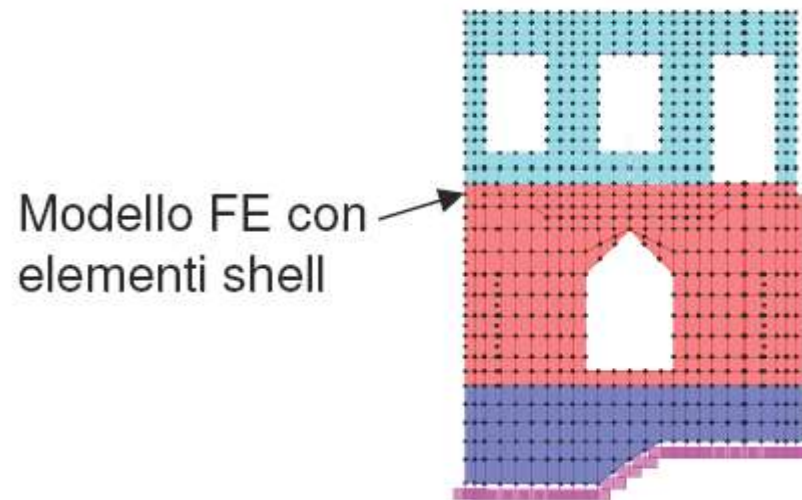
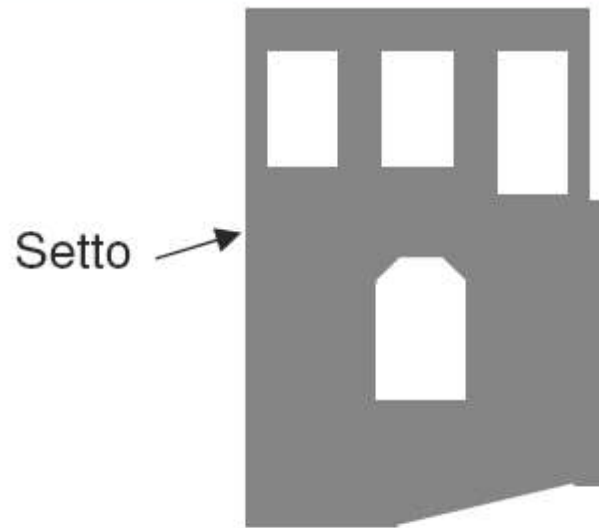


Si puo' anche utilizzare un elemento trave dummy molto rigido, si deve fare attenzione a problemi numeri di ill-conditioning



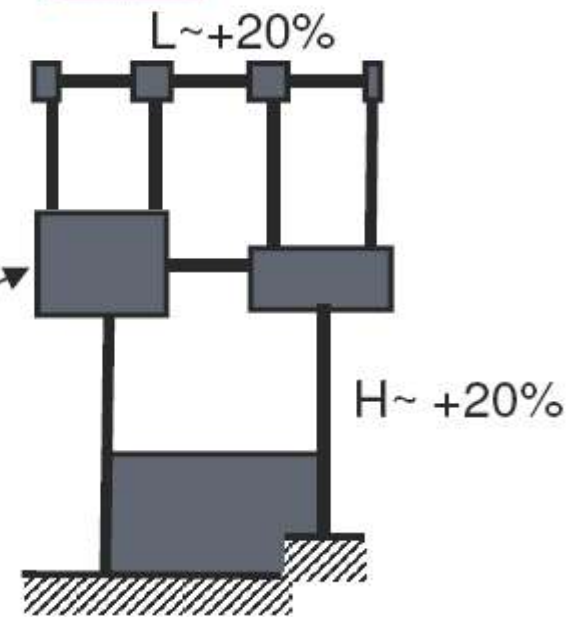
CONDIZIONI DI VINCOLO -

Vincoli cinematici



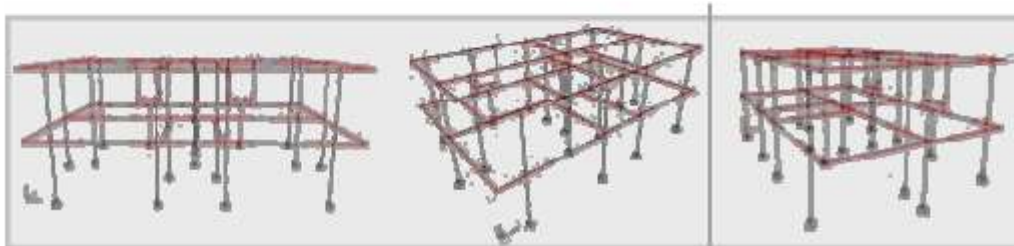
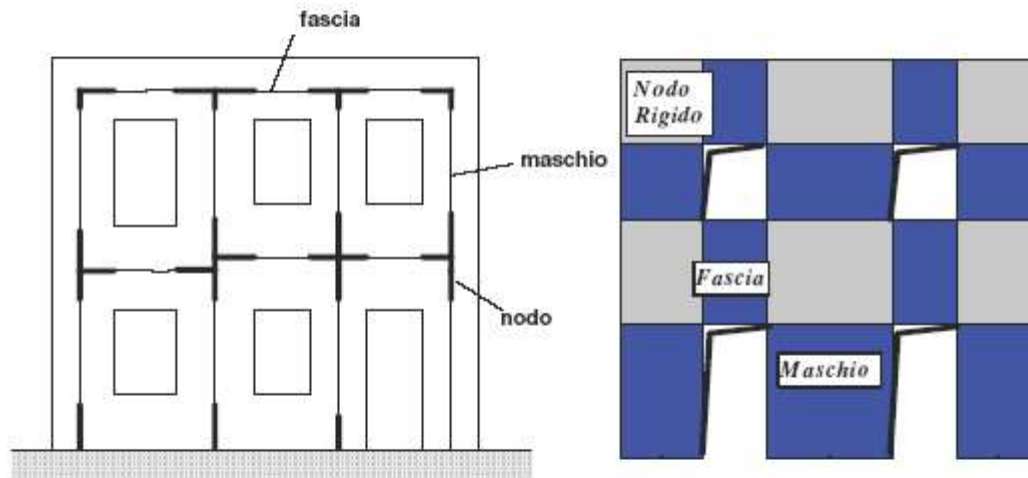
- Colonne
- Travi
- Vincolo rigido

Modello FE con elementi trave alla Timoshenko e rigid constrains



METODO A TELAIO EQUIVALENTE

Il metodo a telaio equivalente

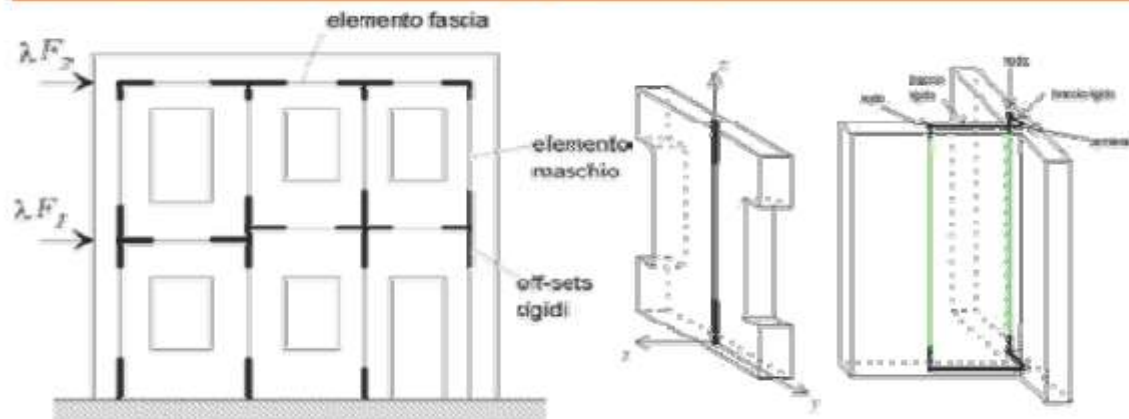


OPCM 3431; 8.1.5.2 Analisi statica lineare

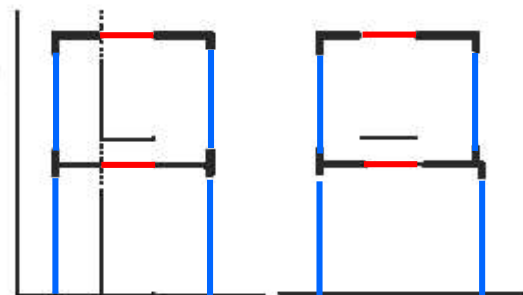
In alternativa, gli elementi di accoppiamento fra pareti diverse, quali travi o cordoli in cemento armato e/o travi in muratura (...), potranno essere considerati nel modello. (...) In tal caso l'analisi potrà essere effettuata utilizzando modelli a telaio, in cui le parti di intersezione tra elementi verticali e orizzontali potranno essere considerate infinitamente rigide.

METODO A TELAIO EQUIVALENTE

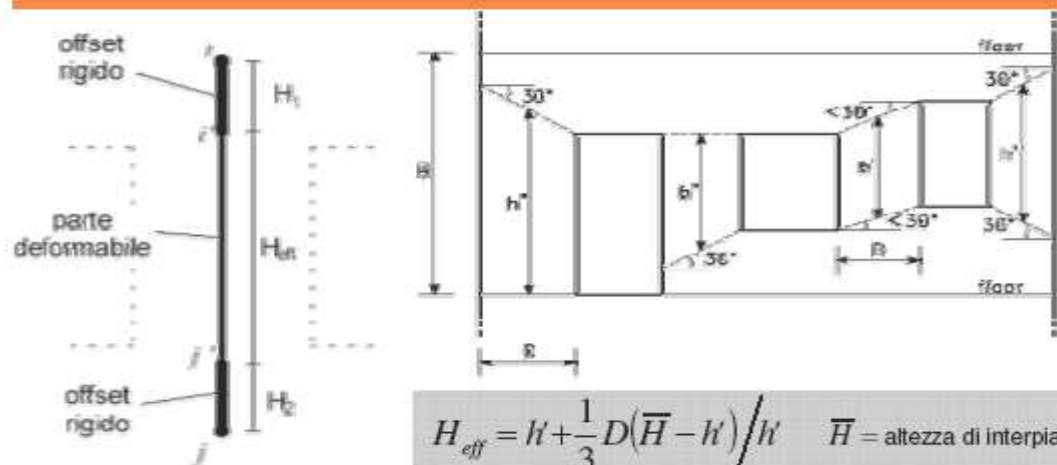
Definizione del modello geometrico



Lunghezza efficace



Determinazione dell'altezza della parte deformabile o «altezza efficace» del maschio



Maschi e fasce modellati come elementi di telaio deformabili assialmente e a taglio (*“beam-column”*).

Elementi nodo infinitamente rigidi e resistenti modellati attraverso bracci rigidi (offsets) alle estremità degli elementi maschio e fascia.

SISTEMI RESISTENTI

Sistema singolo

- Telai
- Telai controventati
- Setti
- Sistemi a nucleo

Sistemi accoppiati

- Setti + telai
- Nucleo + telaio + setti

CARICHI LATERALI

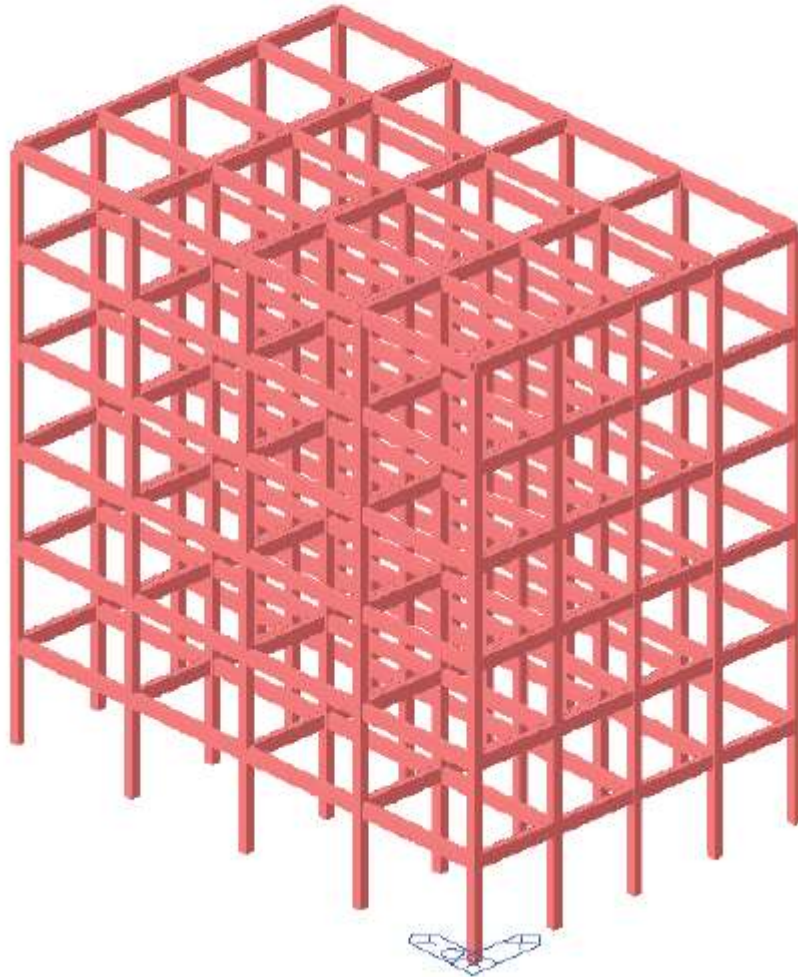
Primari

- Vento
- Terremoto

Secondari

- Sollecitazioni generate da sistemi inclinati o non simmetrici
- Pressioni generate dal terreno, liquidi o materiali

TELAI RESISTENTI



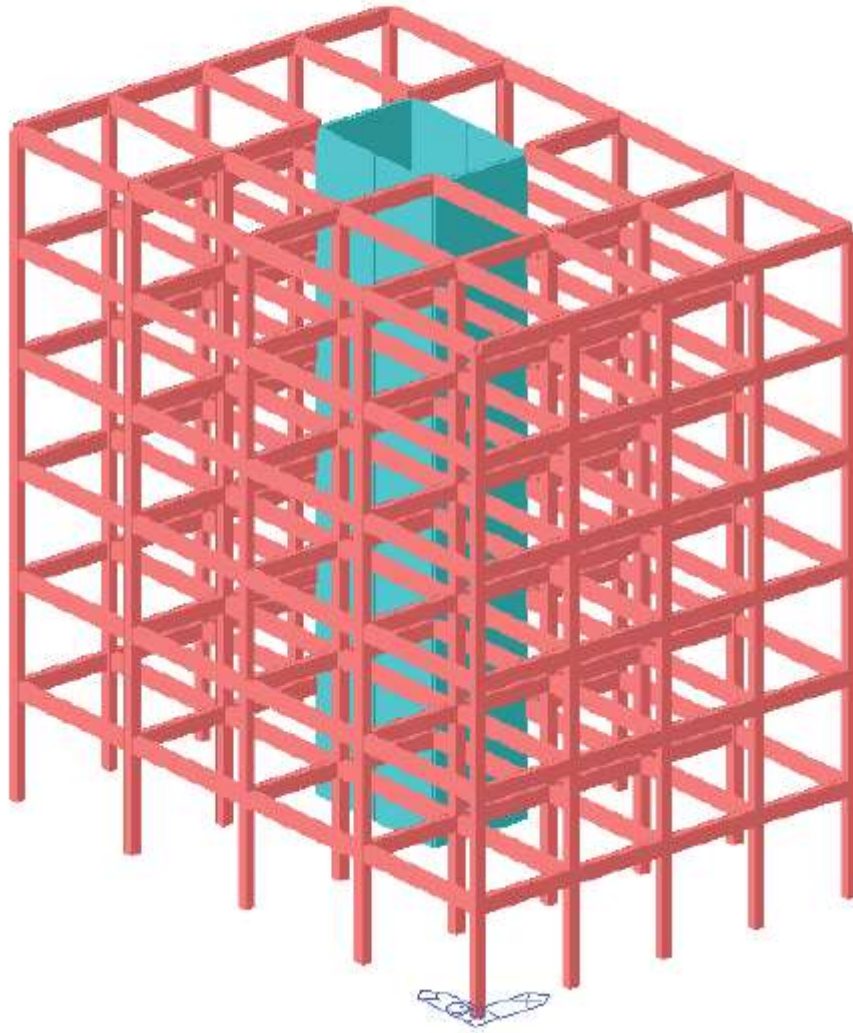
Il carico è trasferito alle travi e alle colonne tramite il taglio

I nodi sono i punti più sensibili

I momenti e i tagli dei solai sono aggiunti ai gravitazionali

Il modello è realizzato con elementi beam

TELA E NUCLEO RESISTENTE

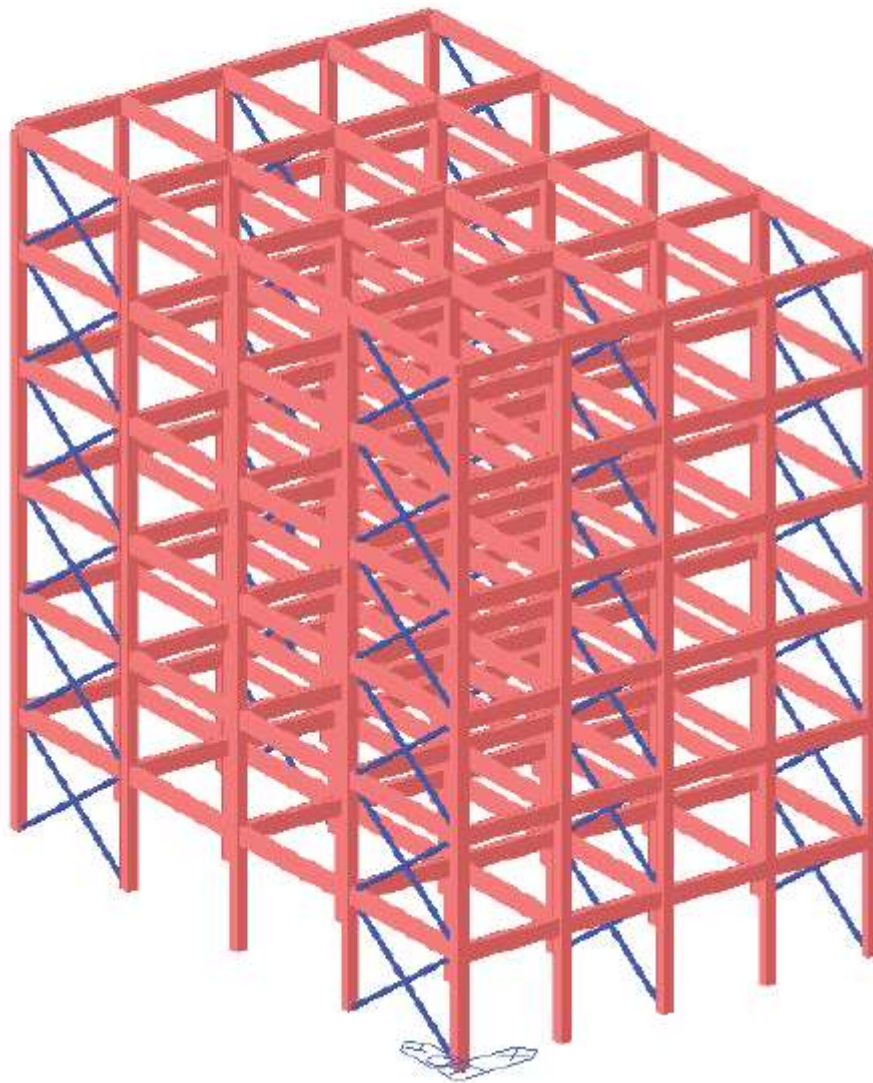


Il carico laterale è resistito principalmente dai setti

Le aperture sono aree in cui c'è alta concentrazione di tensioni

Thin shells + drilling

TELAI CONTROVENTATI



Il carico laterale è resistito principalmente da forze assiali nelle colonne, nei controventi e nelle travi

Le parti del telaio lontane dalle parti controventate non hanno momenti elevati

Controvento non deve essere messo in tutte le campate ma in tutti i piani

MODELLI PER CARICHI LATERALI

Modelli 2D a telaio

- Ogni telaio è studiato separatamente
- Adatto per carichi simmetrici e geometrie regolari

Modelli 3D a telaio

- Modello a telaio tridimensionale
- Può essere senza irrigidimenti di piano o con

Modelli 3D completo

- Modello 3D con elementi piani e monodimensionali

Modello a piani rigidi

- Vincoli cinematici per il piano rigido

VANTAGGI E LIMITI DELLA MODELLAZIONE 2D

Vantaggi

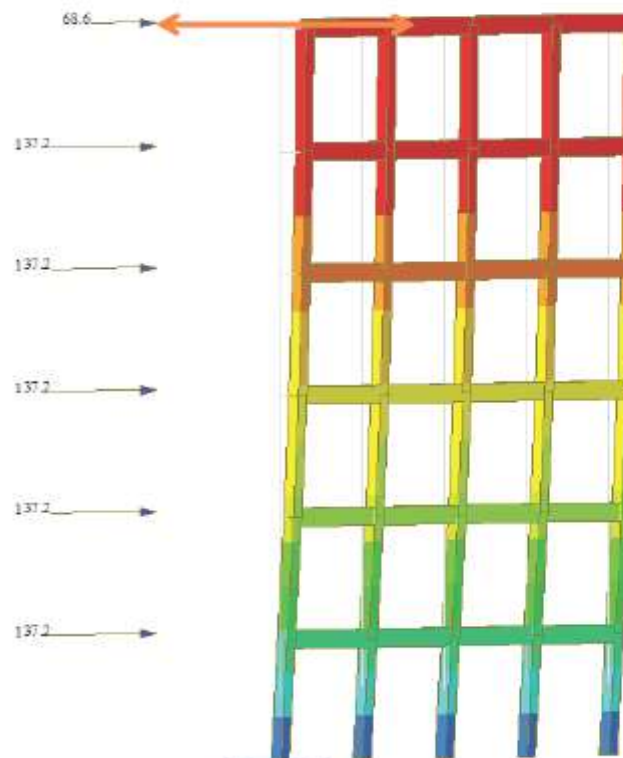
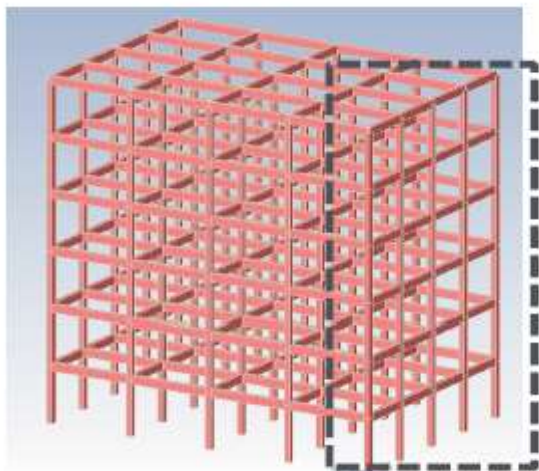
- Modello facile da fare, analizzare e interpretare
- Abbastanza accurato per carichi verticali

Limiti

- Centro di rigidezza e massa potrebbero non coincidere
- Difficile considerare gli effetti torsionali
- Potrebbe richiedere la modellazione di molti telai
- Difficile modellare sistemi non rettangolari (irregolari)

MODELLO 2D

Spostamento orizzontale
massimo 12 mm



nlcae Gen
POST-PROCESSOR
DISPLACEMENT

RESULTANT

1.15418e+001
1.04926e+001
9.44330e+000
8.39409e+000
7.34479e+000
6.29553e+000
5.24628e+000
4.19702e+000
3.14777e+000
2.09851e+000
1.04926e+000
0.00000e+000

SCALE FACTOR=
1.0527E+002

ST: Wind

MAX : 31
MIN : 1

FILE: TELAIOMX
UNIT: mm
DATE: 12/13/2007

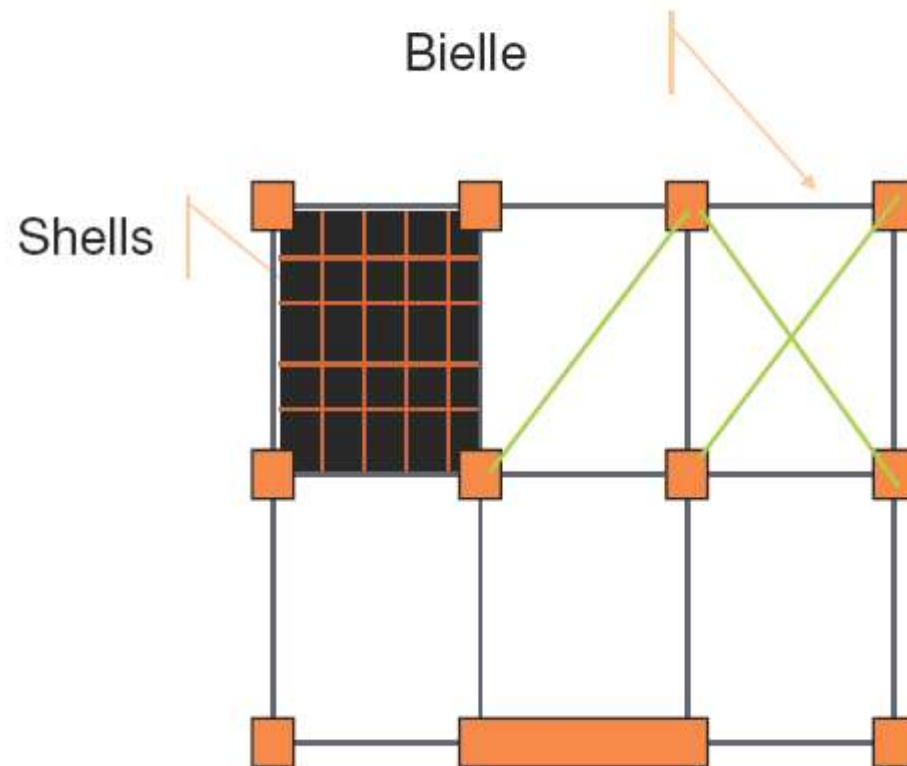
VIEW-DIRECTION
X: -0.760
Y: -0.659
Z: 0.017

MODELLO 3D COMPLETO (modellazione del solaio)

Usare bielle

**Usare diaframmi
rigidi**

Usare elementi shell



MODELLO 3D A TELAIO (diaframma rigido)

La struttura verticale è rappresentata da elementi verticali (telai, setti etc.) connessa orizzontalmente da vincoli cinematici

I movimenti laterali di tutti gli elementi verticali sono collegati a un nodo master

Questo permette di tenere in considerazione la rotazione dell'edificio e i suoi effetti sugli elementi verticali

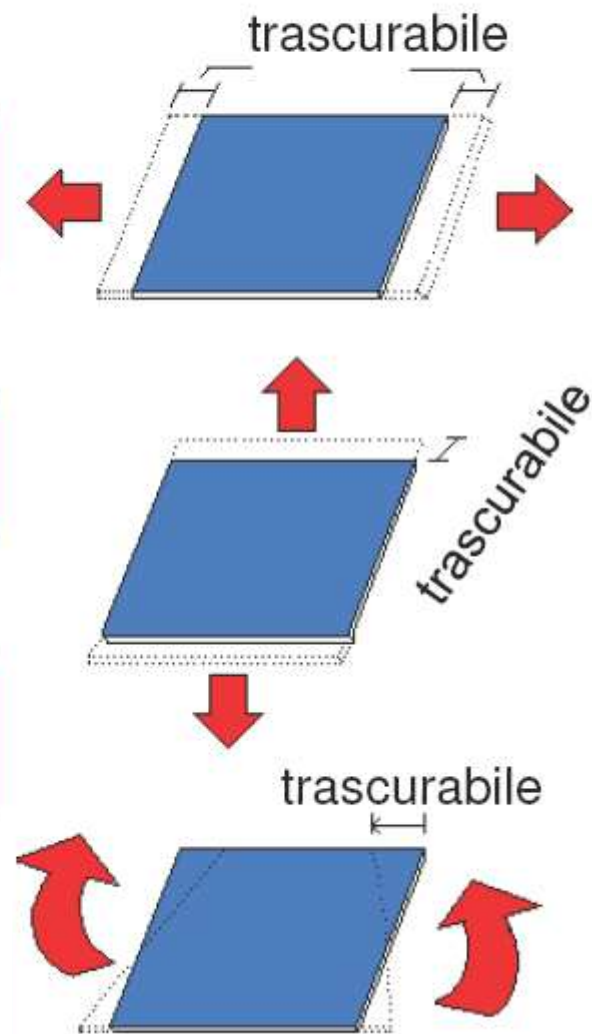
La modellazione e l'analisi è molto semplificata e efficiente

MODELLO 3D A TELAIO (diaframma rigido)

Modellato come un piano rigido che ha rigidità infinita nel piano

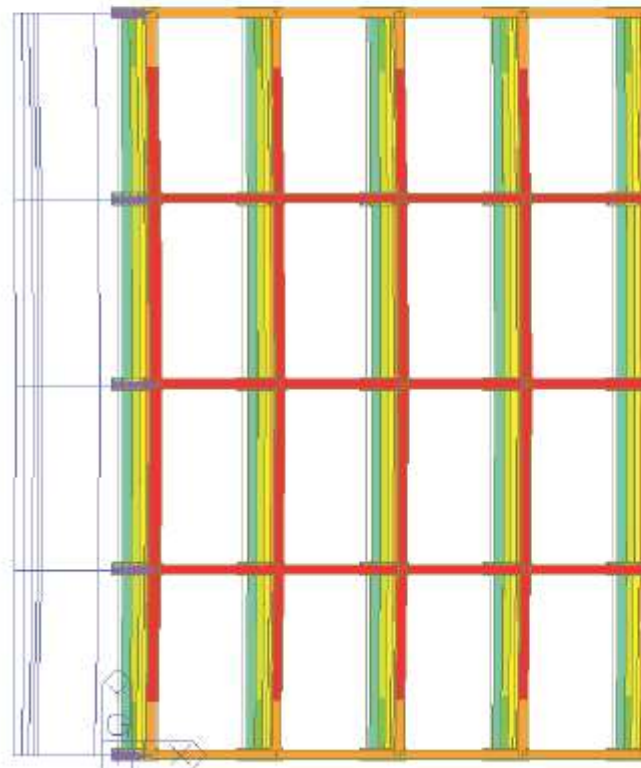
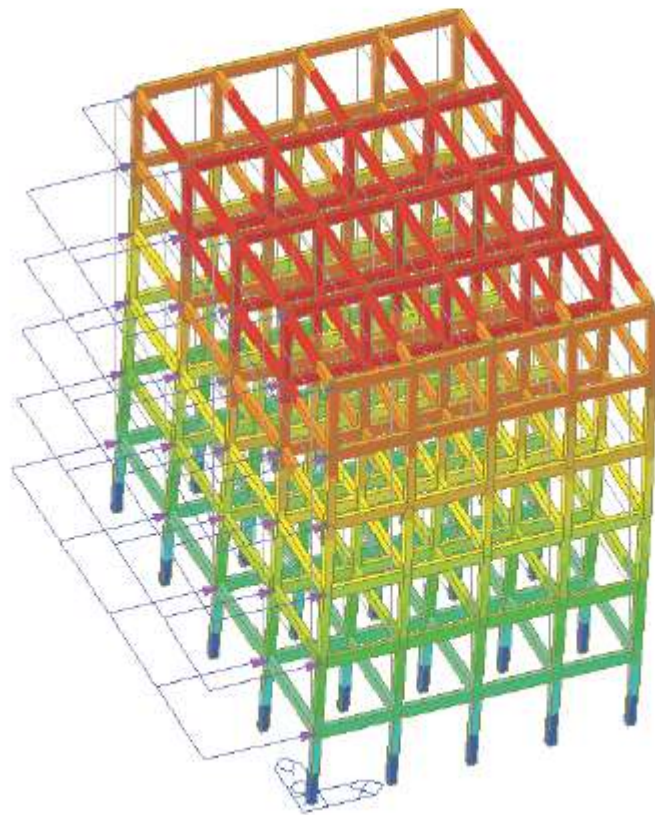
Non c'è rigidità flessionale tra gli elementi orizzontali e quelli verticali

Le colonne di un livello non si possono deformare indipendentemente



MODELLO 3D A TELAIO (senza diaframma)

Spostamento orizzontale massimo 12.3 mm

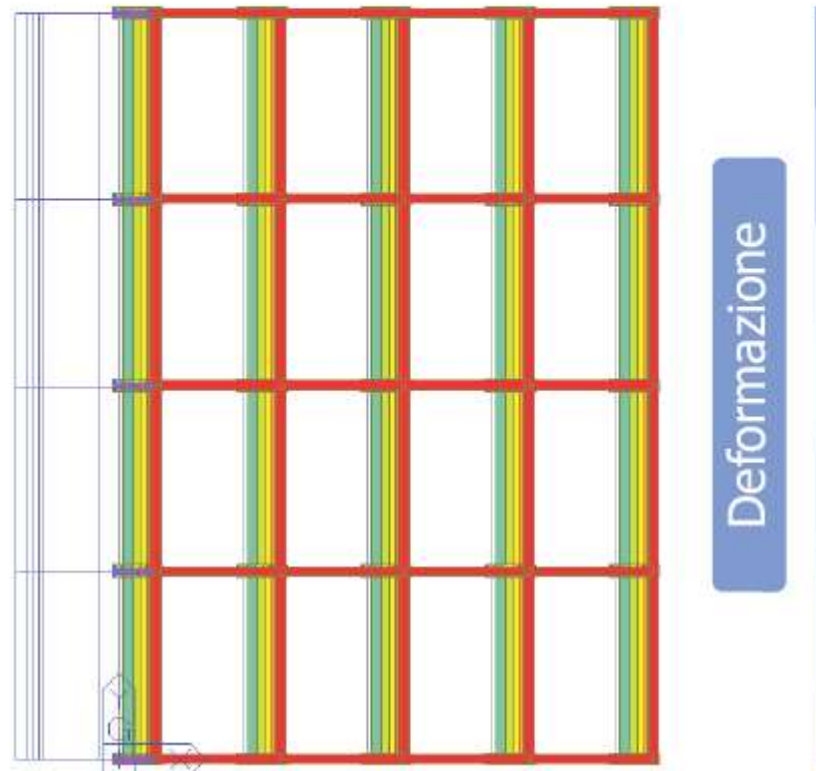
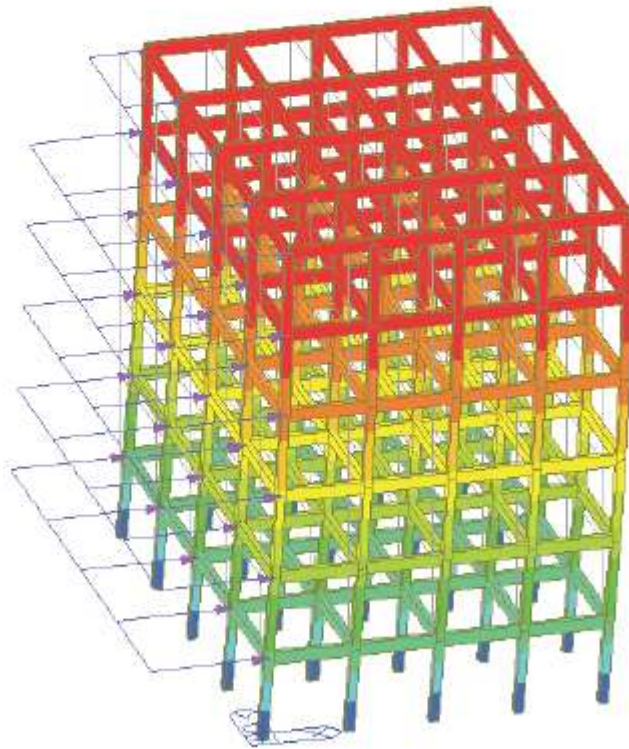


Deformazione



MODELLO 3D A TELAIO (diaframma rigido)

Spostamento orizzontale massimo 11.5 mm

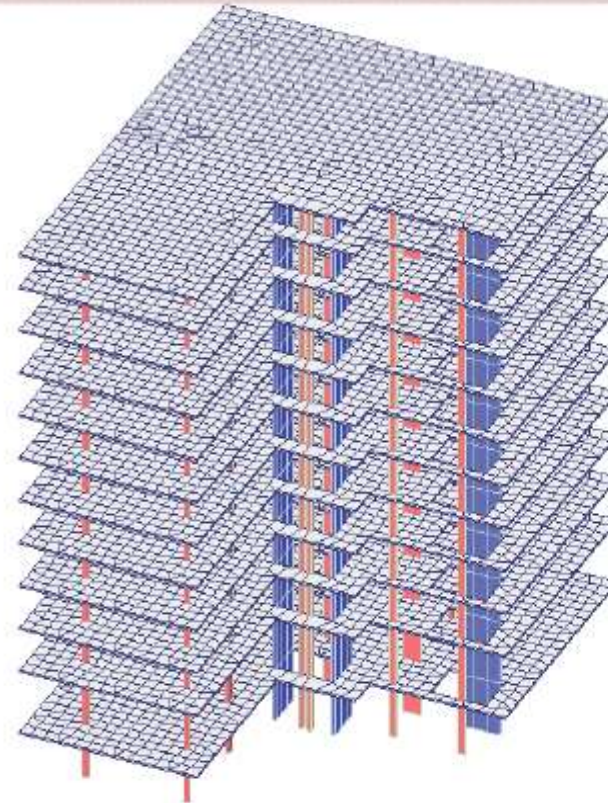


MODELLO 3D COMPLETO (considerazioni)

I solai e i setti sono modellati con elementi bidimensionali (shell)

Le colonne e le travi sono modellate con elementi beam

- Almeno 9/16 elementi devono essere utilizzati per i solai se si vogliono rappresentare i carichi verticali. Nel caso di analisi a carichi orizzontali si possono utilizzare meno elementi



MODELLO 3D COMPLETO (esempio)

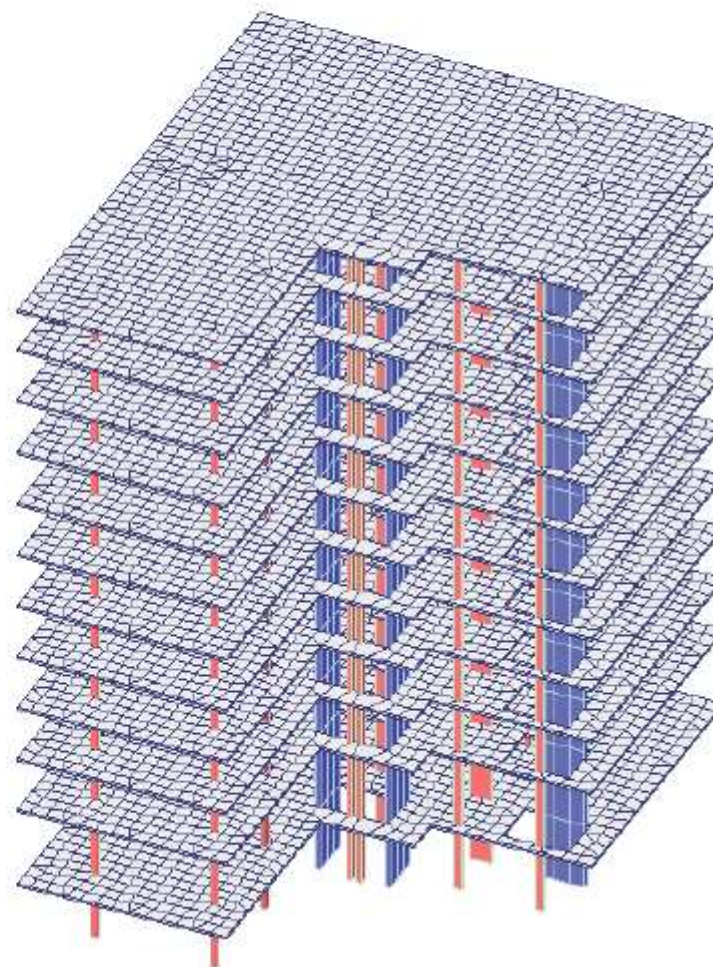
Modello

- 275 el. Beam
- 12460 el. Shell
- 13963 nodi

Adatto per carichi gravitazionali e laterali

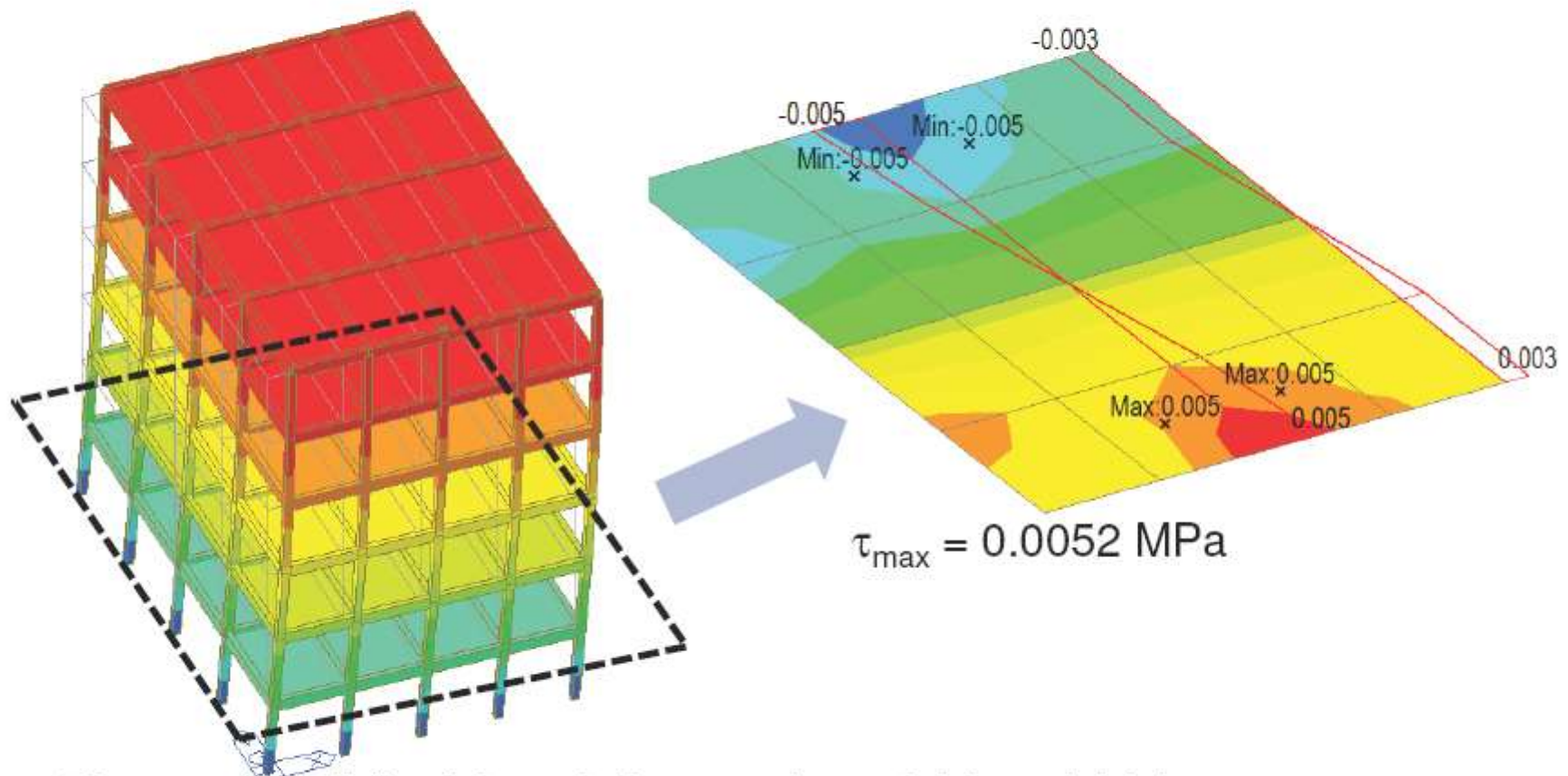
I risultati possono essere utilizzati per la progettazione

Armature complesse da determinare per elementi shell



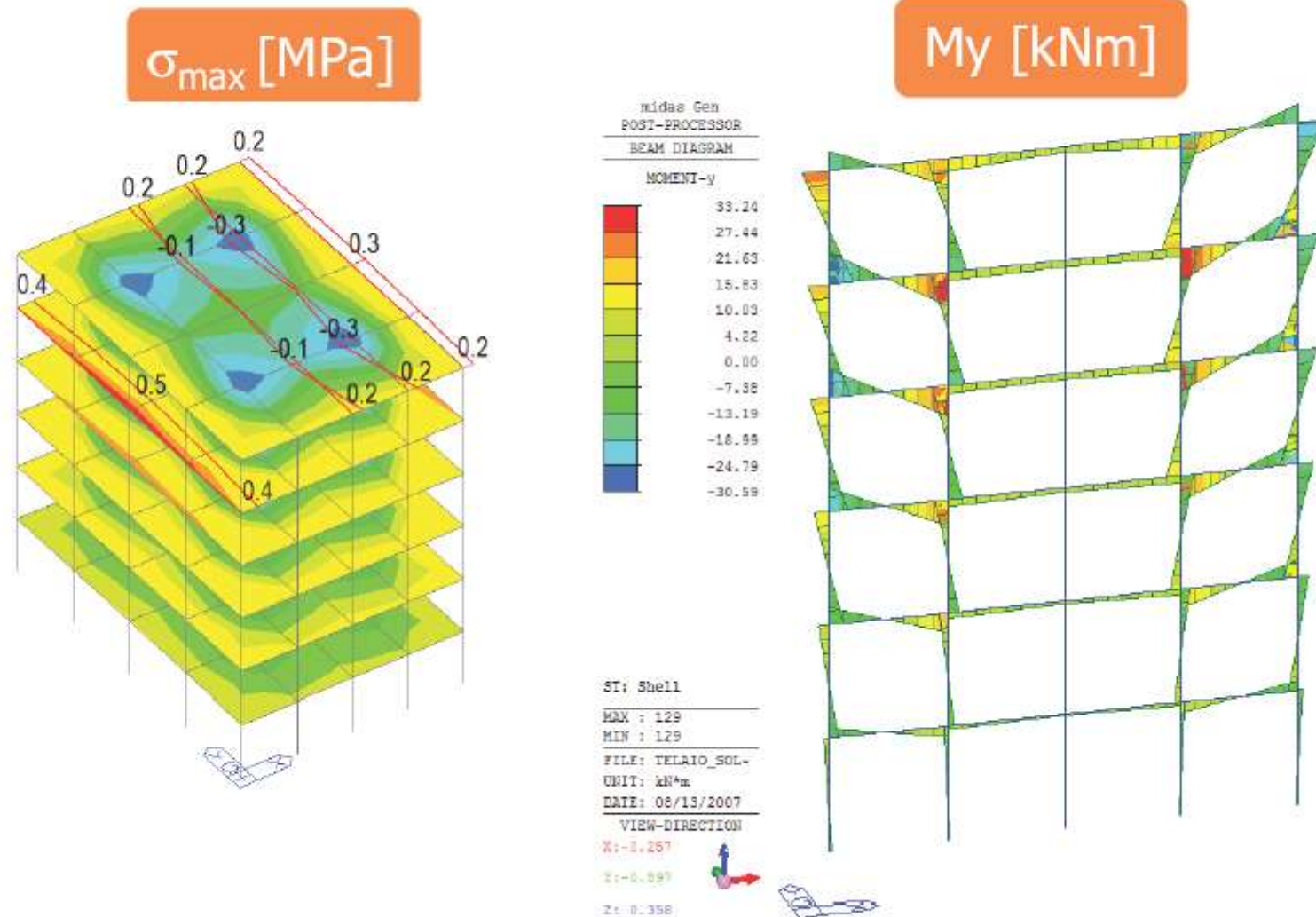
MODELLO 3D COMPLETO I

Spostamento orizzontale massimo 10.7 mm



E' meno flessibile del modello con piano rigido poichè la mesh è troppo grossolana e il piano è irrigidito anche a flessione fuori dal proprio piano

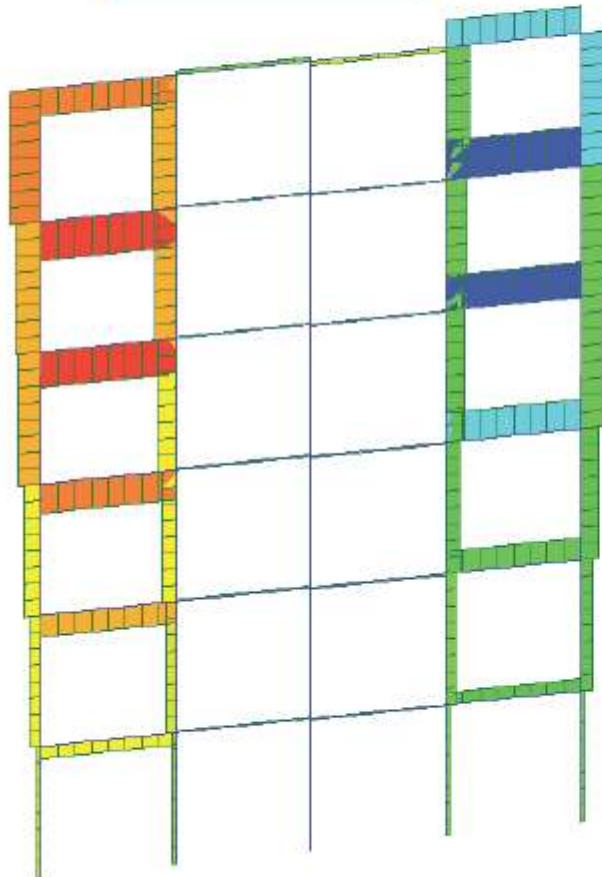
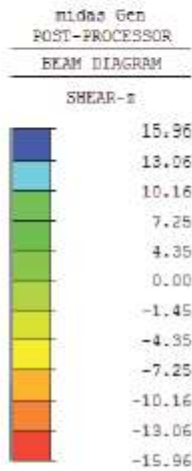
MODELLO 3D COMPLETO (trasferimento del carico verticale)



La discretizzazione non è sufficiente

MODELLO 3D COMPLETO (trasferimento del carico verticale)

Fz [kN]



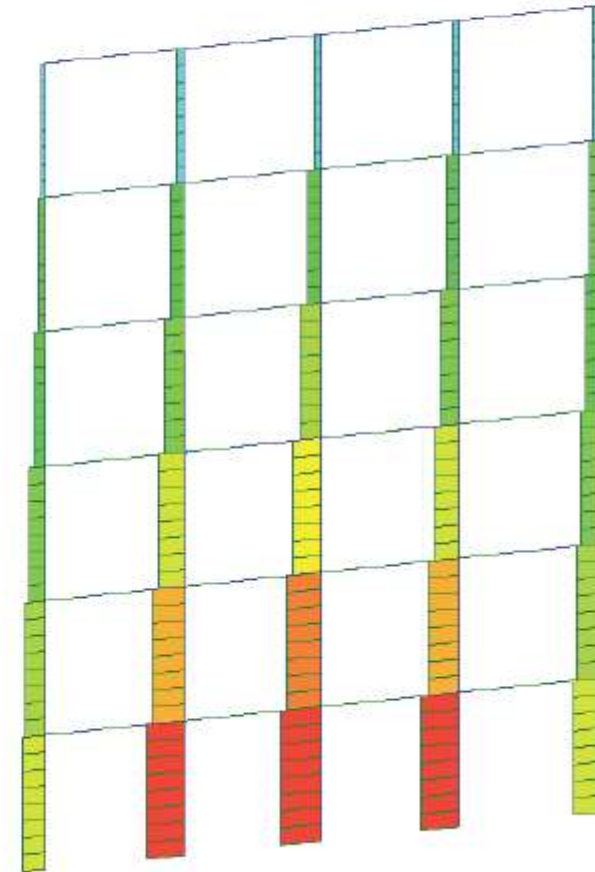
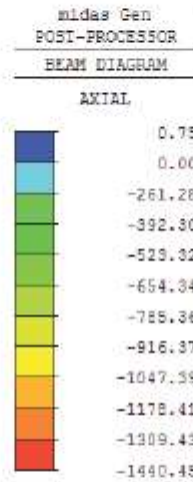
SI: Shell

MAX : 132
MIN : 129

FILE: TELAIO_SOL-
UNIT: kN
DATE: 08/13/2007

VIEW-DIRECTION
X: -0.257
Y: -0.897
Z: 0.358

N [kN]



SI: Shell

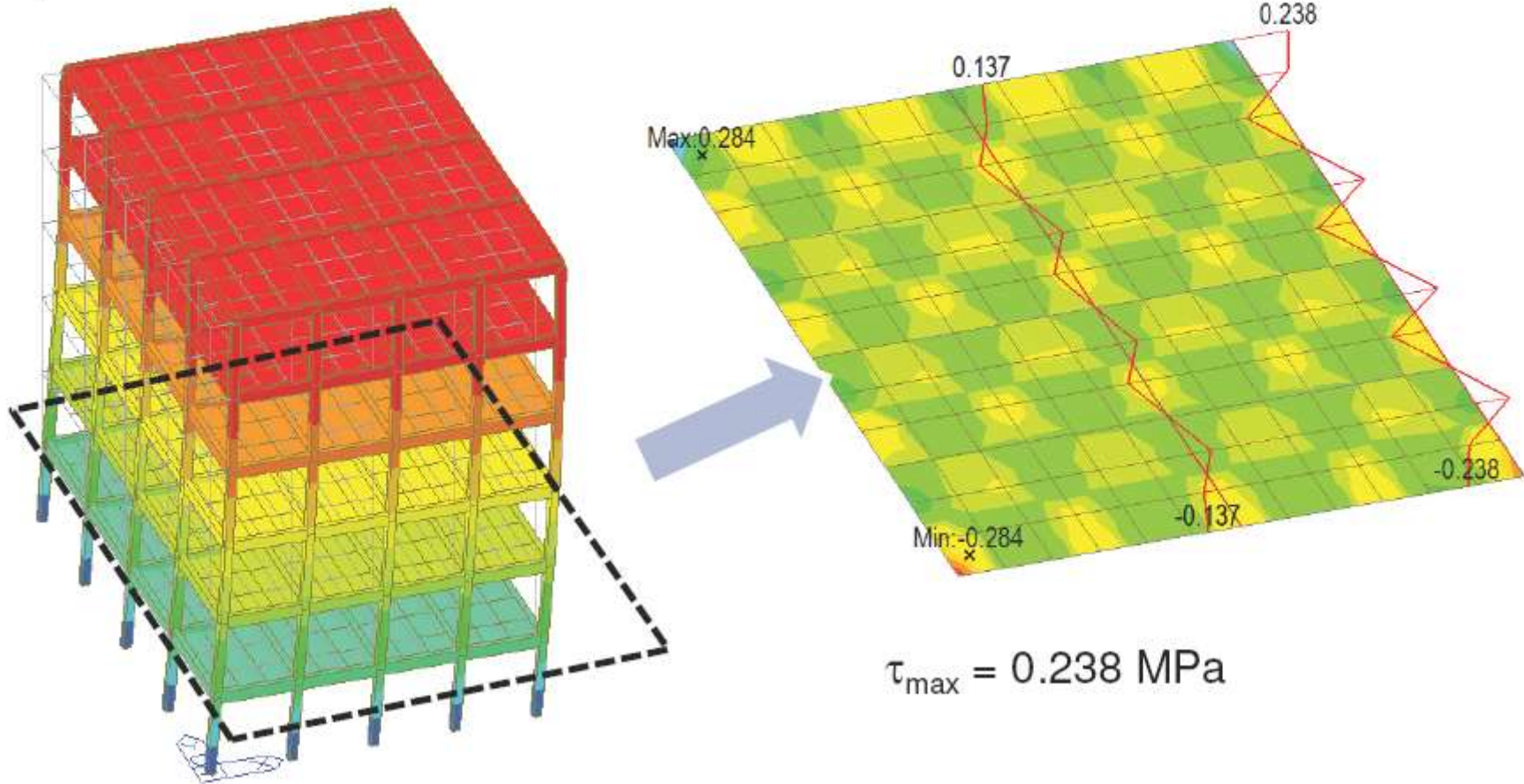
MAX : 115
MIN : 149

FILE: TELAIO_SOL-
UNIT: kN
DATE: 08/13/2007

VIEW-DIRECTION
X: -0.257
Y: -0.897
Z: 0.358

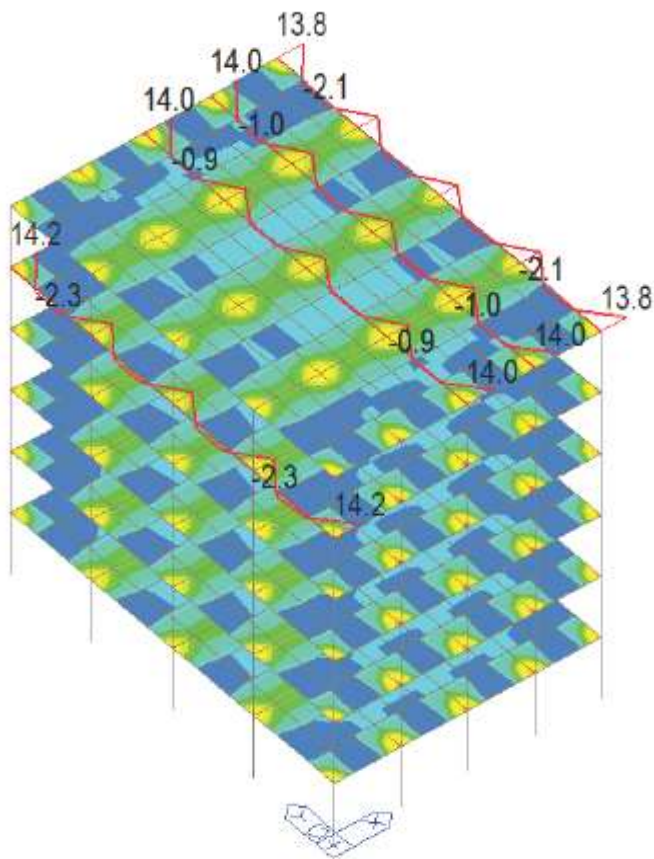
MODELLO 3D COMPLETO II

Spostamento orizzontale massimo 11.3 mm

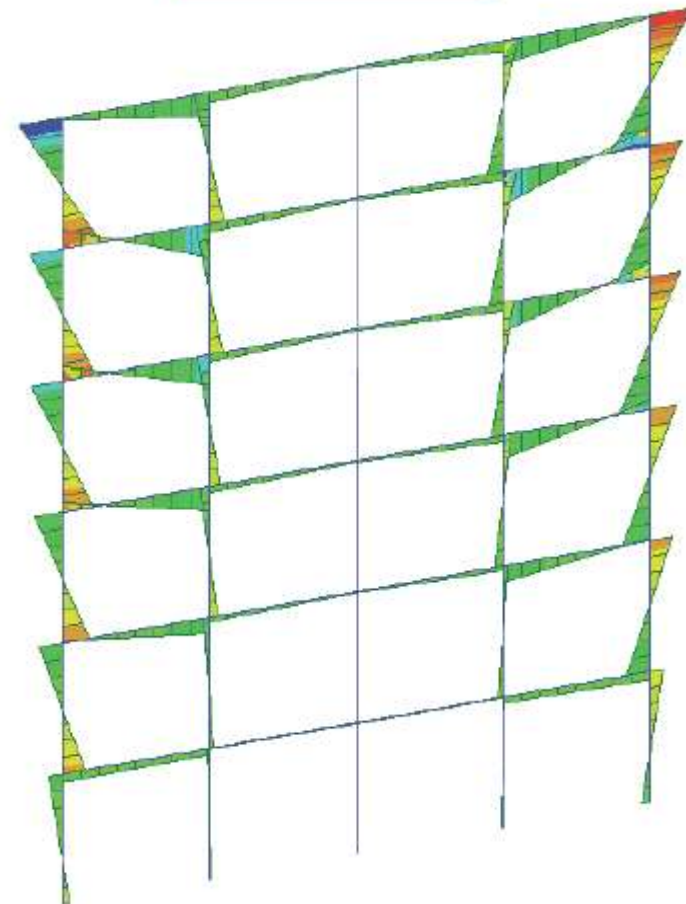


MODELLO 3D COMPLETO (trasferimento del carico verticale)

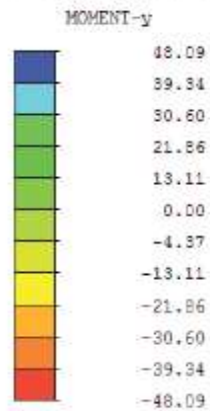
σ_{\max} [MPa]



My [kNm]



midas Gen
POST-PROCESSOR
BEAM DIAGRAM



SI: Shell

MAX : 142

MIN : 166

FILE: TELAI0_SOL-

UNIT: kN*m

DATE: 08/13/2007

VIEW-DIRECTION

X: 0.279

Y: 0.610

Z: 0.518

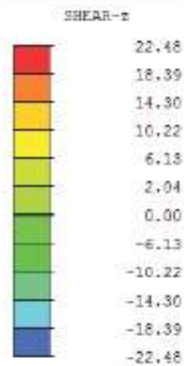


MODELLO 3D COMPLETO (trasferimento del carico verticale)

Fz [kN]

N [kN]

midas Gen
POST-PROCESSOR
BEAM DIAGRAM



ST: Shell

MAX : 166
MIN : 142

FILE: TELAI0_SCL-

UNIT: kN

DATE: 08/13/2007

VIEW-DIRECTION

X: -0.279

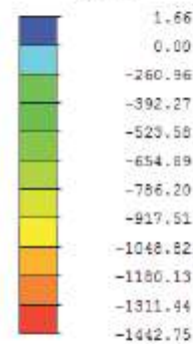
Y: -0.810

Z: 0.515



midas Gen
POST-PROCESSOR
BEAM DIAGRAM

AXIAL



ST: Shell

MAX : 113

MIN : 149

FILE: TELAI0_SCL-

UNIT: kN

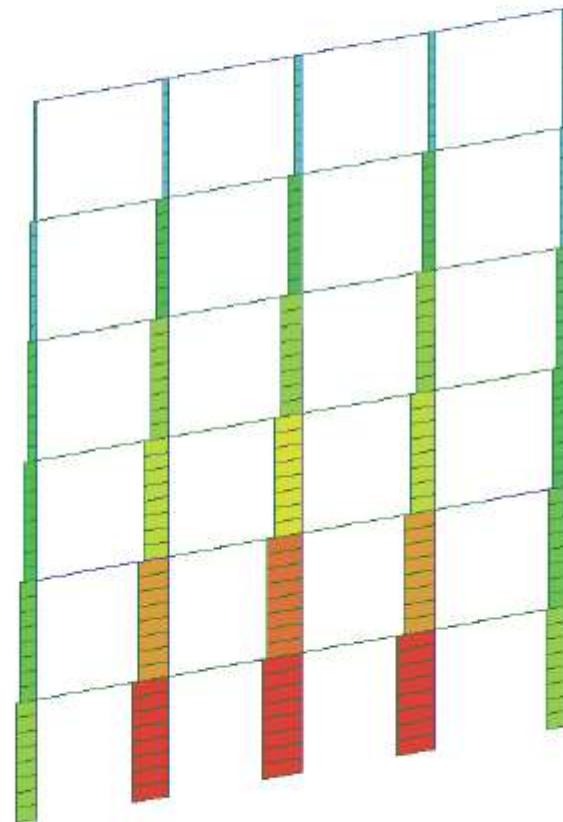
DATE: 08/13/2007

VIEW-DIRECTION

X: -0.279

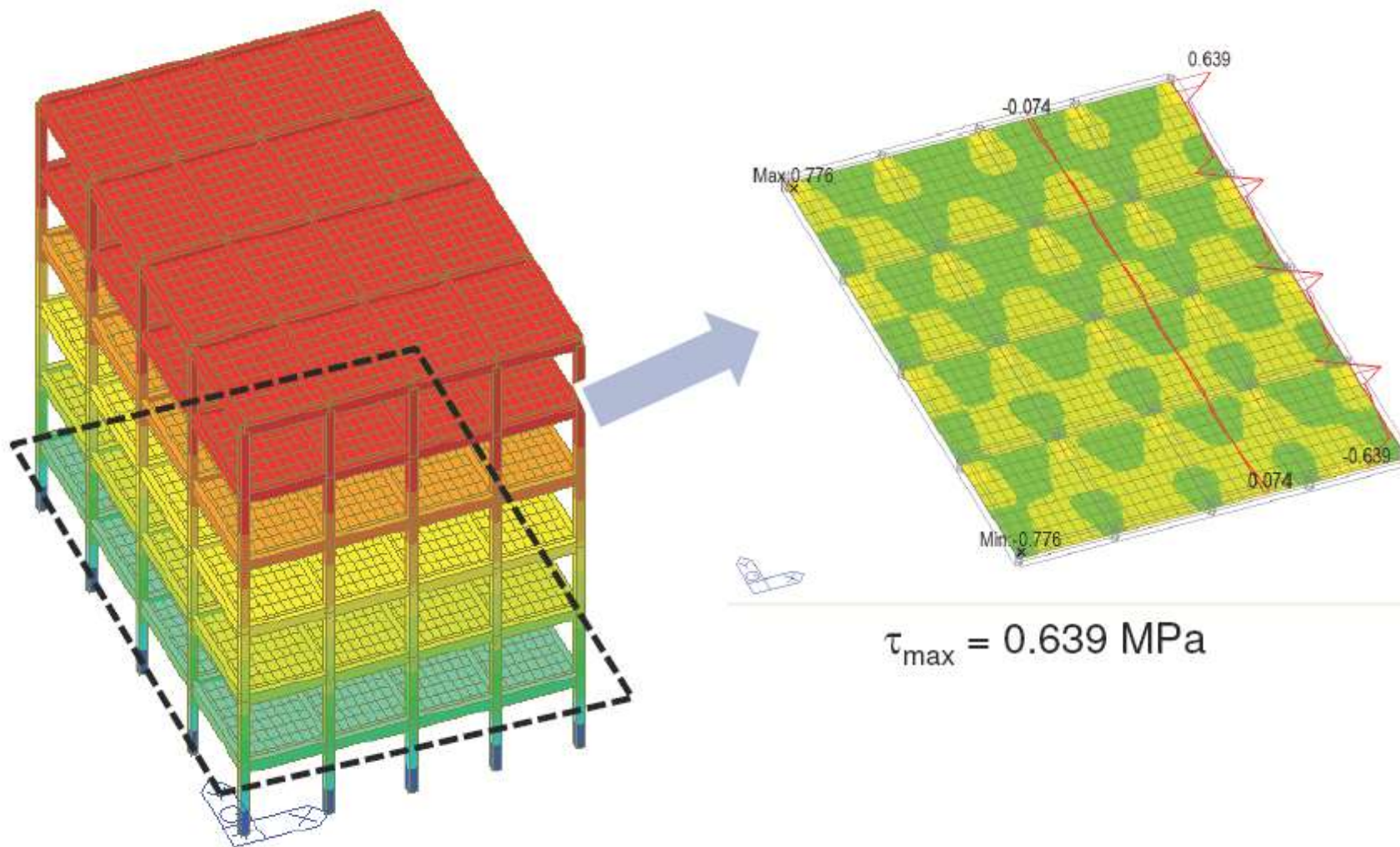
Y: -0.810

Z: 0.515



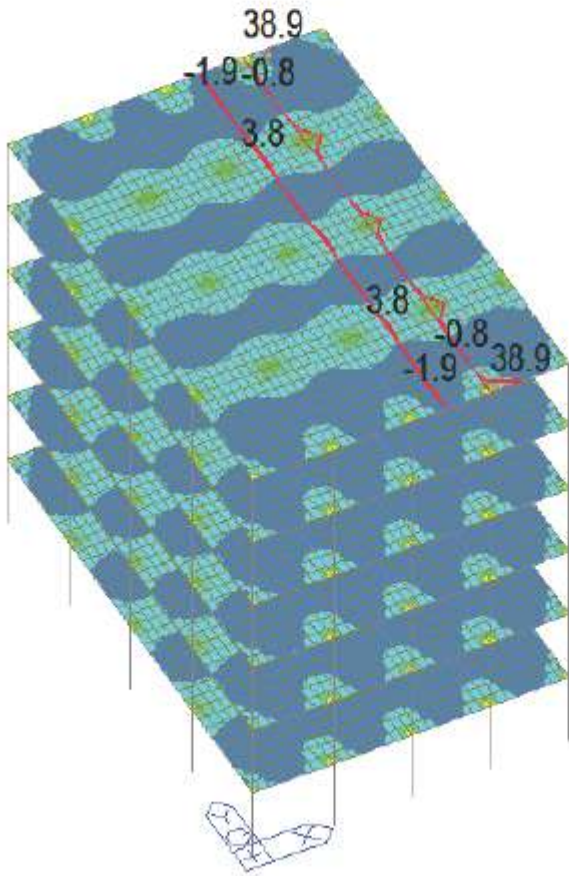
MODELLO 3D COMPLETO

Spostamento orizzontale massimo 11.4 mm



MODELLO 3D COMPLETO (considerazioni)

σ_{\max} [MPa]



Modello RD

- Elementi: 391
- Tempo di esecuzione: 0.56 sec.

Modello I

- Elementi: 487
- Tempo di esecuzione: 0.67 sec

Modello II

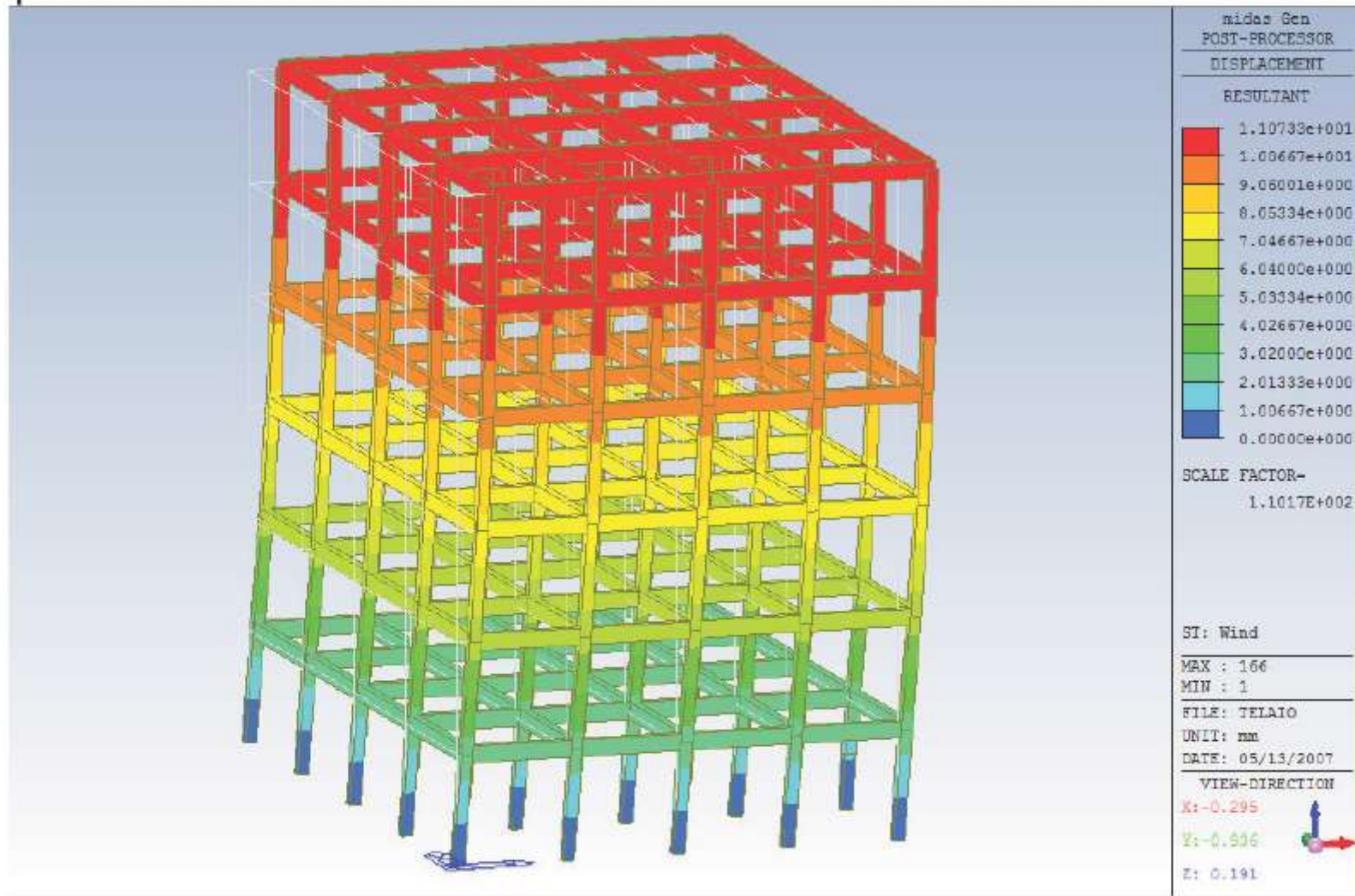
- Elementi: 1255
- Tempo di esecuzione: 3.3 sec.

Modello III

- Elementi: 8167
- Tempo di esecuzione: 17.5 sec

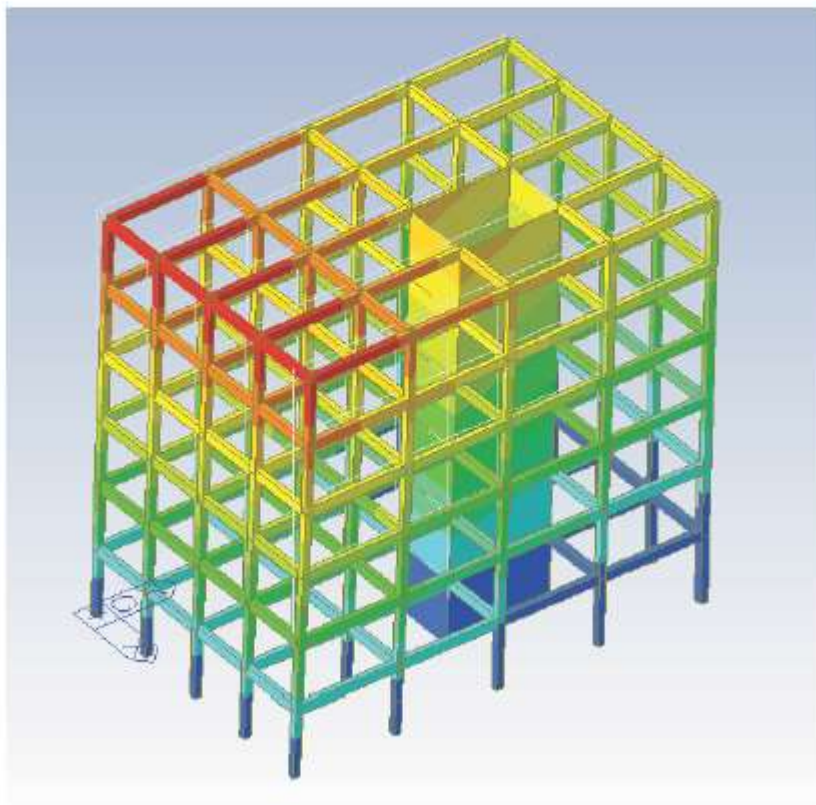
TELAI RESISTENTI

Spostamento orizzontale massimo 11 mm

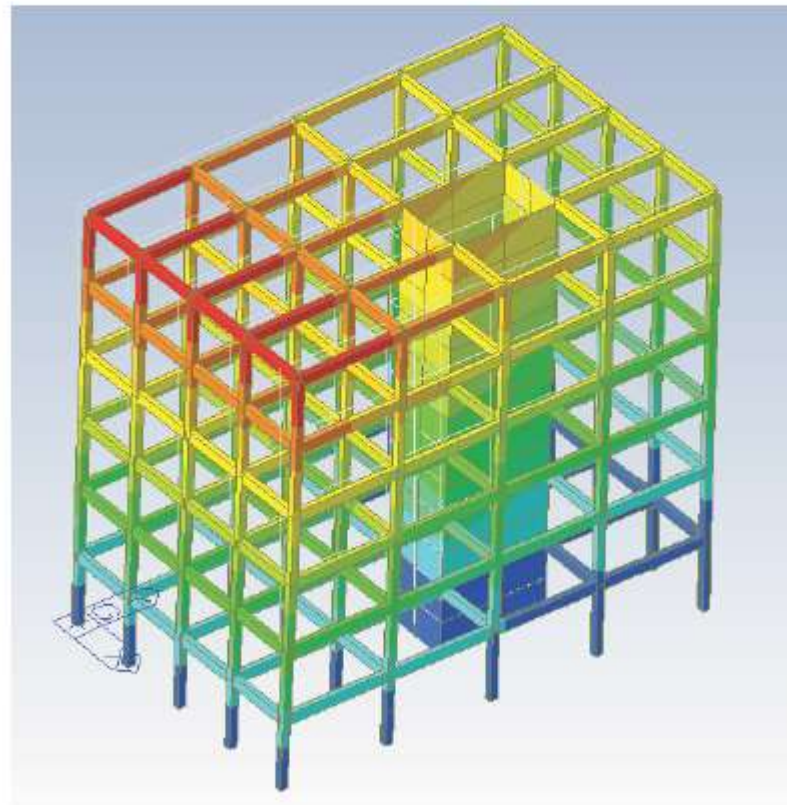


TELA E SETTI RESISTENTI

Mesh 1: spostamento orizzontale
massimo: 3.22 mm

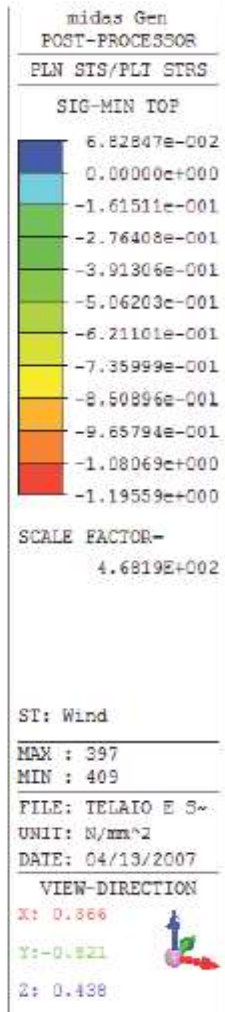
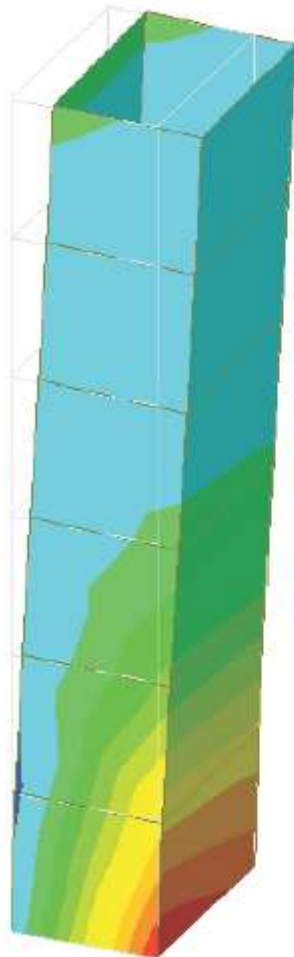


Mesh 2: spostamento orizzontale
massimo: 3.27 mm

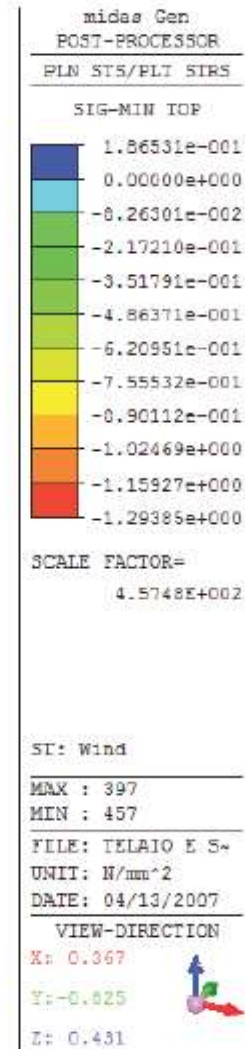
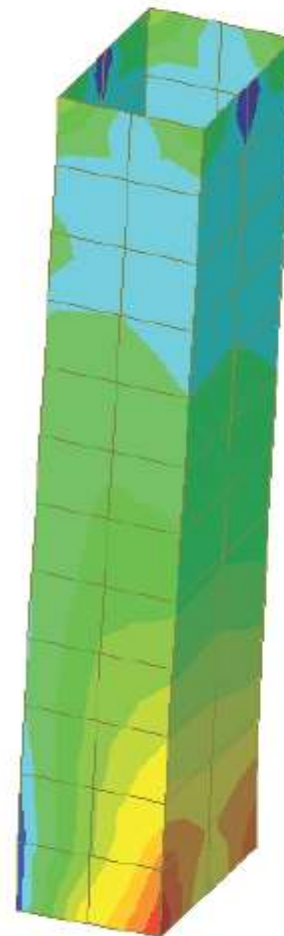


TELAIO E SETTI RESISTENTI

Mesh 1: $\sigma_{\min} = -1.20 \text{ MPa}$

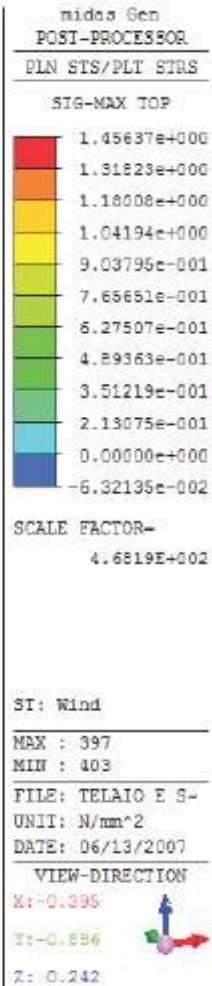
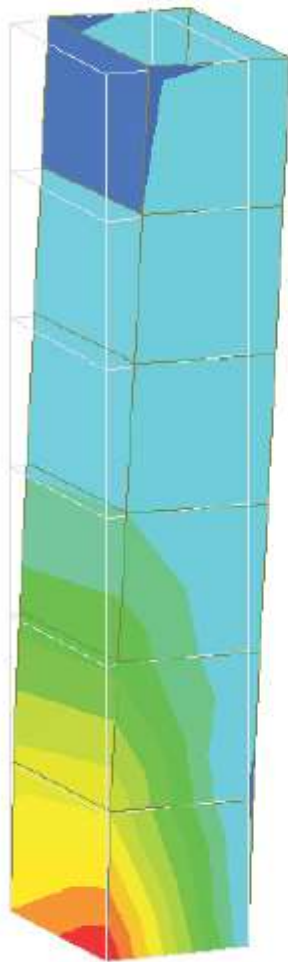


Mesh 2: $\sigma_{\min} = -1.29 \text{ MPa}$

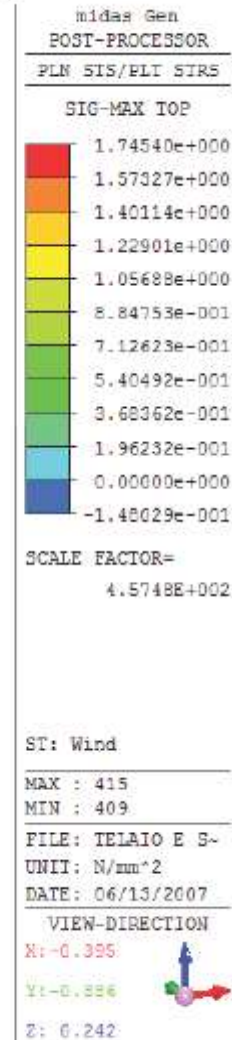
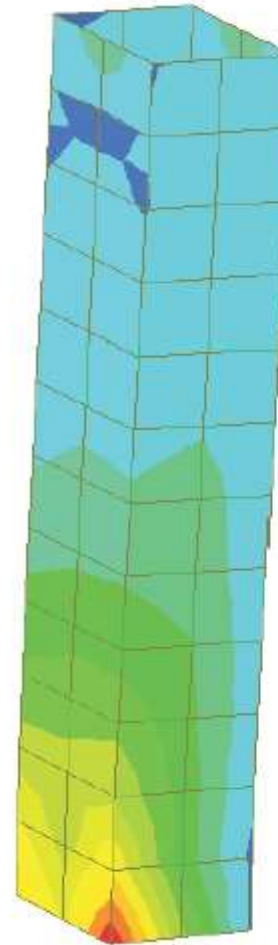


TELAIO E SETTI RESISTENTI

Mesh 1: $\sigma_{\max} = 1.46 \text{ MPa}$

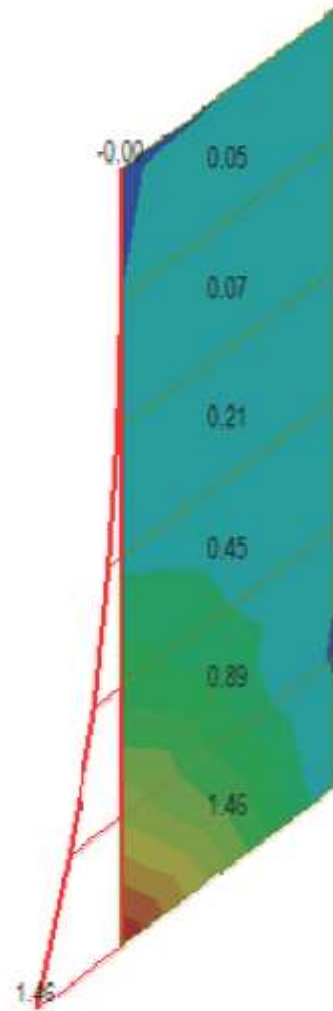


Mesh 2: $\sigma_{\max} = 1.75$

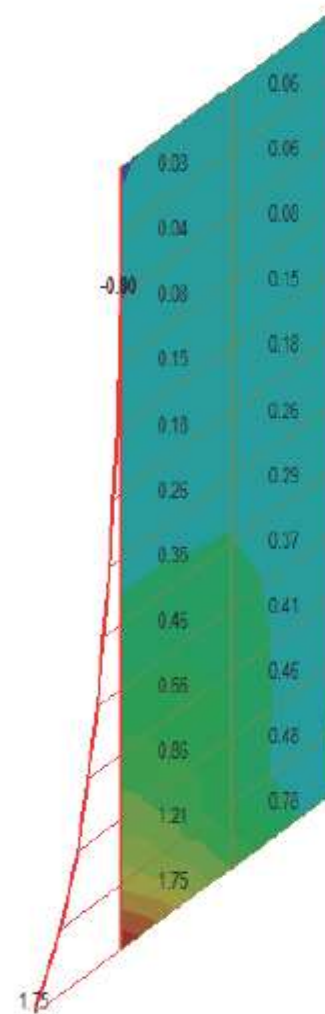


TELA E SETTI RESISTENTI

Mesh 1: $\sigma_{\max} = 1.46$ MPa

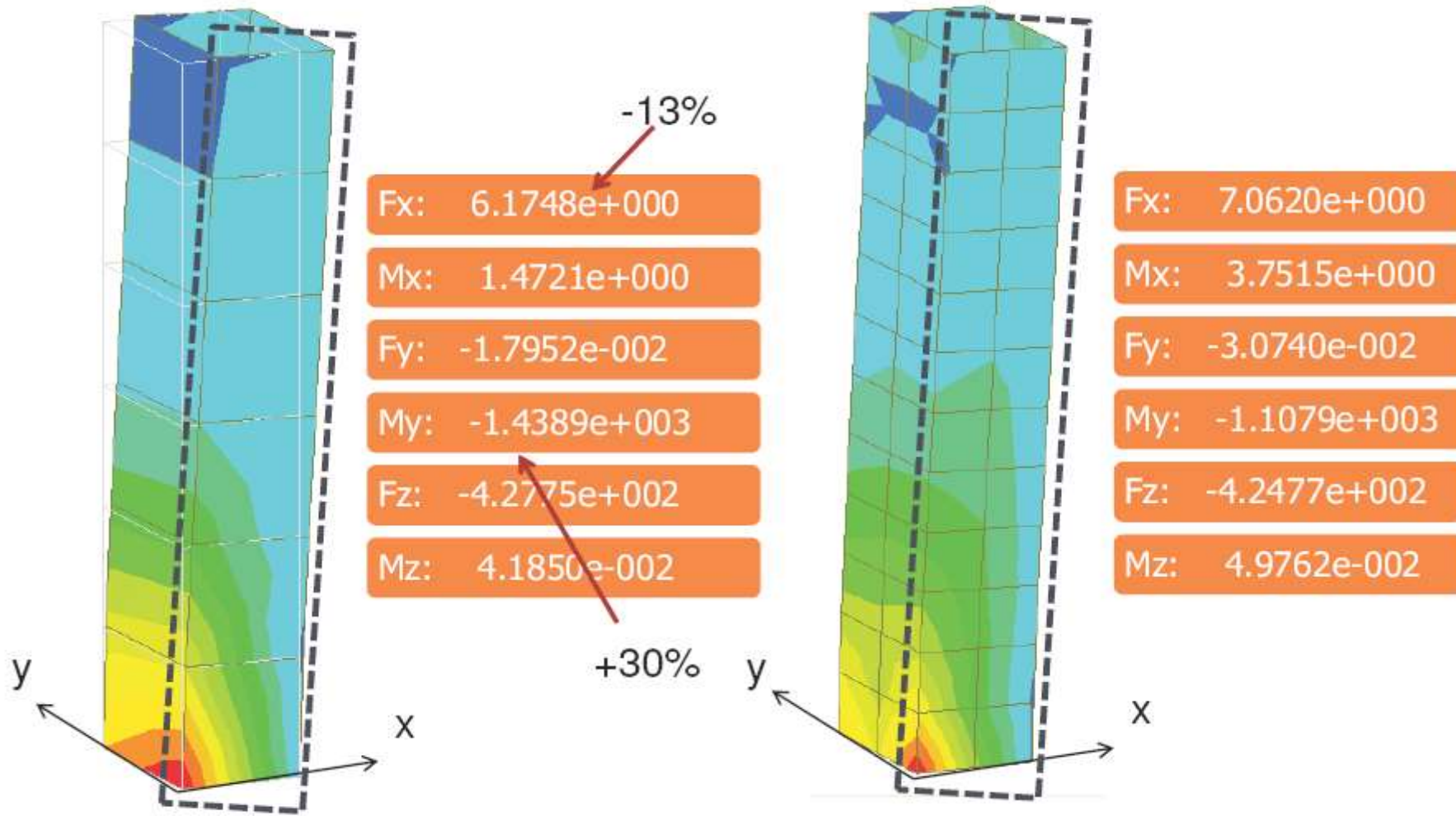


Mesh 2: $\sigma_{\max} = 1.75$ MPa



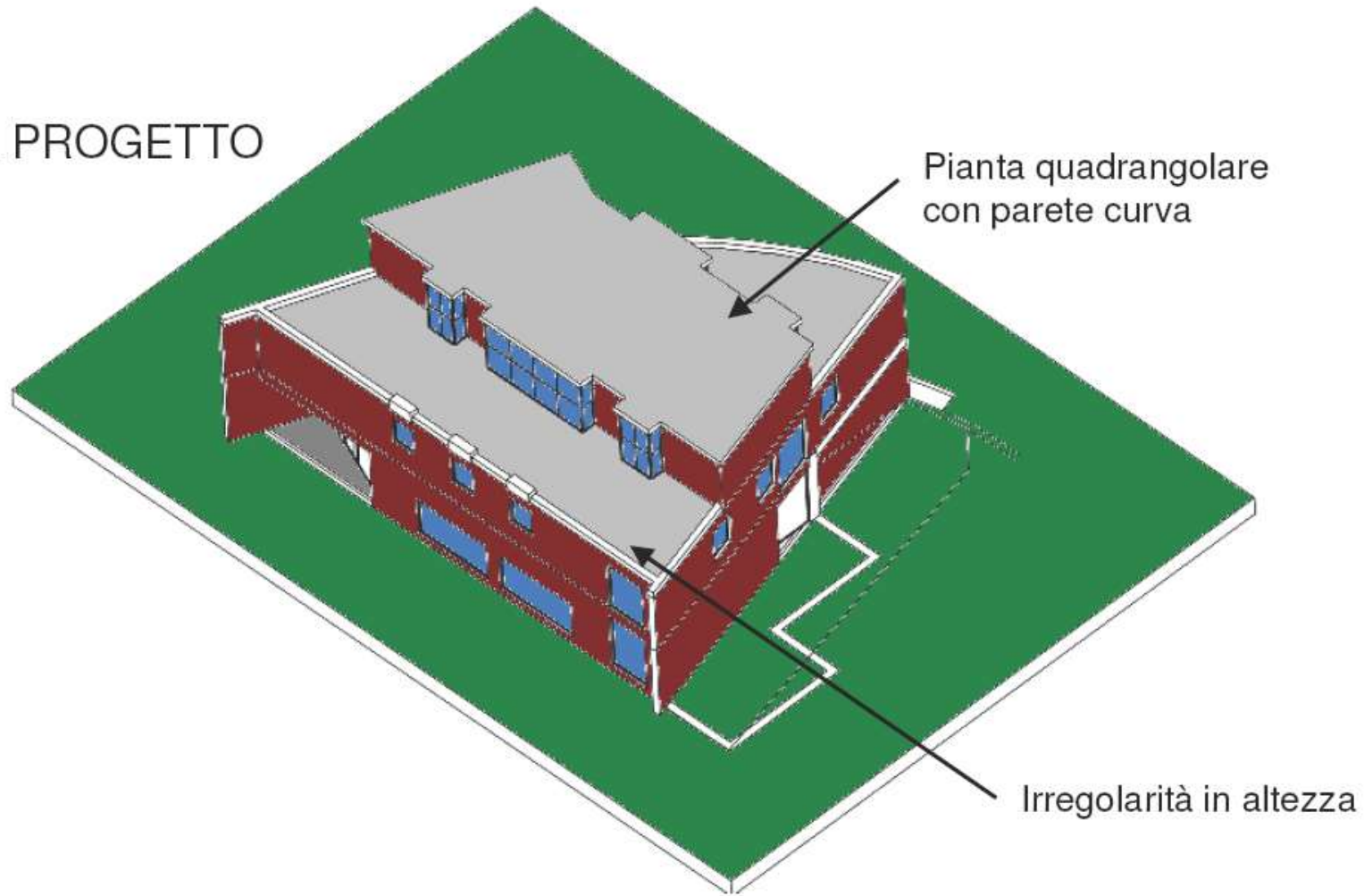
TELA E SETTI RESISTENTI

Sollecitazioni kN m



UN ESEMPIO COMPLESSO

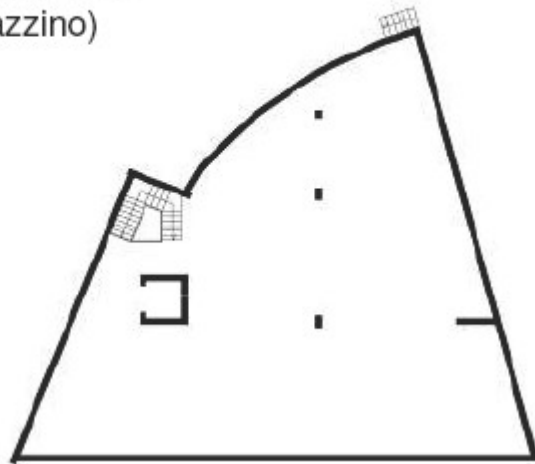
IL PROGETTO



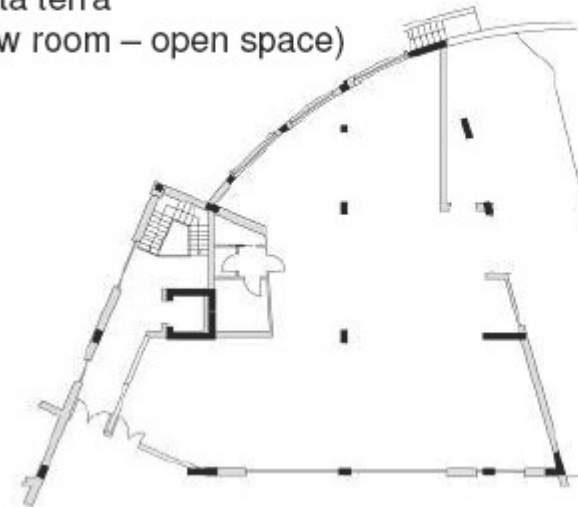
UN ESEMPIO COMPLESSO

PIANTE

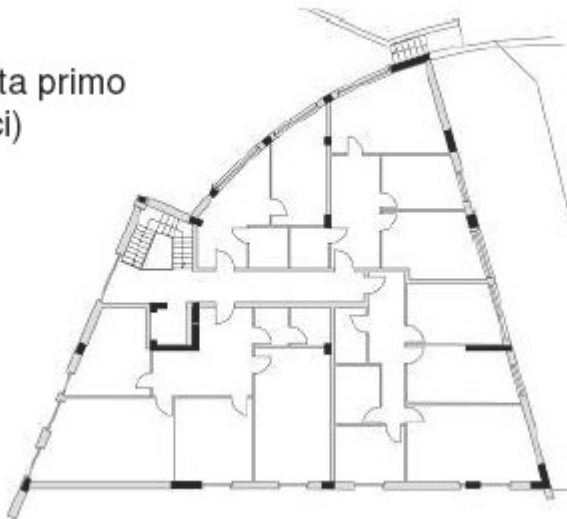
Pianta interrato
(magazzino)



Pianta terra
(show room – open space)



Pianta primo
(uffici)

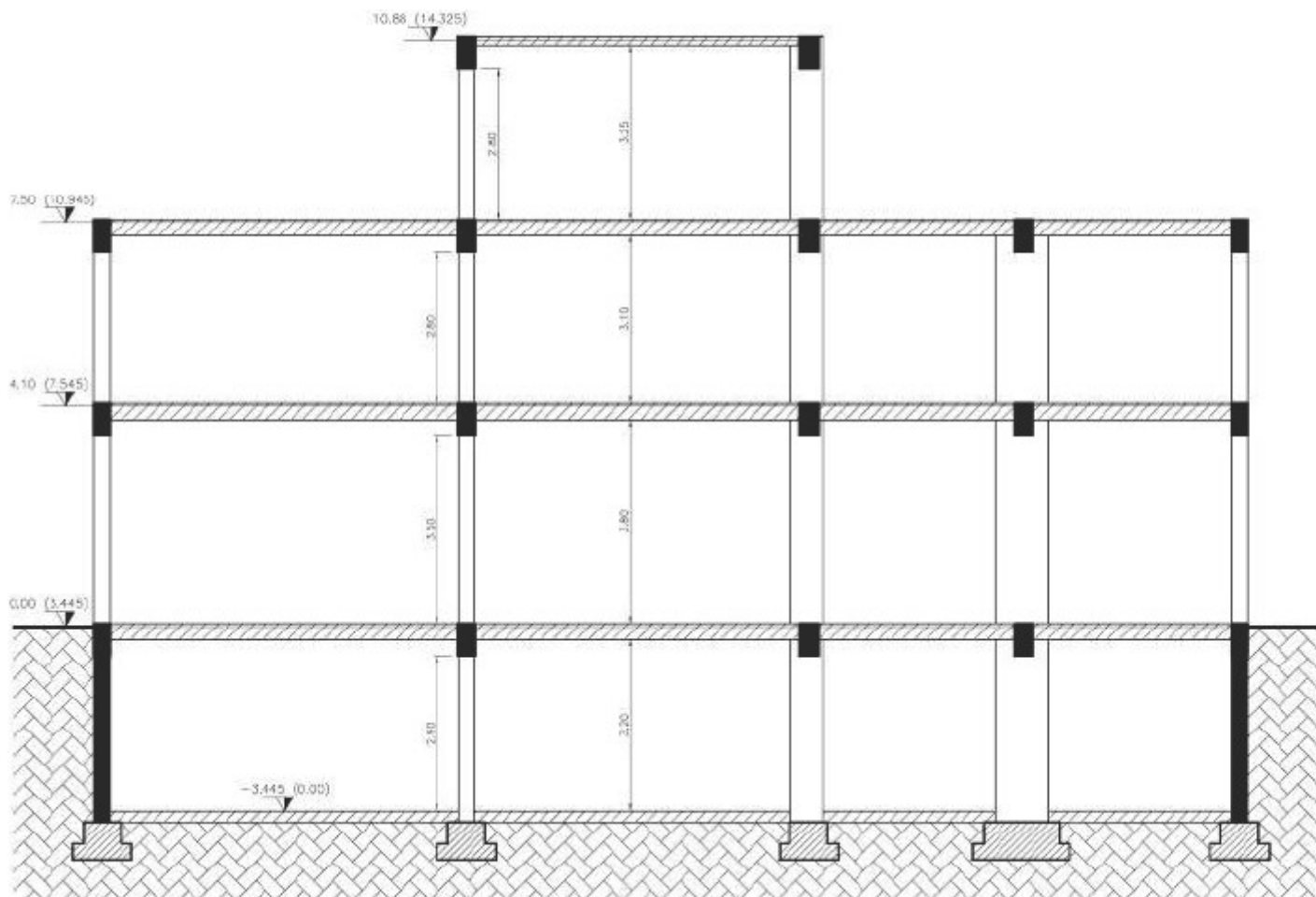


Pianta secondo
(sala espositiva)



UN ESEMPIO COMPLESSO

SEZIONE



UN ESEMPIO COMPLESSO

PIANTA

Pilastrì 30x60

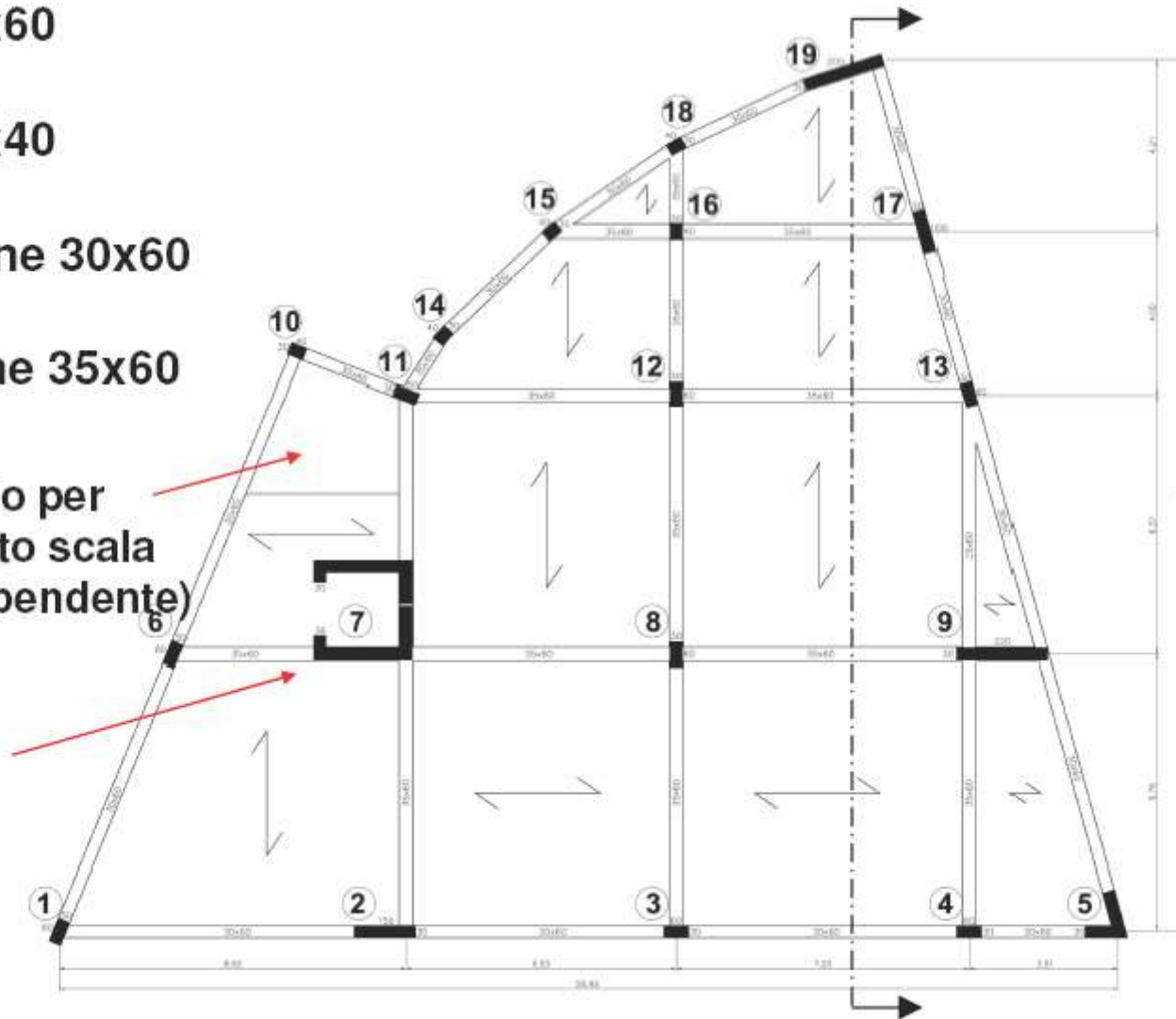
Pilastrì 30x40

Travi esterne 30x60

Travi interne 35x60

Buco nel solaio per
posizionamento scala
(struttura indipendente)

blocco
ascensore



UN ESEMPIO COMPLESSO

DESCRIZIONE DELLA STRUTTURA

3 PIANI FUORI TERRA + 1 PIANO INTERRATO

IL PIANO INTERRATO è composto da pareti di sostegno

I 3 PIANI FUORI TERRA sono composti da pilastri e setti

IL BLOCCO SCALE è realizzato indipendente dal resto

IL BLOCCO ASCENSORE è realizzato da pareti in c.a.

I SOLAI sono alleggeriti del tipo “*plastbau*”

UN ESEMPIO COMPLESSO

Scale

Producono effetti di irrigidimento locale e globale

NECESSARIO tenerne conto nel modello

Travi a ginocchio

- aumentano la rigidezza del telaio in cui sono inserite (controventi)
- modificano la ridistribuzione delle forze d'inerzia
- comportano sollecitazioni di taglio e assiali nei pilastri

Solette rampanti

presentano problemi analoghi, ma ridotti

UN ESEMPIO COMPLESSO

Modellazione

DESCRIZIONE DELLA MODELLAZIONE

L'interrato è composto da pareti di sostegno con giunti di 3cm, per centrare il centro di rigidezza con quello delle masse e rendere minima l'eccentricità accidentale

Le pareti sono realizzate con elementi tipo shell privi di massa ma con peso proprio, con lo scopo di non avere modi di vibrare non necessari

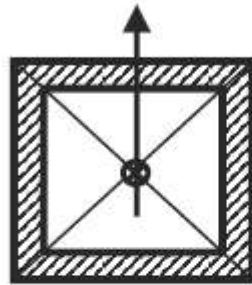
I piani fuori terra sono composti da pilastri e pareti, per centrare il centro di rigidezza con quello delle masse e rendere minima l'eccentricità accidentale

I solai non sono stati modellati perché viene utilizzato il diaframma rigido, e il carico è stato posto manualmente sulle travi

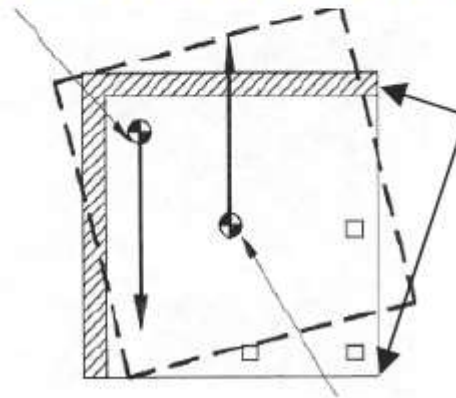
UN ESEMPIO COMPLESSO

Modellazione

CENTRO DELLE RIGIDENZE \equiv CENTRO DI MASSA



CENTRO DELLE RIGIDENZE

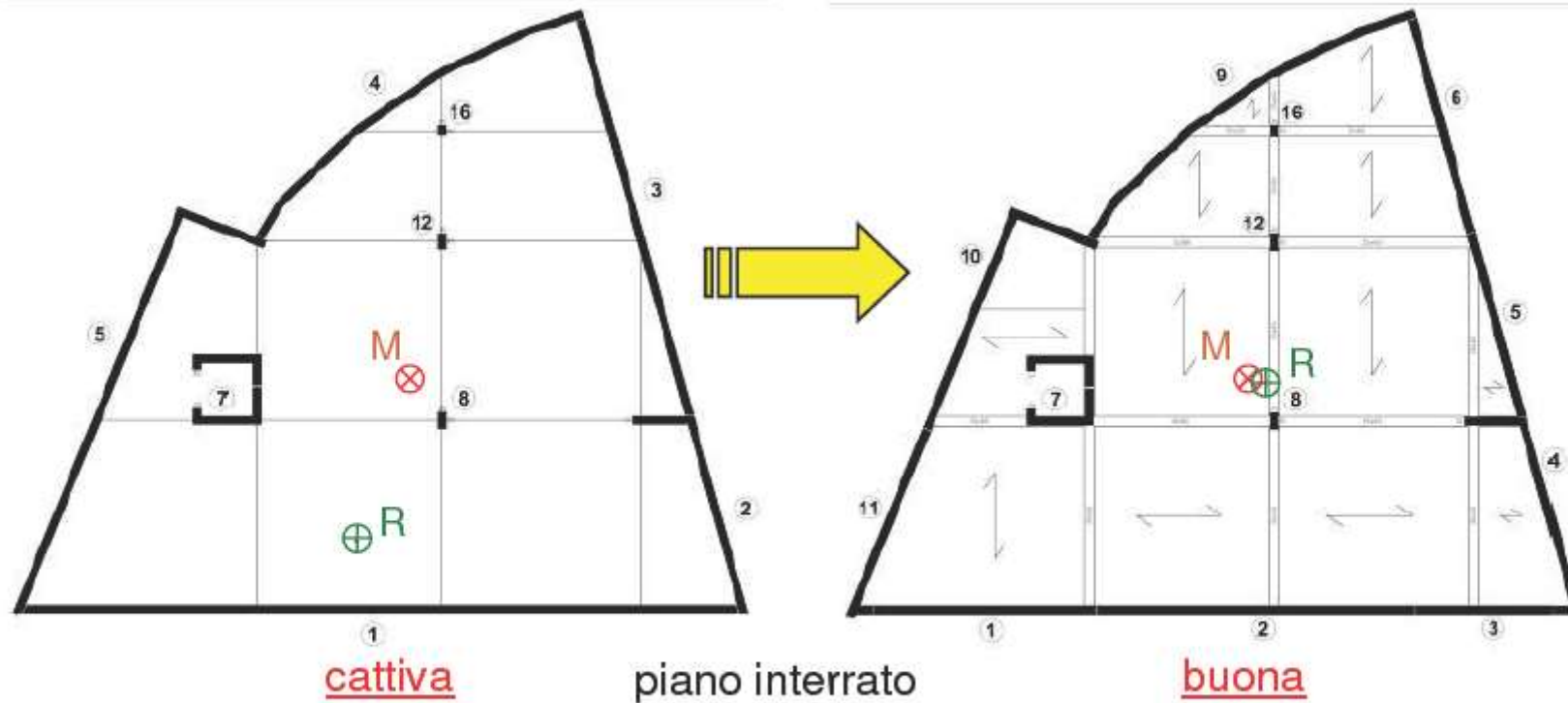


Se le resistenze non sono bilanciate l'effetto torsionale puo' essere estremamente dannoso.

CENTRO DI MASSA

UN ESEMPIO COMPLESSO

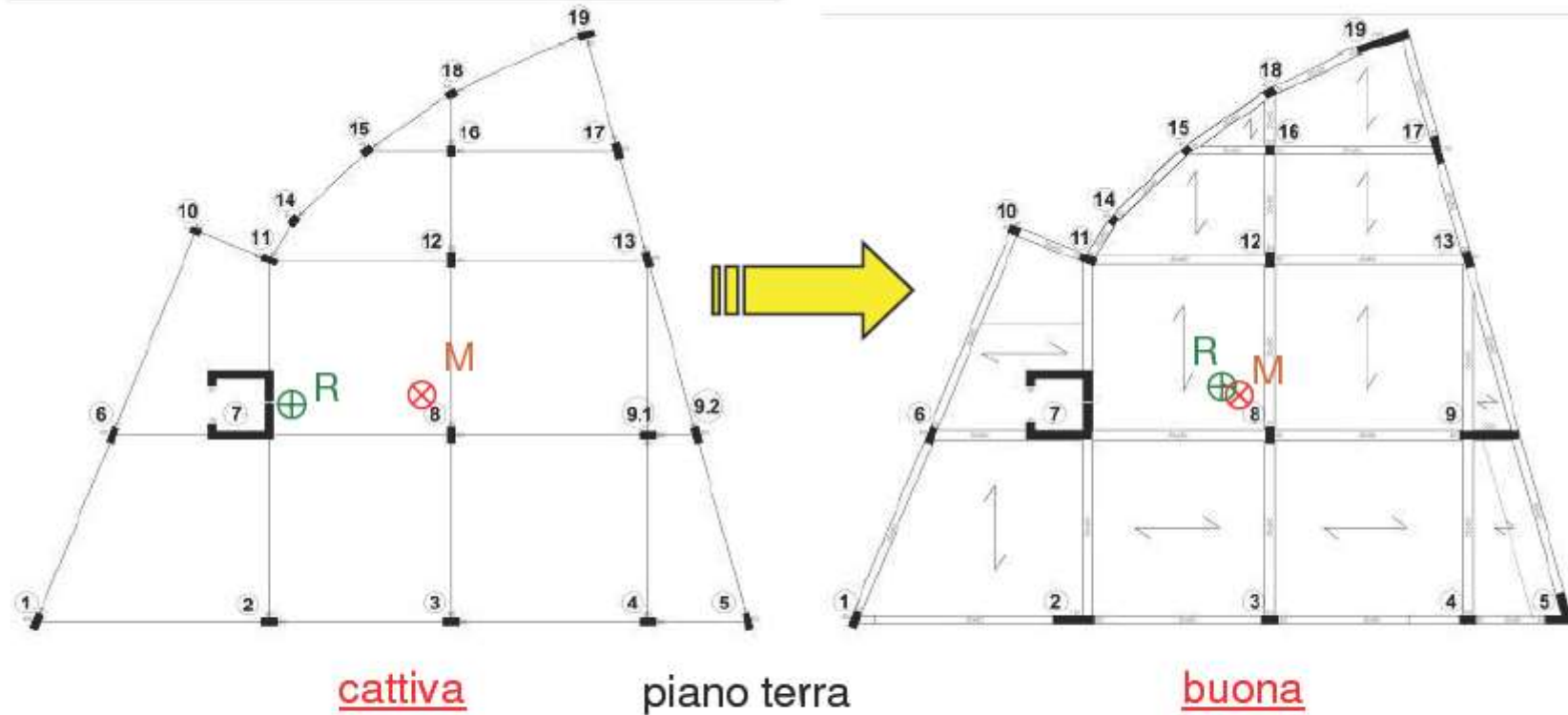
Modellazione: studio della pianta



Una giusta organizzazione delle pareti al piano interrato ci permette di centrare i centri di massa e rigidezza, diminuendo quindi gli effetti torsionali sugli elementi verticali

UN ESEMPIO COMPLESSO

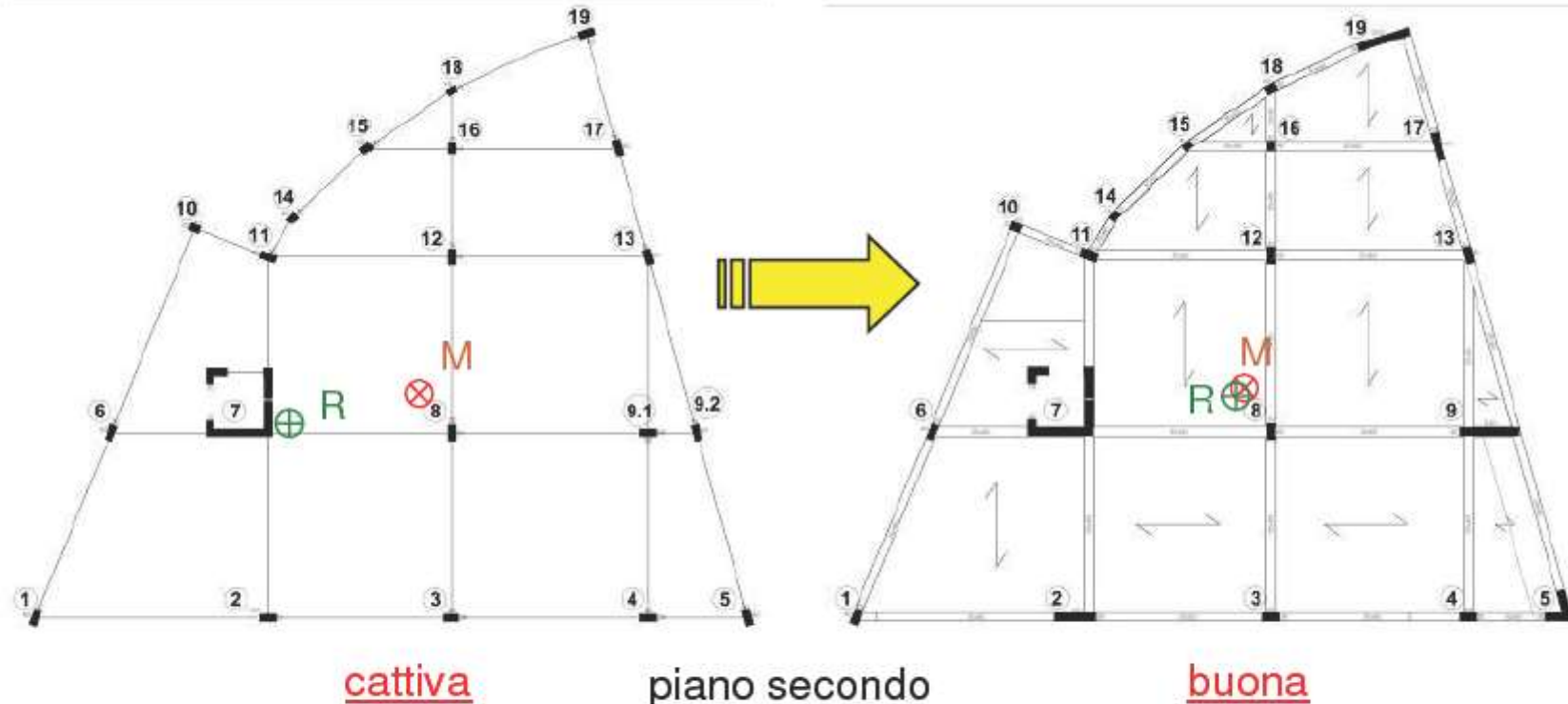
Modellazione: studio della pianta



L'inserimento anche ai piani superiori di pareti, mantenendo la congruenza con il progetto architettonico, permette di centrare i centri di massa e rigidezza

UN ESEMPIO COMPLESSO

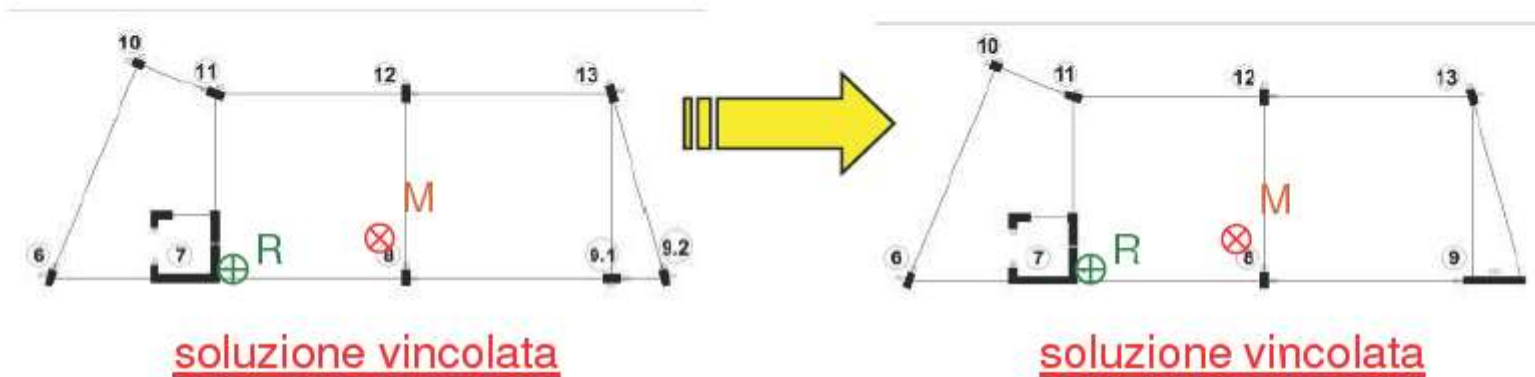
Modellazione: studio della pianta



L'inserimento anche ai piani superiori di pareti, mantenendo la congruenza con il progetto architettonico, permette di centrare i centri di massa e rigidezza

UN ESEMPIO COMPLESSO

Modellazione: studio della pianta

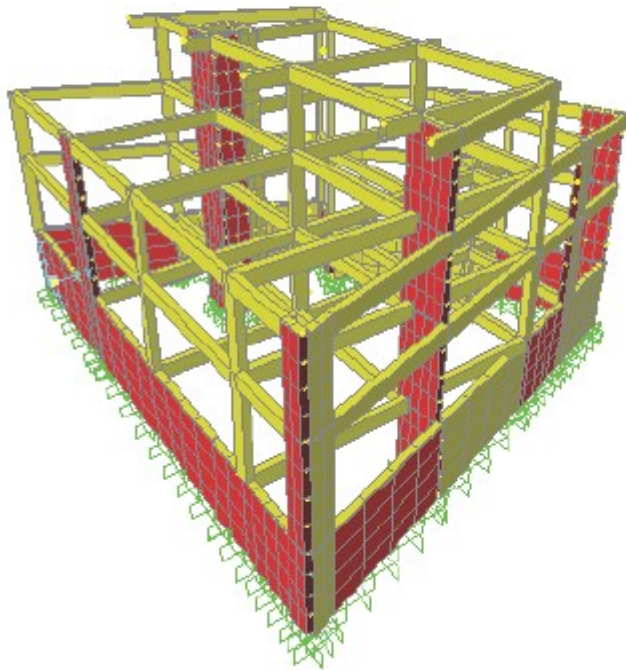


L'ultimo piano purtroppo è quello che risente maggiormente della progettazione dei piani bassi. La presenza di un'eccentricità così grande si noterà poi nel calcolo del drift di interpiano e dei momenti sui pilastri

UN ESEMPIO COMPLESSO

MODELLAZIONE DELLE SHELL DI PARETE

ottimizzazione della mesh



Modello con mesh delle shells di parete 1x1

Modello con mesh delle shells di parete 2x2

Modello con mesh delle shells di parete 4x4

Modello con mesh delle shells di parete ottimizzata
(6 divisioni in altezza e circa 40-60 cm in
lunghezza)

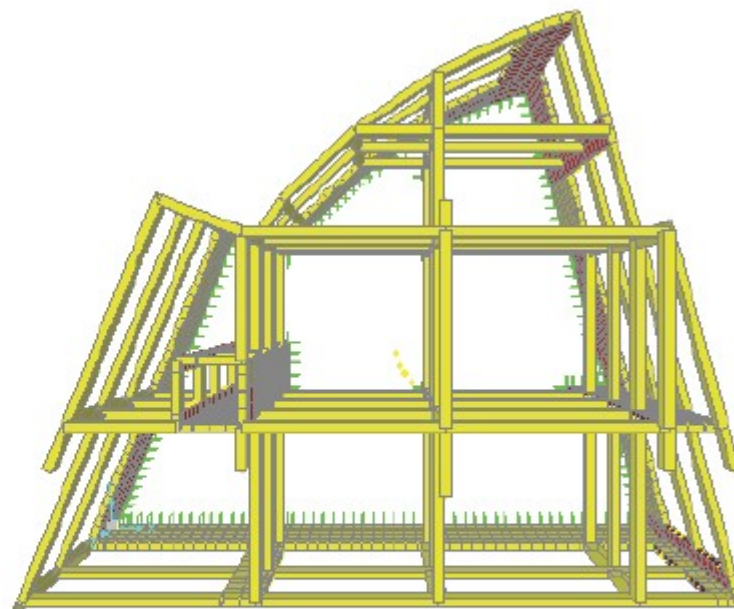
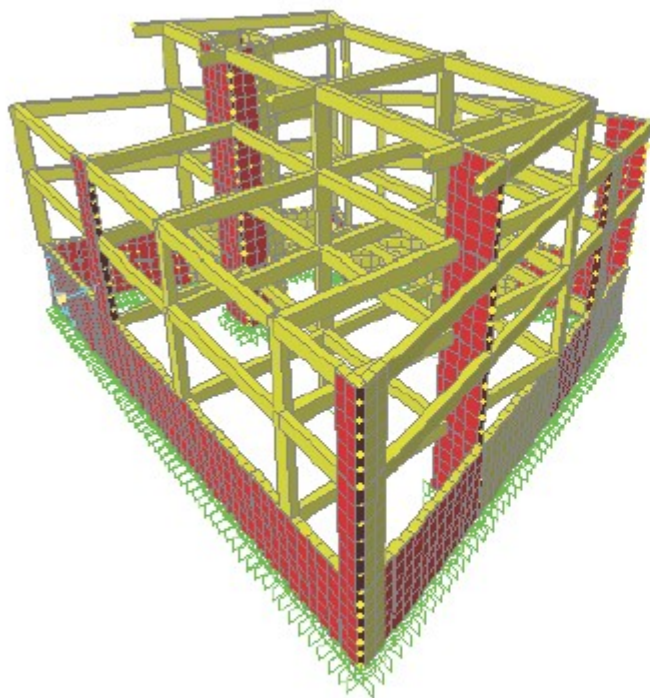
Modello con mesh delle shells di parete 8x8

Modello con mesh delle shells di parete 16x16

UN ESEMPIO COMPLESSO

Modellazione pareti

OTTIMIZZATA



numero di nodi: 1900

tempo di analisi: 77 sec

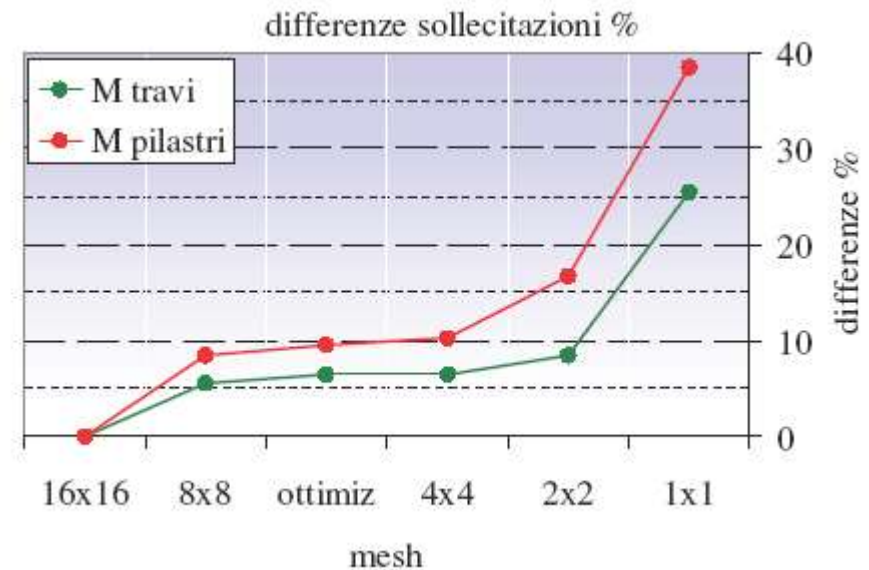
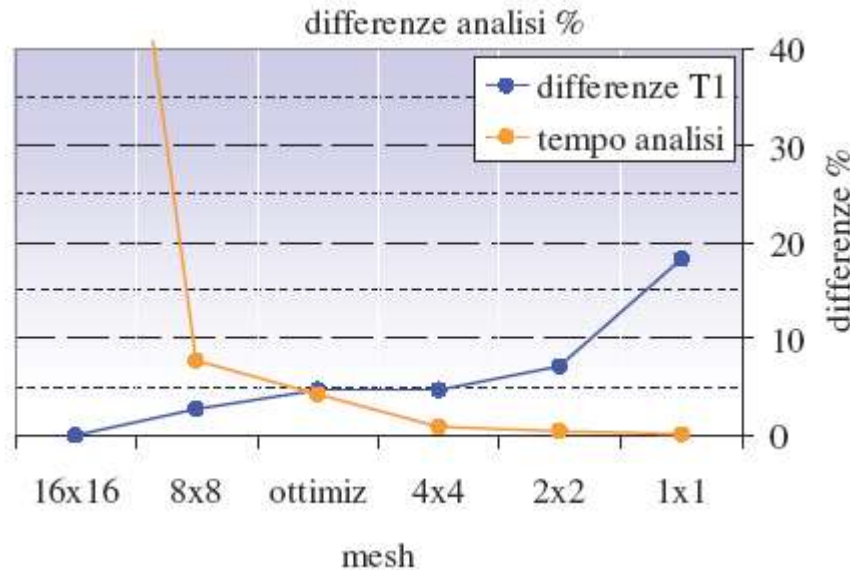
periodo T1: 0,436452 sec

UN ESEMPIO COMPLESSO

	joints	frame	shell	equation	size file (MB)	elapsed time (sec)	period T1
no mesh	204	225	75	462	0,265	4	0,374065
2x2	406	259	224	1425	1,313	7	0,425359
4x4	1012	329	728	4599	5,889	17	0,436281
ottimiz	1900	394	1482	9288	13,745	77	0,436452
8x8	2459	396	1992	12702	26,062	140	0,445269
16x16	11071	781	10144	61899	288,215	1809	0,457961

modello di analisi

base per errori

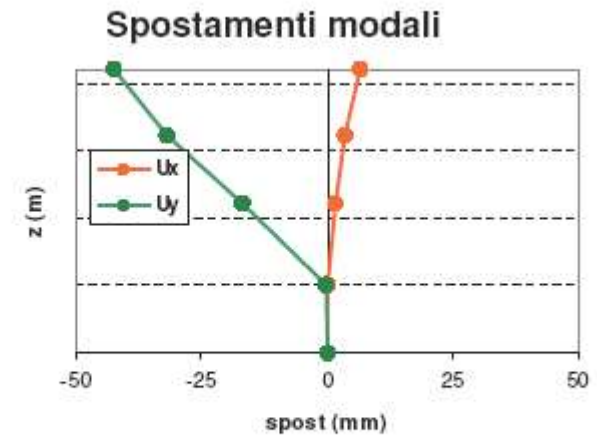
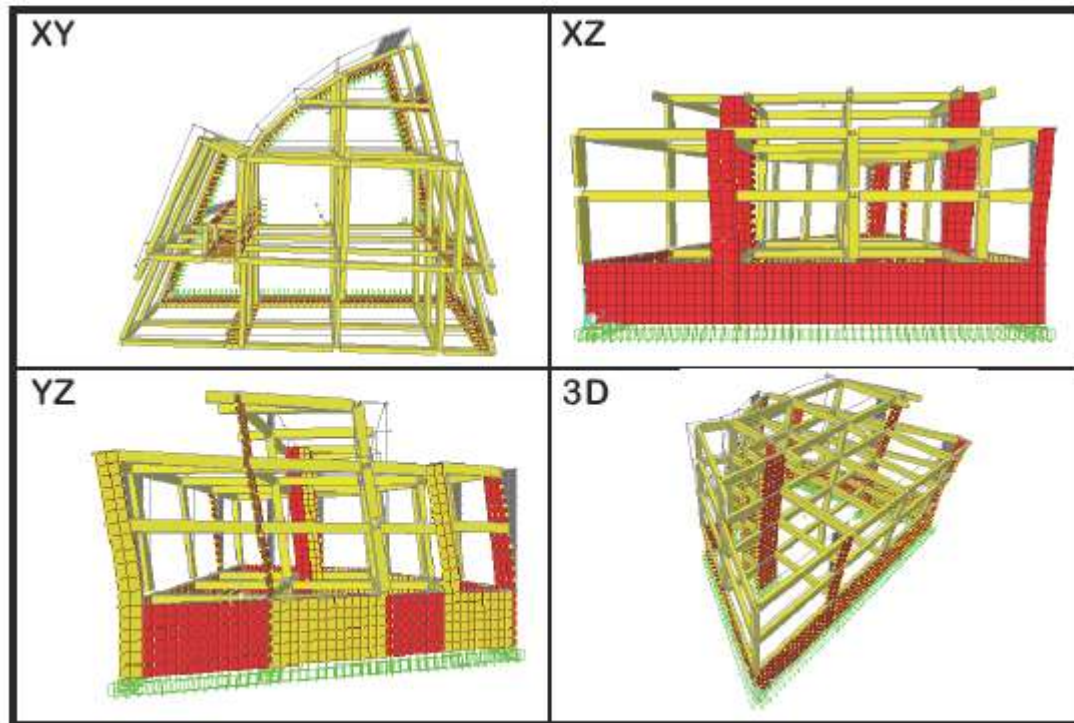
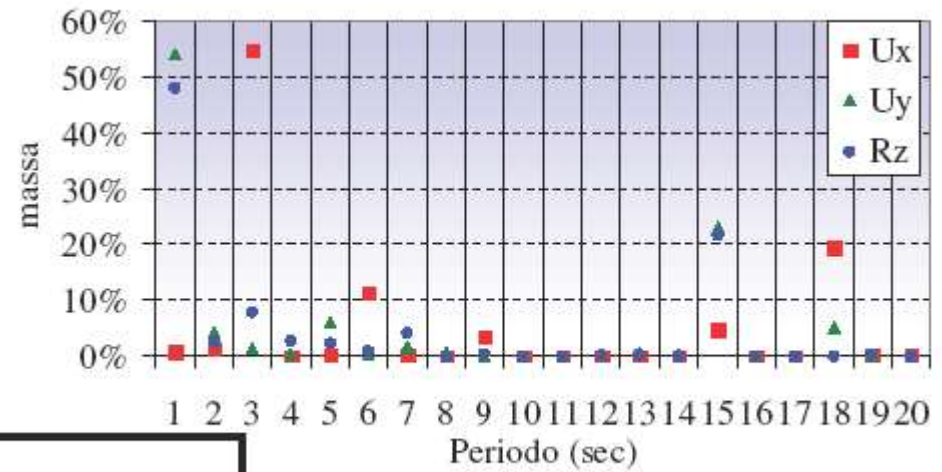


UN ESEMPIO COMPLESSO

T1 (sec)	
0,475	
Massa (%)	
Ux	0,7
Uy	52
Rz	48

MODO 1

Percentuale di MASSA ECCITATA modale

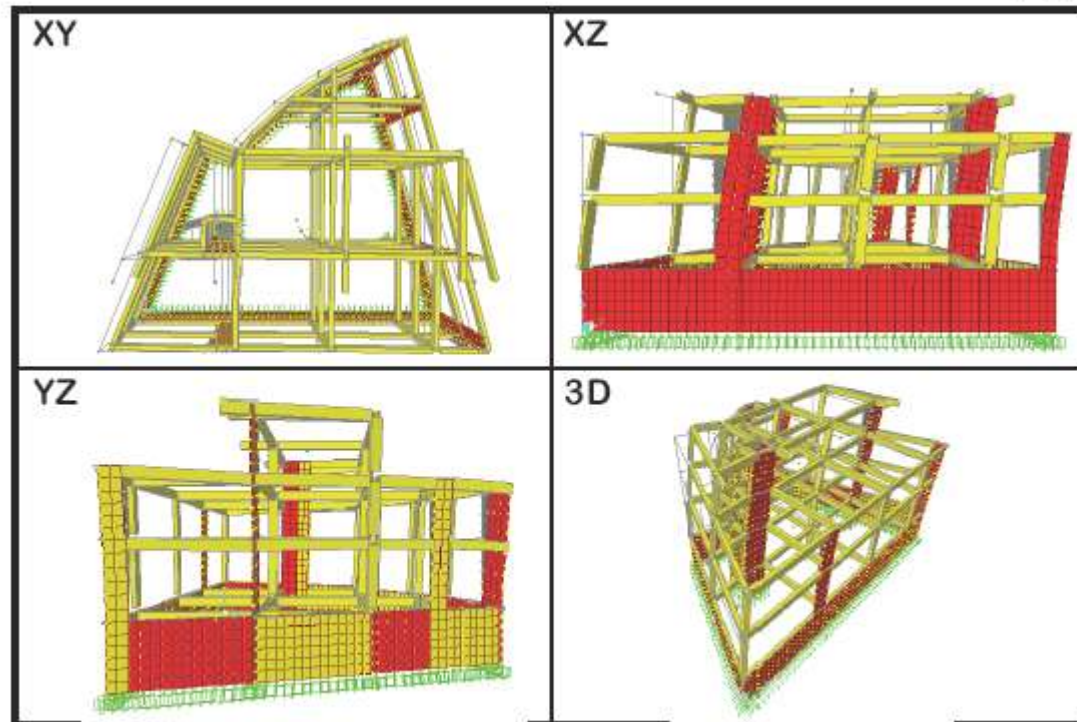
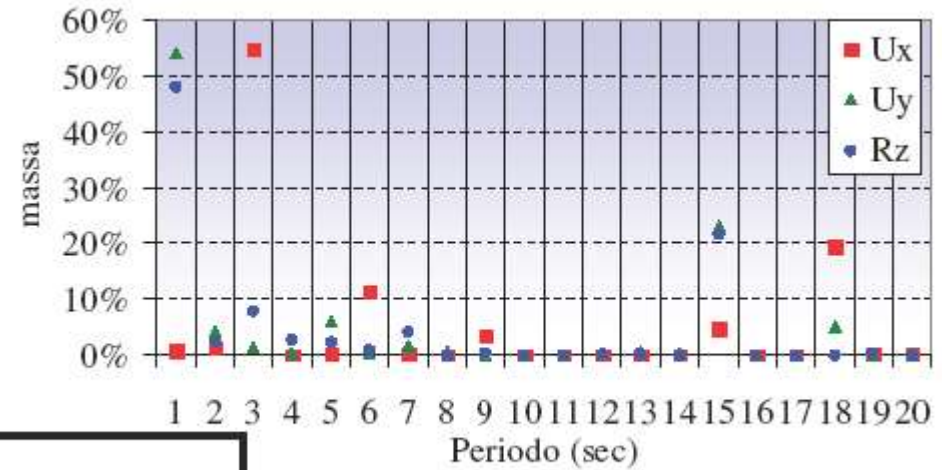


UN ESEMPIO COMPLESSO

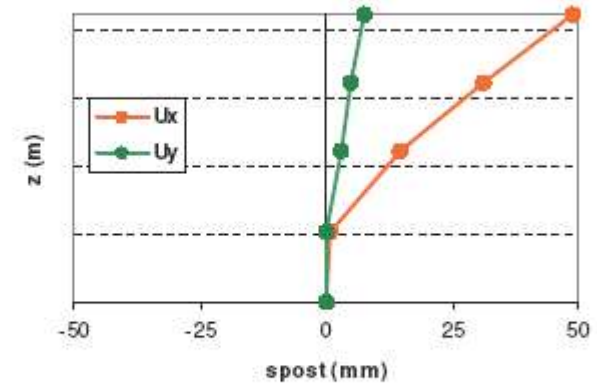
T3 (sec)	
0,346	
Massa (%)	
Ux	55
Uy	1,5
Rz	8

MODO 3

Percentuale di MASSA ECCITATA modale



Spostamenti modali

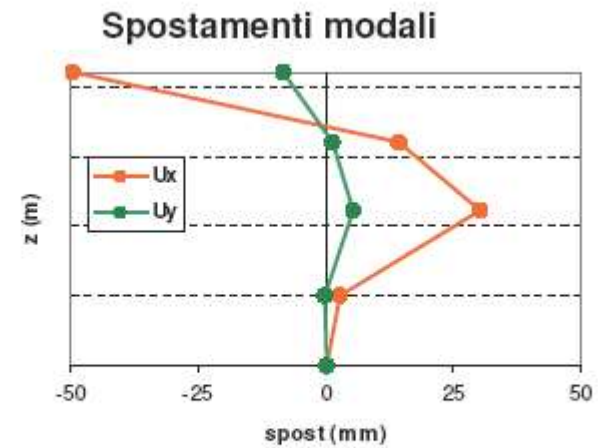
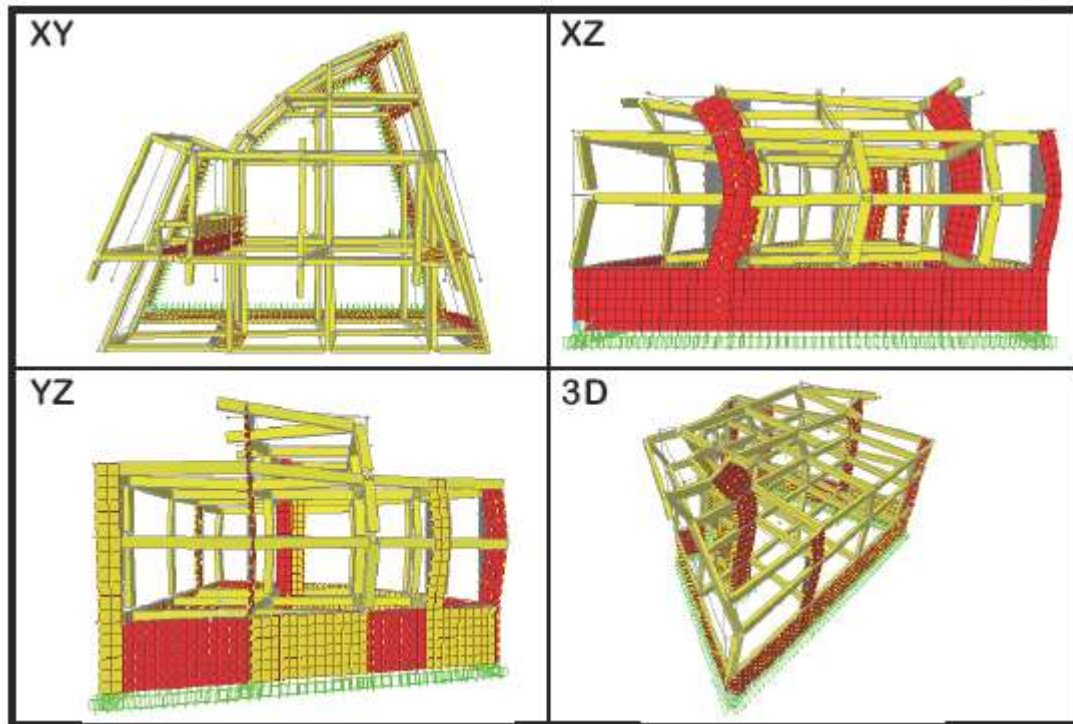
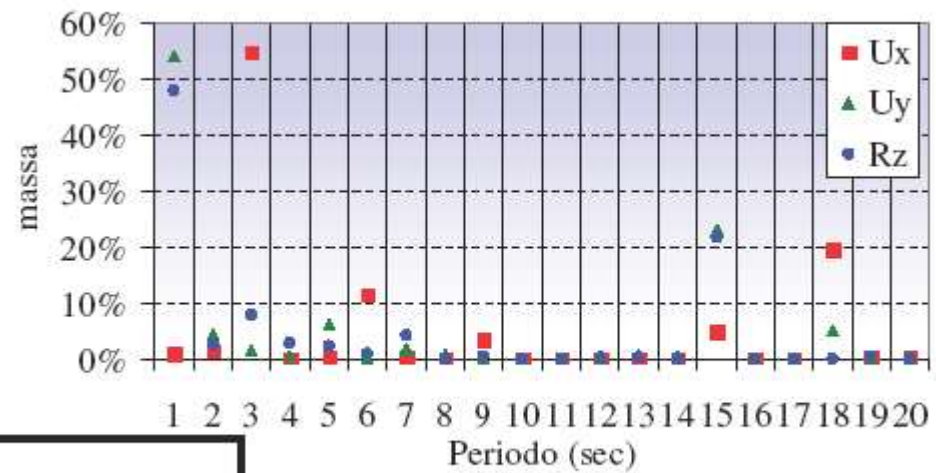


UN ESEMPIO COMPLESSO

T6 (sec)	
0,091	
Massa (%)	
Ux	11,5
Uy	0,2
Rz	1

MODO 6

Percentuale di MASSA ECCITATA modale



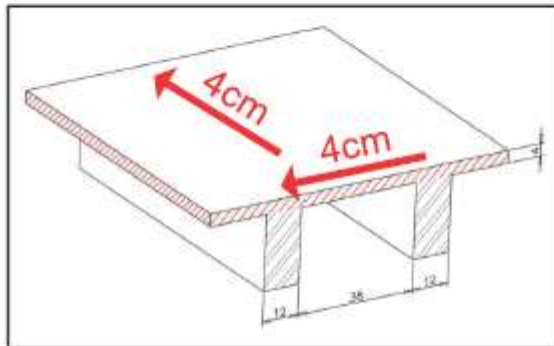
UN ESEMPIO COMPLESSO

MODELLAZIONE DEL PIANO RIGIDO

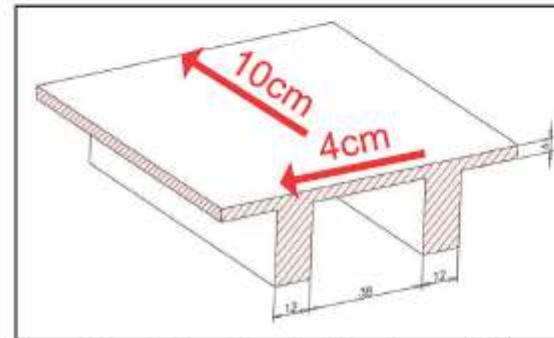
constraints diaphragm/shell di piano

Analisi trattate:

1. tipo di mesh da adottare per la shell.
2. influenza dei travetti partecipanti con la soletta.

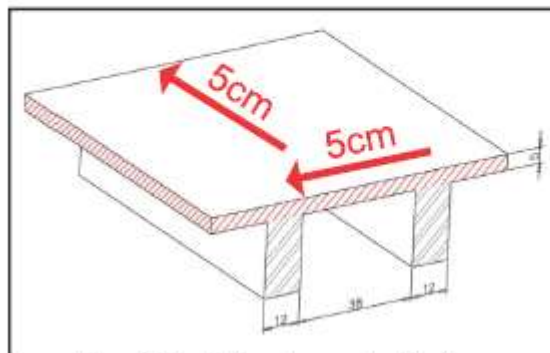


solaio 24+4 (solo soletta)

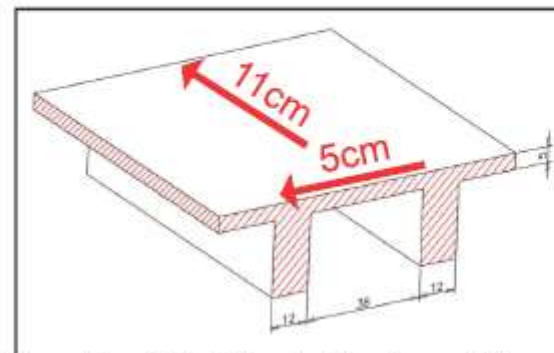


solaio 24+4 (soletta+travetti)

altezza assiale
equivalente solaio
24+4
H=10cm



solaio 24+5 (solo soletta)



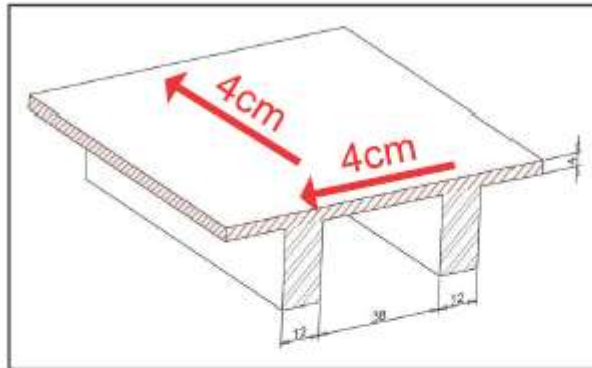
solaio 24+5 (soletta+travetti)

altezza assiale
equivalente solaio
24+5
H=11cm

UN ESEMPIO COMPLESSO

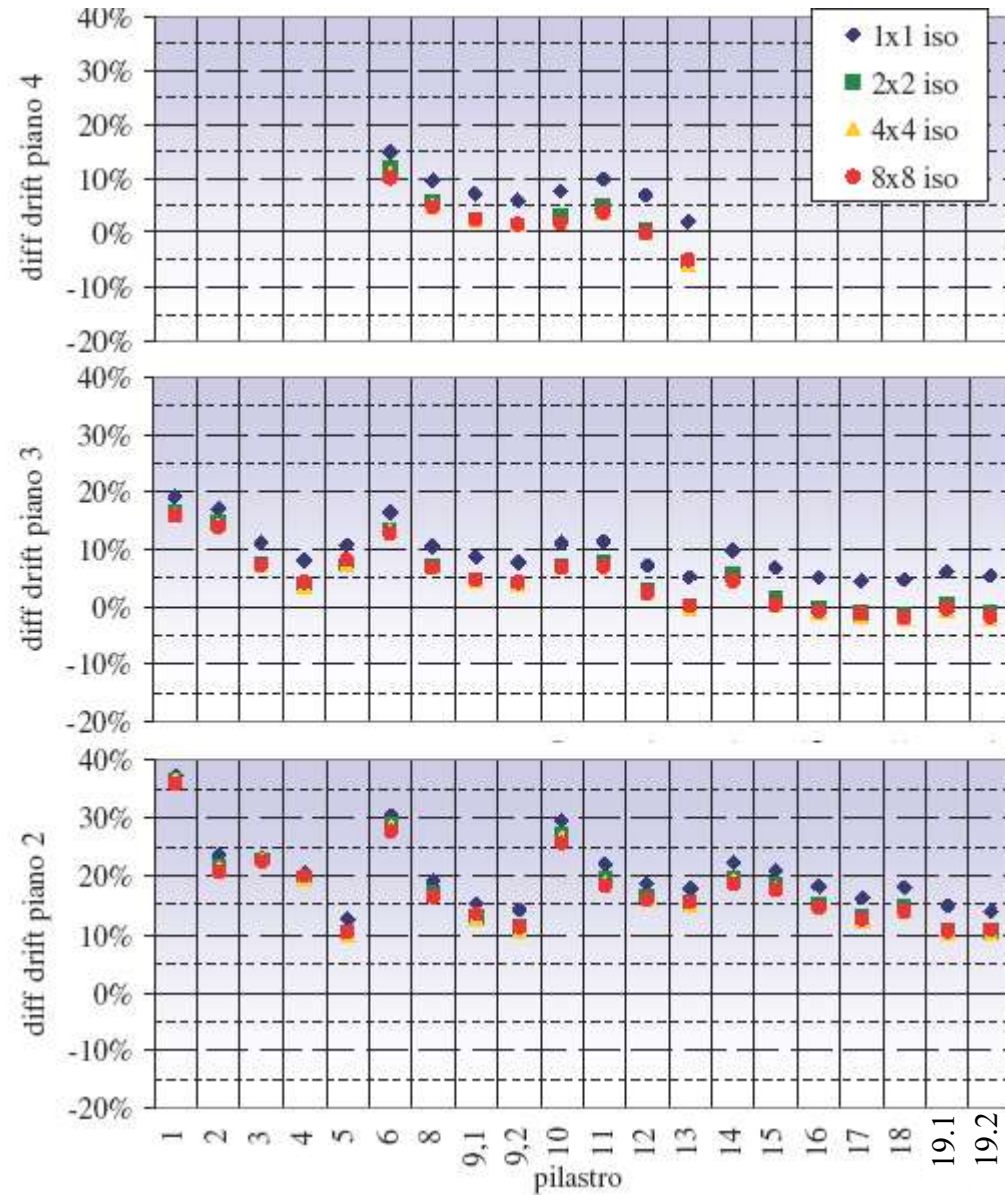
Solaio h=24+4

mesh isotropa



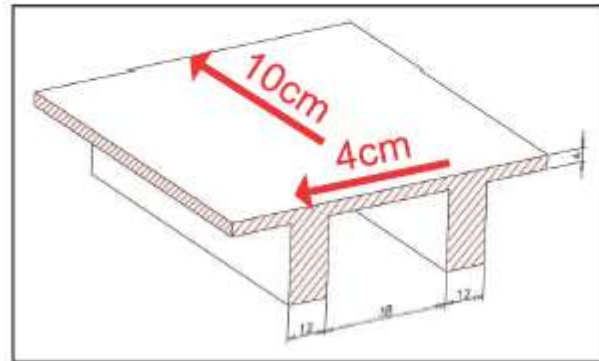
solaio 24+4 (solo soletta)

mesh	T1 (sec)
constr	0,397
1x1	0,429
2x2	0,421
4x4	0,420
8x8	0,420



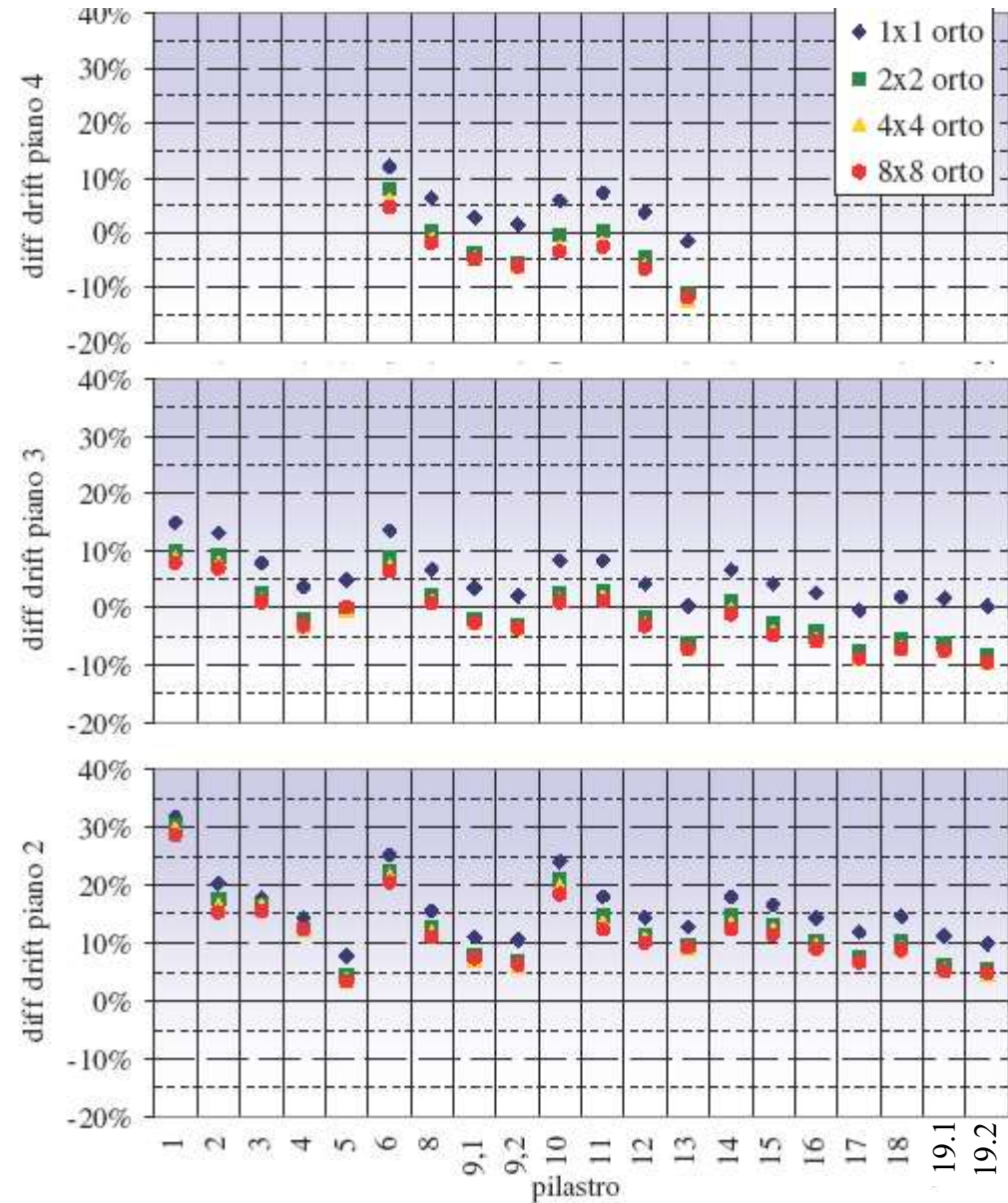
UN ESEMPIO COMPLESSO

Solaio h=24+4
mesh ortotropa



solaio 24+4 (soletta+travetti)

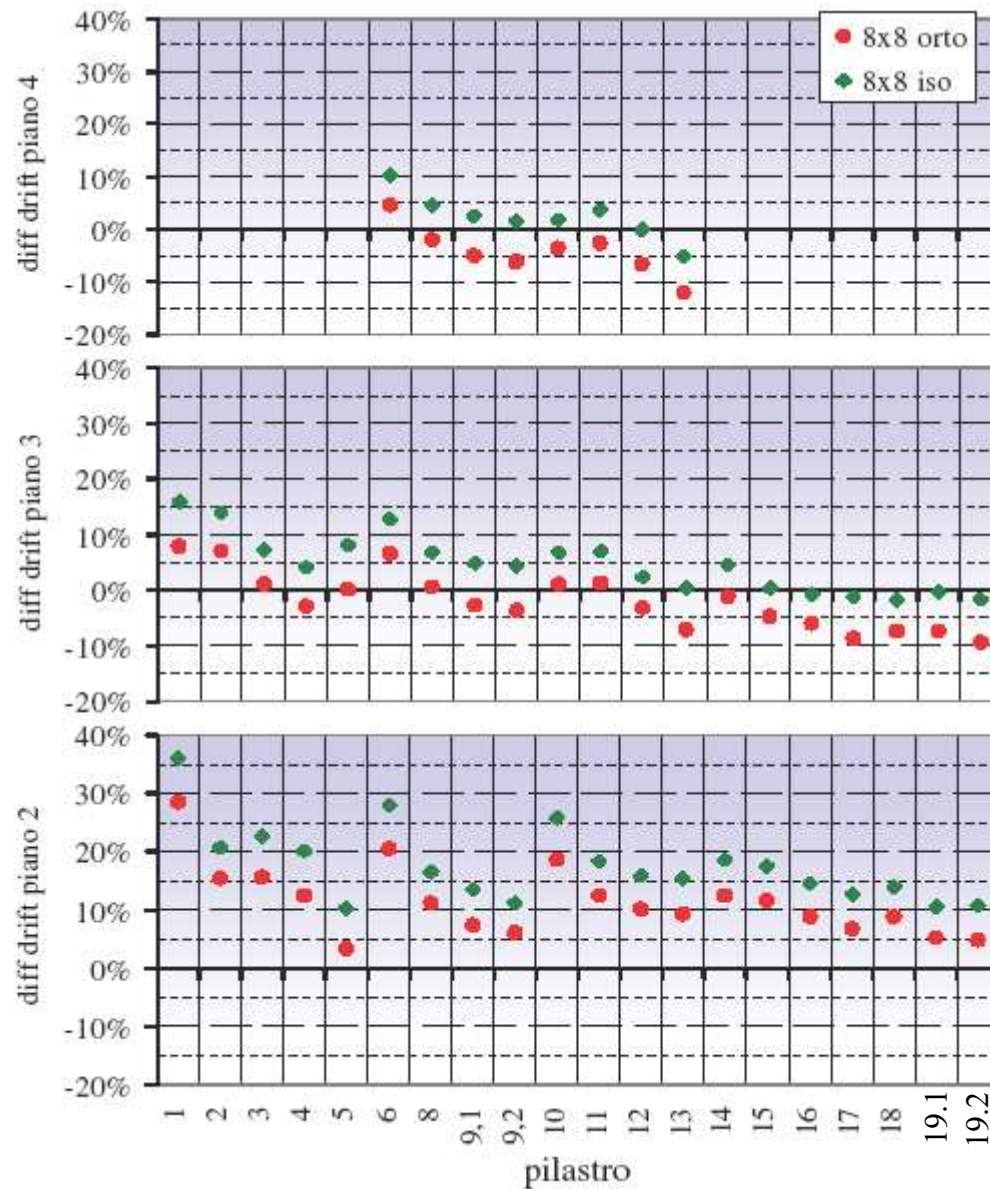
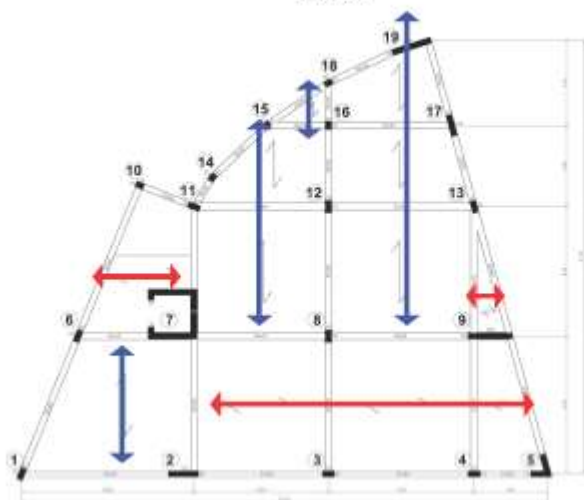
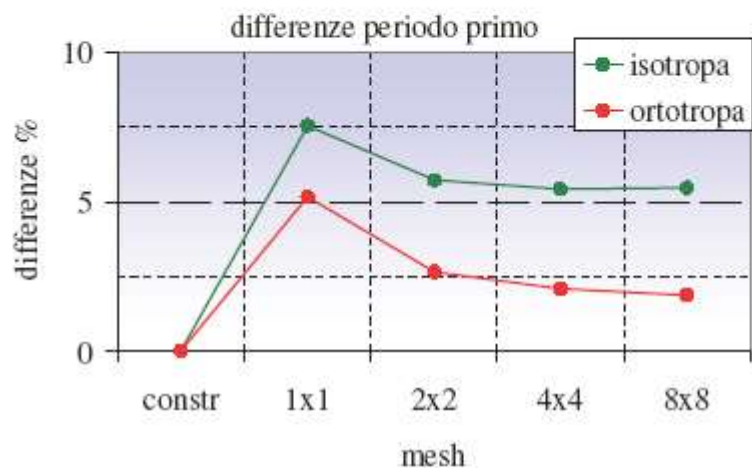
mesh	T1 (sec)
constr	0,397
1x1	0,419
2x2	0,408
4x4	0,406
8x8	0,404



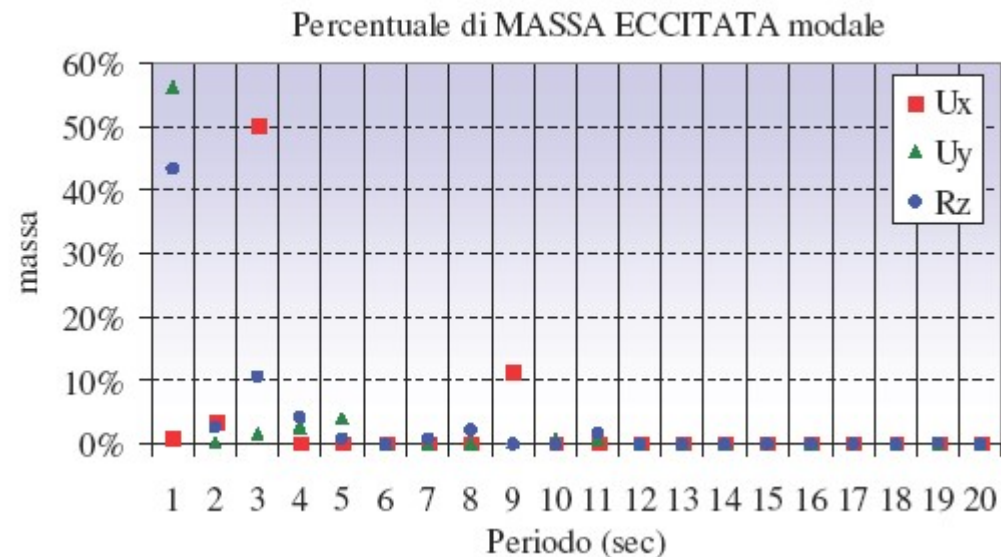
UN ESEMPIO COMPLESSO

Solaio h=24+4

Confronto tra le 2 mesh



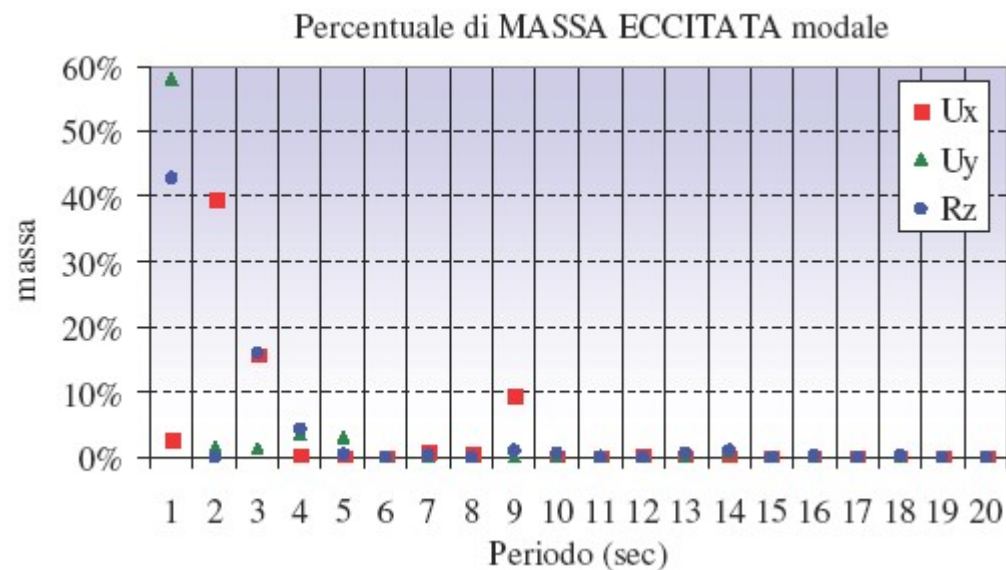
UN ESEMPIO COMPLESSO



Differenze tra le 2 tipologie di modellazione

Constraints di piano

Massa superiore al 85% raggiunta al 39° modo



Shell di piano

(8x8 ortotropa 5cm)

Massa superiore al 85% raggiunta al 57° modo

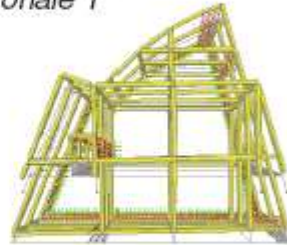
UN ESEMPIO COMPLESSO

Differenze tra le 2 tipologie di modellazione

Constraints di piano

T1 (sec)	
0,397	
Massa (%)	
Ux	1,09
Uy	56,3
Rz	43,2

Traslazionale Y



Rotazionale



T3 (sec)	
0,318	
Massa (%)	
Ux	50,2
Uy	1,54
Rz	10,7

Traslazionale X

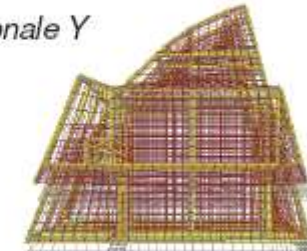


T2 (sec)	
0,337	
Massa (%)	
Ux	3,61
Uy	0,26
Rz	2,76

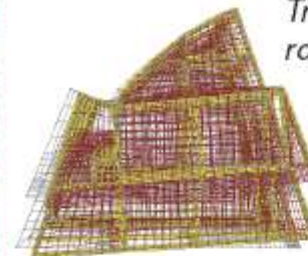
Shell di piano
(8x8 ortotropa 5cm)

T1 (sec)	
0,401	
Massa (%)	
Ux	2,7
Uy	58,1
Rz	42,9

Traslazionale Y



Traslazionale X -
rotazionale



T2 (sec)	
0,334	
Massa (%)	
Ux	39,7
Uy	1,52
Rz	0,00

T3 (sec)	
0,323	
Massa (%)	
Ux	15,9
Uy	1,22
Rz	16,0

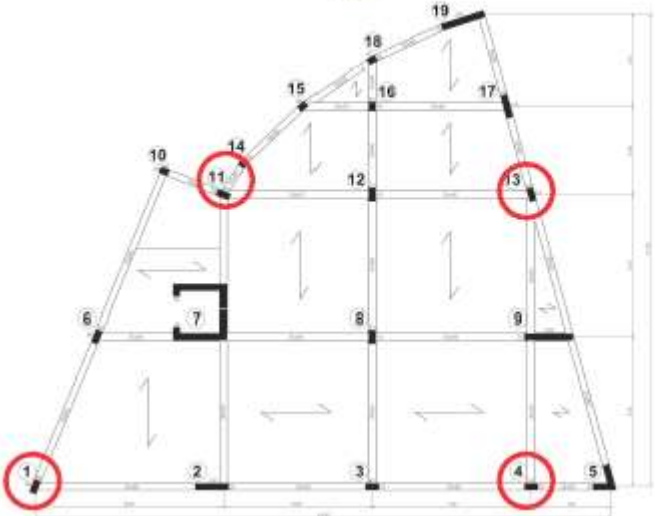
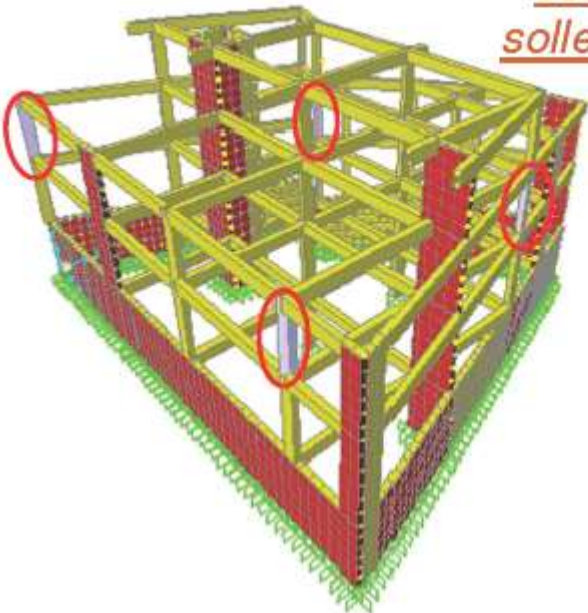
Rotazionale



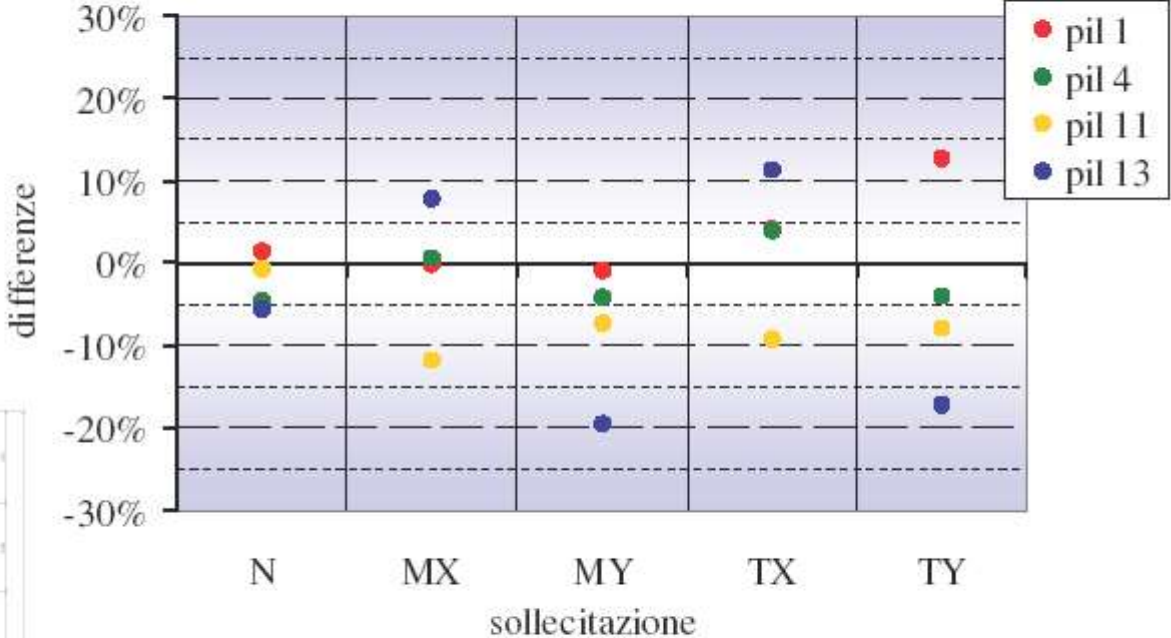
UN ESEMPIO COMPLESSO

confronto
sollecitazioni

Combinazioni
sismiche involuppo con
CQC ABS=0,3



sollecitazioni shell di piano (vs constraints)

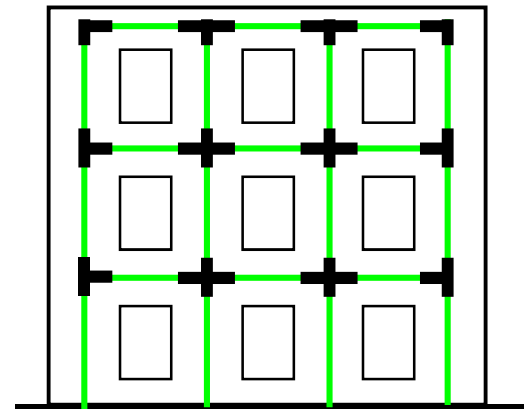
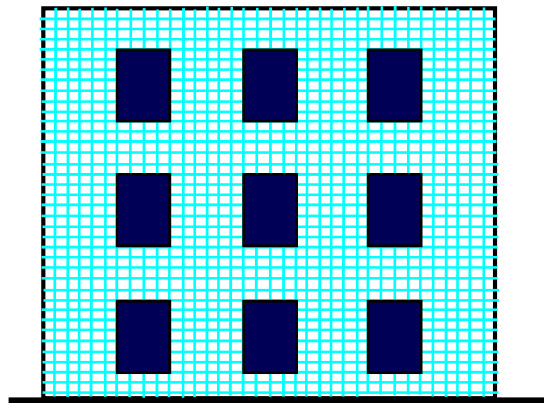


MODELLAZIONE

- *Il problema strutturale reale viene affrontato schematizzando la struttura con elementi finiti mono, bi o tridimensionali.*
- *E' sempre preferibile utilizzare modelli semplici, in quanto sono più facilmente controllabili*
- *Gli edifici in muratura sono costituiti da un insieme di piani verticali (pareti) ed orizzontali o inclinati (solai) organizzati fra loro in modo da formare un contenitore.*
- *Sembrerebbe logico schematizzare queste strutture con elementi finiti bidimensionali di tipo "shell" (membranale e flessionale combinato)*
- *Questo comporterebbe delle difficoltà non indifferenti nell'esecuzione delle verifiche di resistenza*

MODELLAZIONE

- *Si privilegiano quindi modelli strutturali che schematizzano le pareti con elementi a comportamento membranale (plane stress) per analizzare il comportamento globale della struttura sotto azioni sismiche*
- *Per le verifiche riguardanti le sollecitazioni fuori-piano si eseguono delle verifiche locali.*
- *Il comportamento globale può anche essere analizzato facendo riferimento a schematizzazioni a “telaio” tenendo opportunamente conto della “dimensione finita” dei nodi trave-pilastro.*

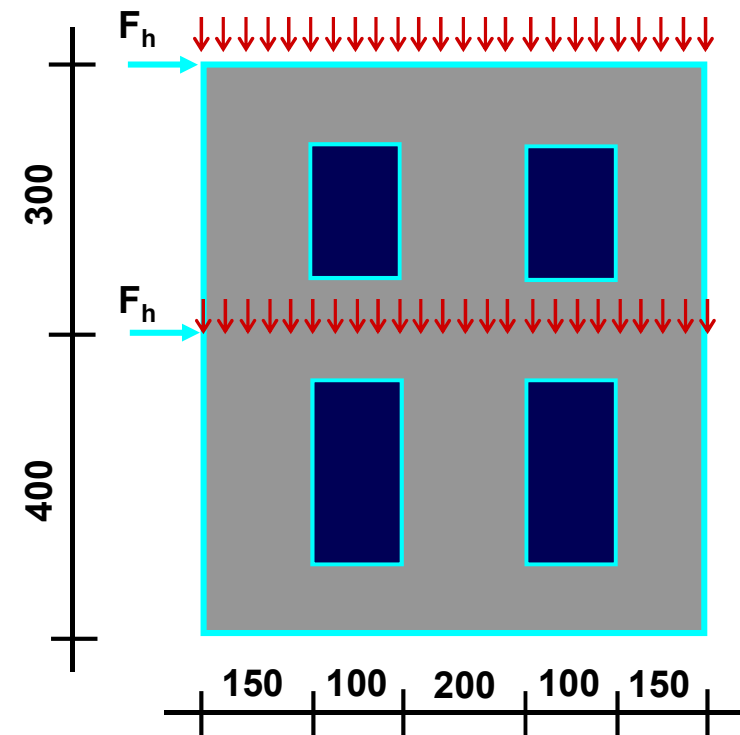


ESEMPIO DI PARETE IN MURATURA

Si considera una parete di un edificio in muratura soggetta a carichi verticali di tipo gravitazionale e a carichi orizzontali di origine sismica

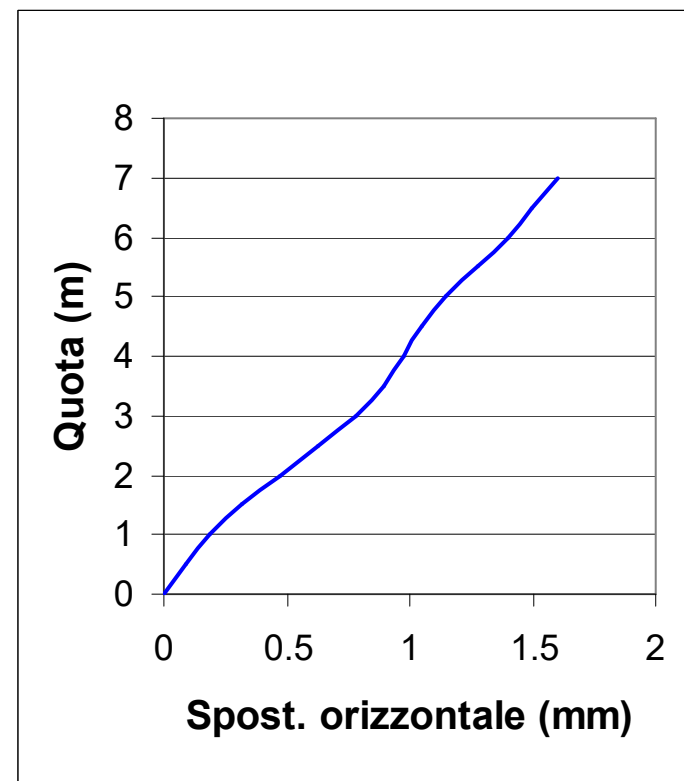
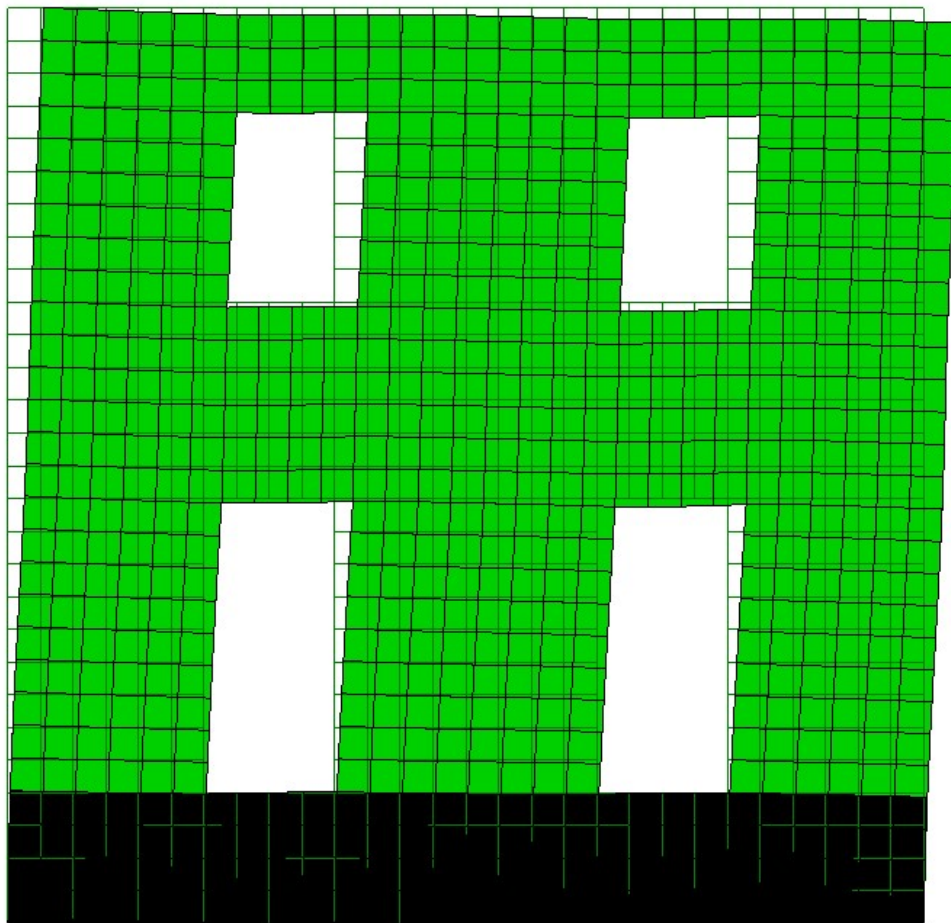
Parete in muratura di edificio su due piani

Spessore parete	cm	25
Carico vert. 1° solaio	kN/m	32.00
Carico vert. 2° solaio	kN/m	28.00
Carico orizz. 1° livello	kN/m	6.30
Carico orizz. 2° livello	kN/m	11.15
Carico vert. totale al piede	kN	420.00
Carico orizz. Totale	kN	122.00
Modulo elastico longitudinale E	MPa	5000
Modulo elasticità tangenziale G	MPa	800
Elemento finito isoparametrico a 4 nodi		



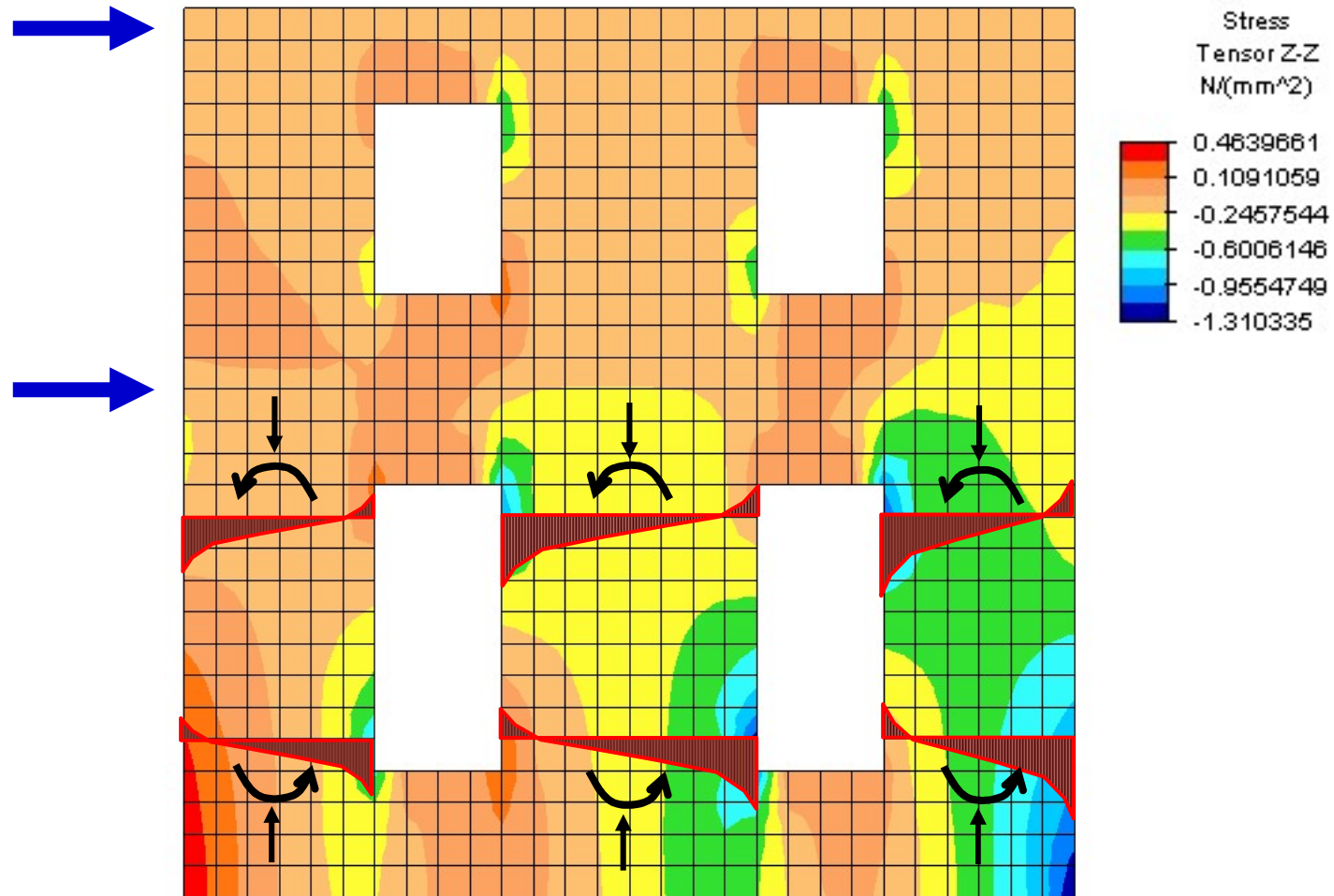
SPOSTAMENTI

Si evidenzia la deformata dell'intera parete.

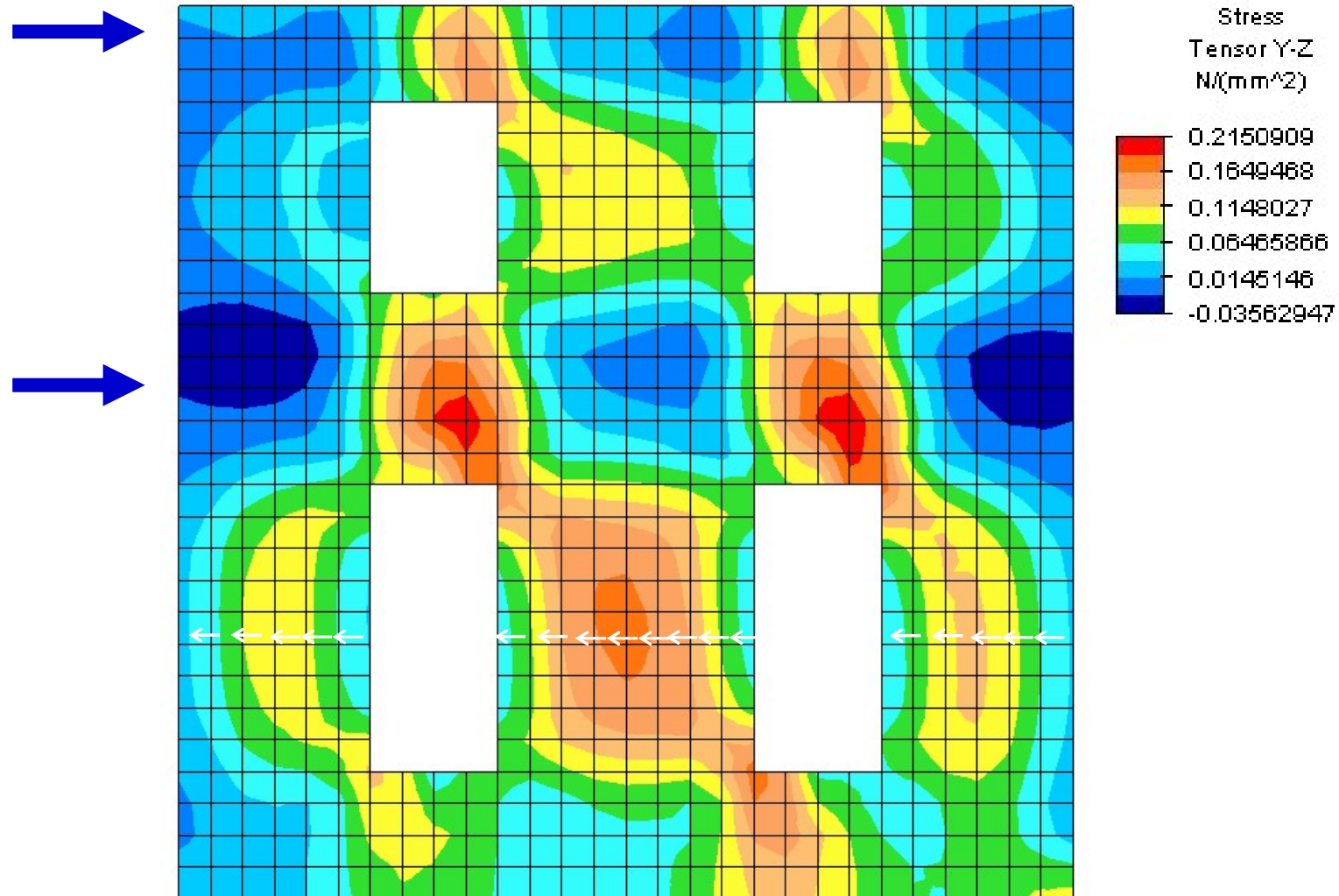


TENSIONI NORMALI VERTICALI

Sono riportate le tensioni in direzione verticale



TENSIONI TANGENZIALI



INTEGRAZIONI TENSIONI

Integrazione tensioni normali

Ascissa (m)	Maschio centrale (inferiore)		Integr. Ass. flessionali	Integr. Mom	Integr. Assiale
	Tensioni MPa	Tensioni MPa			
0.00	0.238	0.5965	0.1102	0.09918	0.02056
0.25	-0.074	0.2850	0.0571	0.03569	-0.03254
0.50	-0.187	0.1717	0.0328	0.01231	-0.05681
0.75	-0.268	0.0908	0.0142	0.00177	-0.07545
1.00	-0.336	0.0226	-0.0030	0.00037	-0.09263
1.25	-0.405	-0.0466	-0.0230	0.00862	-0.11261
1.50	-0.496	-0.1373	-0.0491	0.03071	-0.13878
1.75	-0.614	-0.2559	-0.1392	0.12527	-0.22883
2.00	-1.216	-0.8577	0.0000	0.31392	-0.35854

Momento Nm 78480 Assiale (N) -179269

Ascissa (m)	Maschio centrale (superiore)		Integr. Ass. flessionali	Integr. Mom	Integr. Assiale
	Tensioni MPa	Tensioni MPa			
0.00	-0.923	-0.5645	-0.0774	-0.06962	-0.16698
0.25	-0.413	-0.0543	-0.0050	-0.00311	-0.09460
0.50	-0.344	0.0145	0.0062	0.00234	-0.08338
0.75	-0.323	0.0355	0.0080	0.00100	-0.08163
1.00	-0.330	0.0285	0.0059	-0.00074	-0.08369
1.25	-0.340	0.0190	0.0054	-0.00202	-0.08424
1.50	-0.334	0.0241	0.0130	-0.00810	-0.07666
1.75	-0.279	0.0796	0.0438	-0.03946	-0.04578
2.00	-0.087	0.2712	0.0000	-0.11971	-0.35847

Momento Nm -29927 Assiale (N) -179234



INTEGRAZIONI TENSIONI

Maschio di sinistra (inferiore)					
Ascissa (m)	Tensioni MPa	Tensioni MPa	Integr. Ass. flessionali	Integr. Mom	Integr. Assiale
0.00	0.299	0.4175	0.0844	0.07597	0.05467
0.25	0.139	0.2578	0.0493	0.03083	0.01958
0.50	0.018	0.1368	0.0208	0.00781	-0.00893
0.75	-0.089	0.0298	-0.0067	-0.00083	-0.03640
1.00	-0.202	-0.0830	-0.0370	0.00463	-0.06675
1.25	-0.332	-0.2130	-0.1109	0.04158	-0.14063
1.50	-0.793	-0.6740	0.0000	0.15998	-0.11897

Momento Nm **39995** **Assiale (N)** **-44613**

Maschio di sinistra (superiore)					
Ascissa (m)	Tensioni MPa	Tensioni MPa	Integr. Ass. flessionali	Integr. Mom	Integr. Assiale
0.00	-0.201	-0.0821	-0.0130	-0.01174	-0.04277
0.25	-0.141	-0.0223	-0.0047	-0.00296	-0.03446
0.50	-0.135	-0.0156	-0.0051	-0.00191	-0.03481
0.75	-0.144	-0.0251	-0.0064	-0.00080	-0.03609
1.00	-0.145	-0.0258	-0.0013	0.00016	-0.03100
1.25	-0.103	0.0156	0.0305	-0.01145	0.00080
1.50	0.110	0.2286	0.0000	-0.02869	-0.11888

Momento Nm **-7174** **Assiale (N)** **-44581**



INTEGRAZIONI TENSIONI

Ascissa (m)	Maschio di destra (inferiore)		Integr. Ass. flessionali	Integr. Mom	Integr. Assiale
	Tensioni MPa	Tensioni MPa			
0.00	-0.089	0.4340	0.0809	0.07278	-0.04988
0.25	-0.310	0.2130	0.0377	0.02354	-0.09309
0.50	-0.435	0.0883	0.0096	0.00360	-0.12115
0.75	-0.535	-0.0115	-0.0153	-0.00191	-0.14606
1.00	-0.634	-0.1110	-0.0414	0.00517	-0.17210
1.25	-0.743	-0.2198	-0.0714	0.02679	-0.20219
1.50	-0.875	-0.3517	0.0000	0.12996	-0.52298

Momento Nm 32491 Assiale (N) -196116

Ascissa (m)	Maschio di destra (inferiore)		Integr. Ass. flessionali	Integr. Mom	Integr. Assiale
	Tensioni MPa	Tensioni MPa			
0.00	-1.136	-0.6515	-0.0928	-0.08350	-0.21385
0.25	-0.575	-0.0907	-0.0132	-0.00827	-0.13431
0.50	-0.500	-0.0152	0.0004	0.00015	-0.12069
0.75	-0.466	0.0183	0.0063	0.00079	-0.11479
1.00	-0.452	0.0320	0.0121	-0.00152	-0.10894
1.25	-0.419	0.0651	0.0292	-0.01095	-0.09188
1.50	-0.316	0.1685	-0.0580	-0.10330	-0.52297

Momento Nm -25826 Assiale (N) -196113



Sommano assiale inferiormente (N)
Sommano assiale superiormente (N)

-419997
-419928

Carico max verticale = 420 kN

INTEGRAZIONI TENSIONI TANGENZIALI

Integrazione tensioni tangenziali

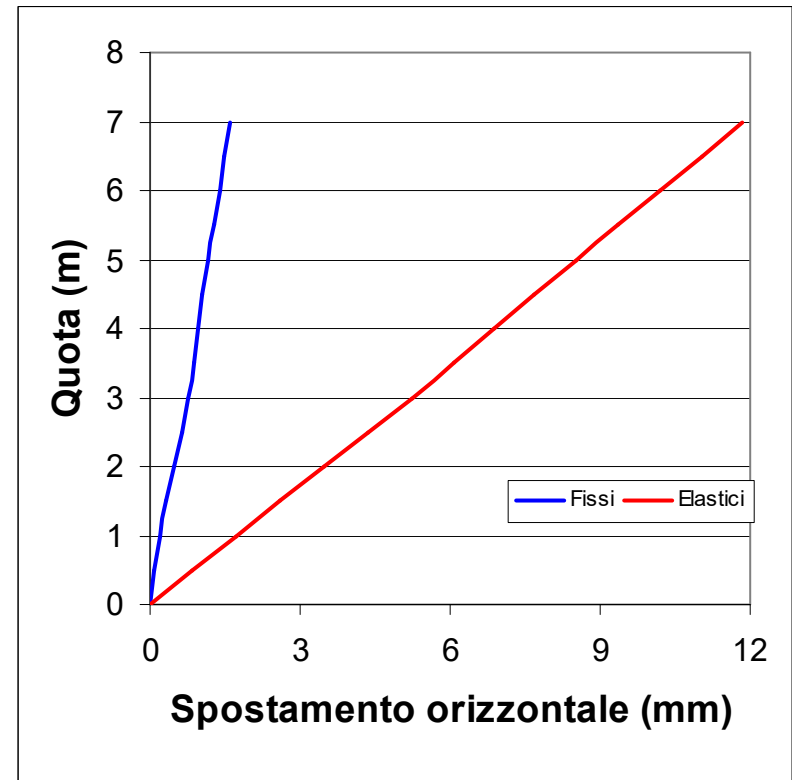
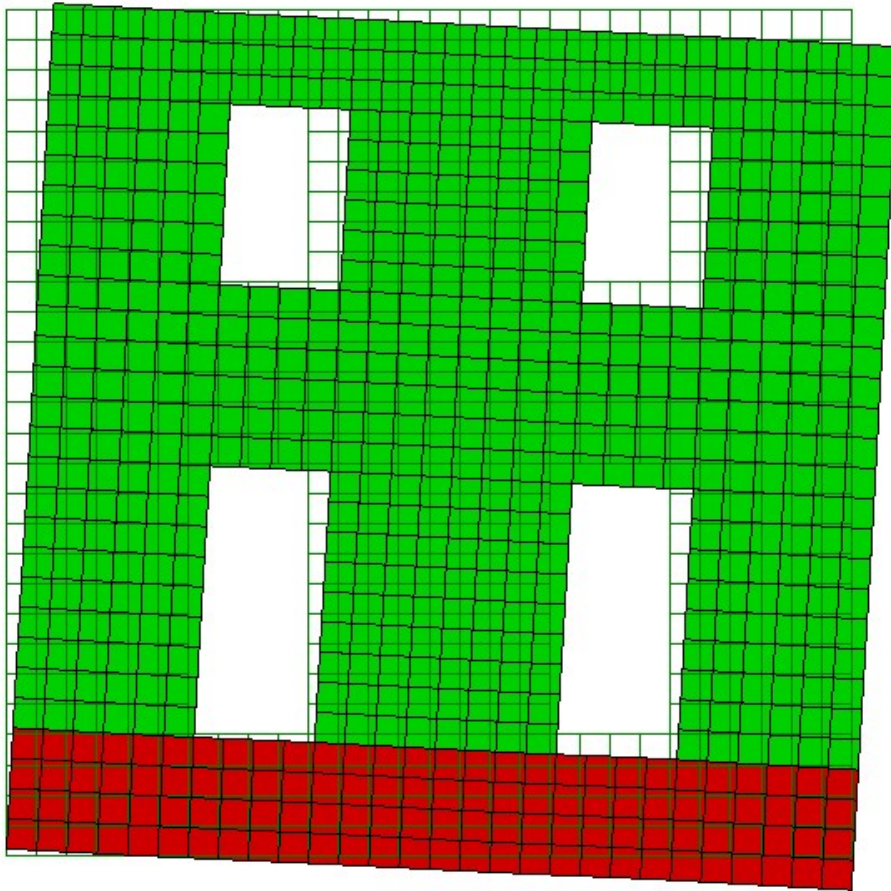
Maschio sinistra			Maschio centrale			Maschio destra		
Ascissa (m)	Tensioni MPa	Integr. Tens	Ascissa (m)	Tensioni MPa	Integr. Tens.	Ascissa (m)	Tensioni MPa	Integr. Tens.
0.00	0.032	0.0109	0.00	0.050	0.0169	0.00	0.042	0.0141
0.25	0.055	0.0181	0.25	0.086	0.0281	0.25	0.071	0.0229
0.50	0.090	0.0242	0.50	0.139	0.0378	0.50	0.112	0.0290
0.75	0.104	0.0251	0.75	0.164	0.0417	0.75	0.120	0.0280
1.00	0.097	0.0200	1.00	0.170	0.0416	1.00	0.104	0.0209
1.25	0.063	0.0125	1.25	0.163	0.0379	1.25	0.064	0.0126
1.50	0.037	0.0739	1.50	0.140	0.0283	1.50	0.037	0.0850
27697			1.75	0.087	0.0171	31878		
			2.00	0.050	0.1247	62372		
			Sommano (N)			121947		



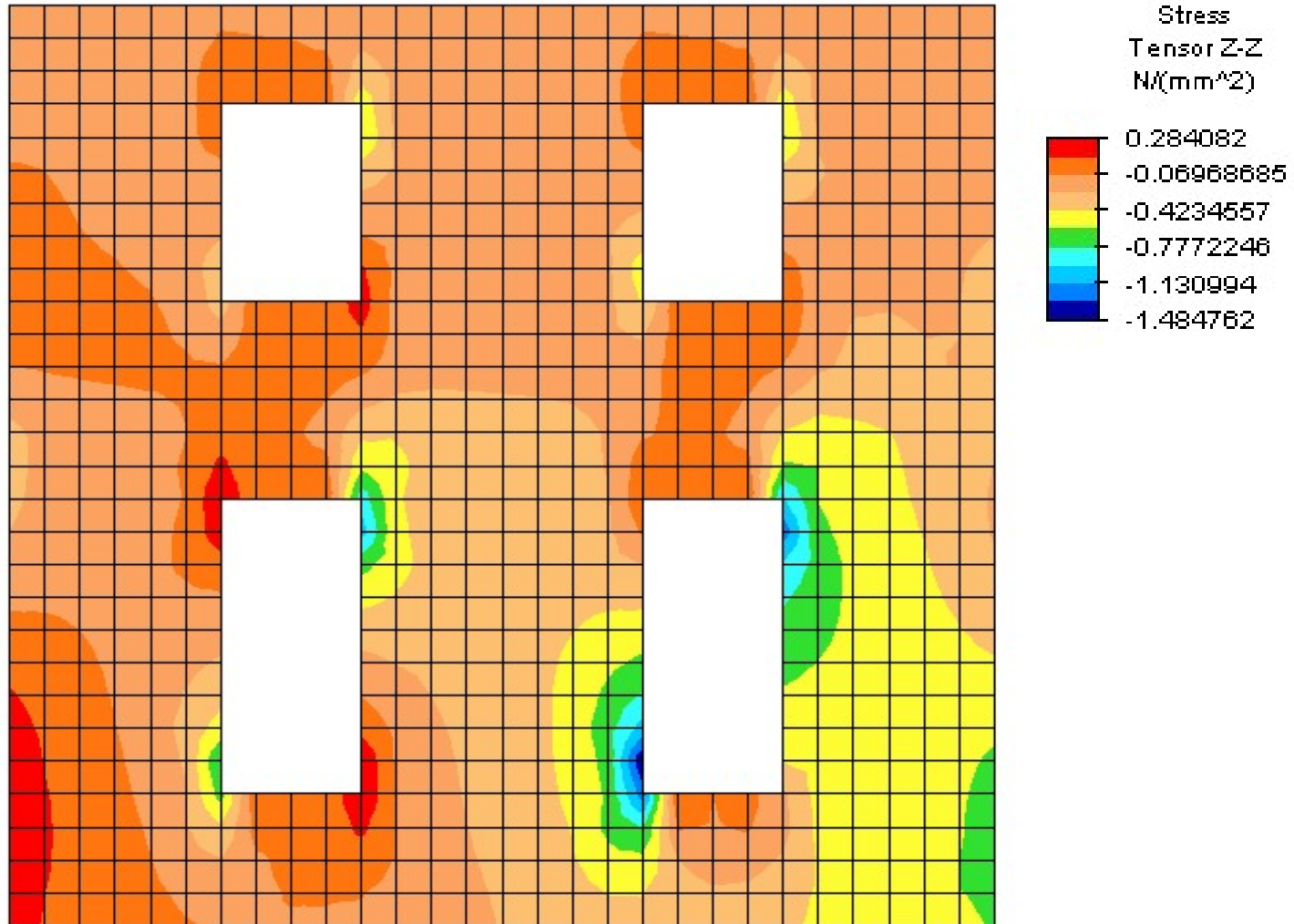
Taglio alla base = 122 kN

ESEMPIO DI PARETE IN MURATURA

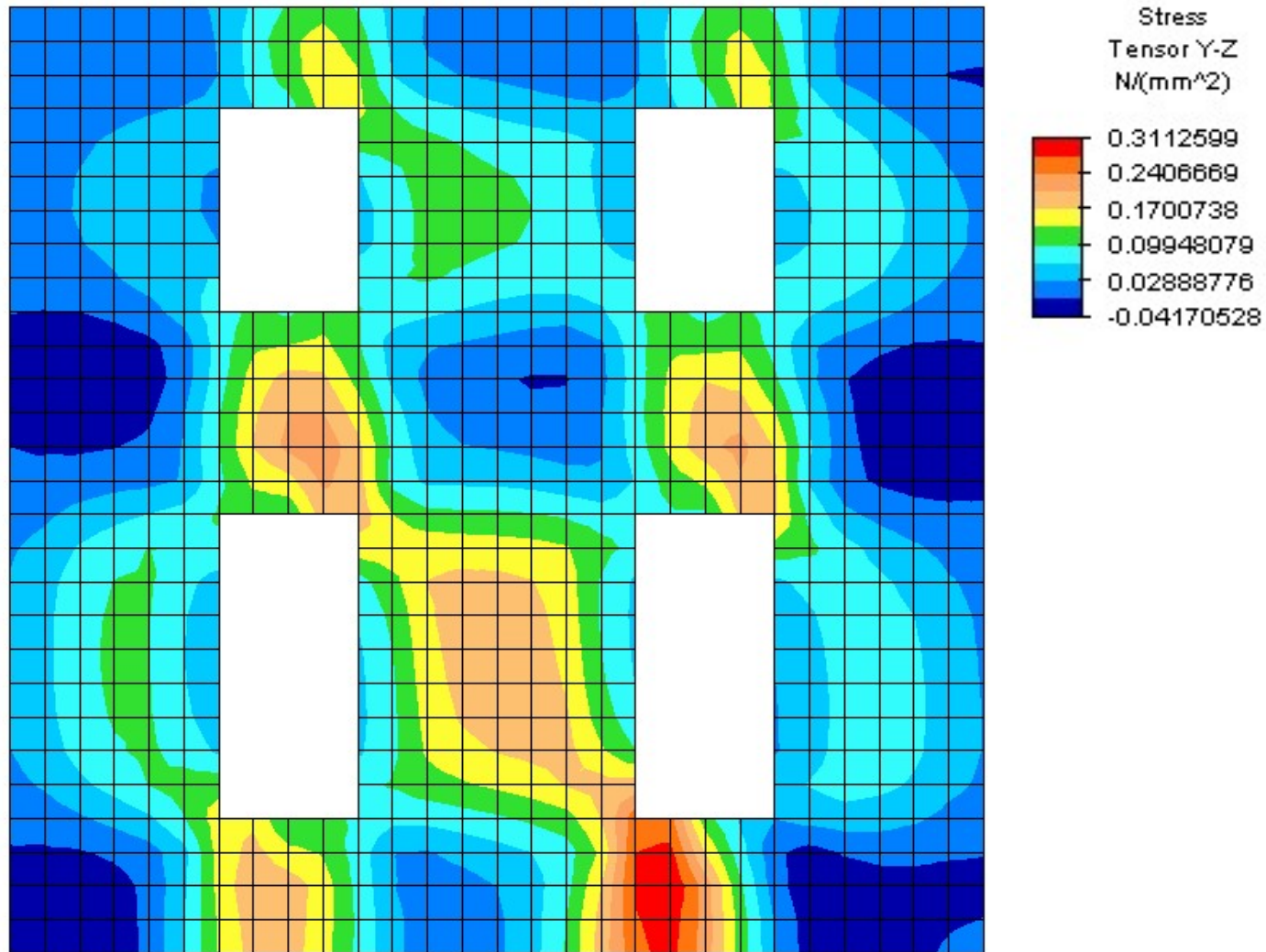
Si considera lo stesso esempio con fondazione su suolo elastico alla Winkler ($k = 0.07 \text{ N/mm}^3$)



TENSIONI NORMALI



TENSIONI TANGENZIALI



CONFRONTO SOLLECITAZIONI NEI MASCHI

Facendo l'integrazione delle tensioni come nel caso precedente si valutano le sollecitazioni alle estremità dei maschi del piano terra

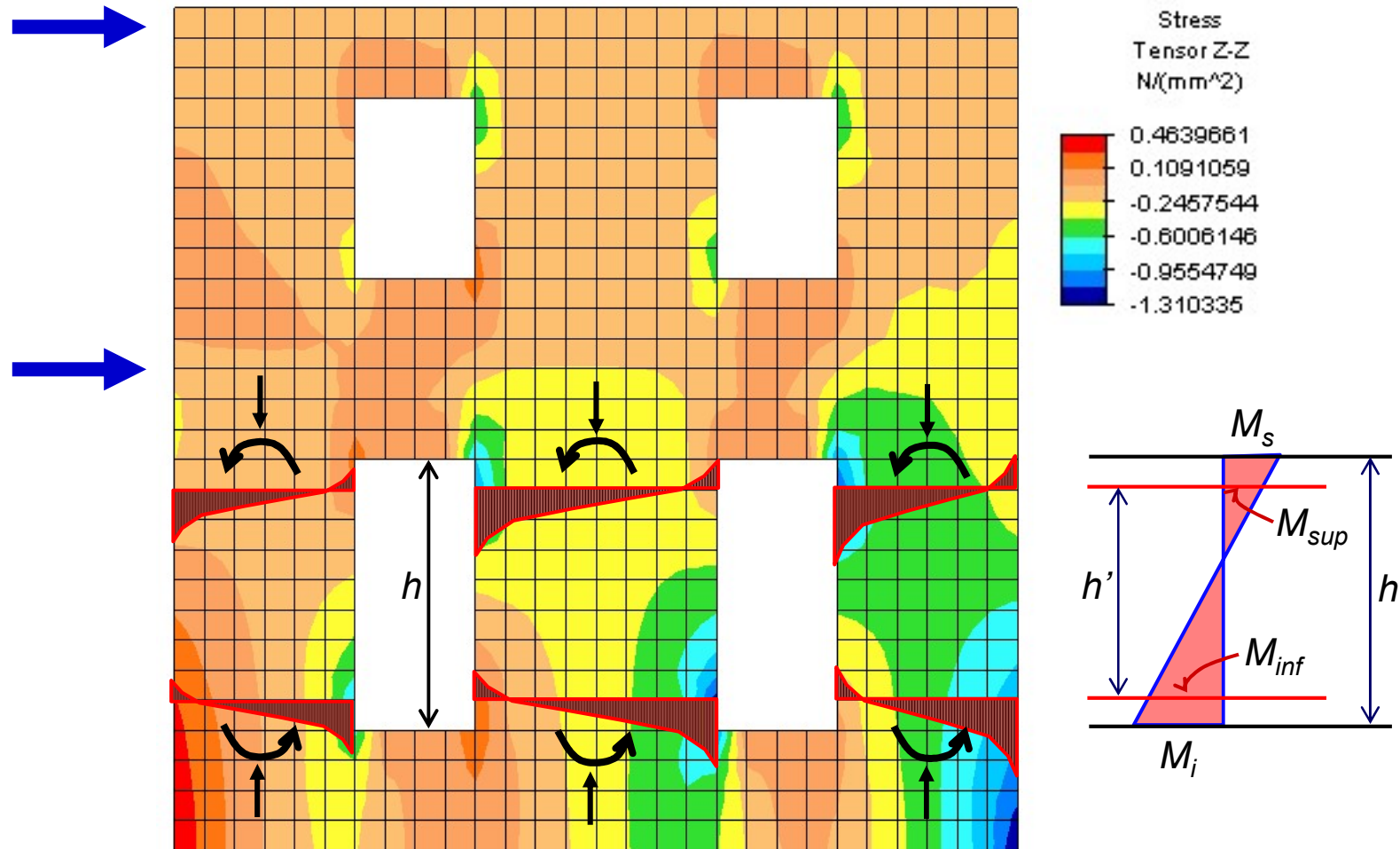
Confronto sforzi alle estremità dei maschi

Maschio	Vincoli fissi			
	Msup	Minf	Assiale	Taglio
	kNm	kNm	kN	kN
sinistro	-7.17	40.00	-44.61	27.70
centrale	-29.93	78.48	-179.23	62.37
destro	-25.83	32.49	-196.11	31.88

Maschio	Vincoli elastici			
	Msup	Minf	Assiale	Taglio
	kNm	kNm	kN	kN
sinistro	-13.56	34.49	-36.68	28.31
centrale	-37.51	86.56	-186.68	71.52
destro	-30.97	6.96	-196.62	22.19

SOLLECITAZIONI AGLI ESTREMI DEI MASCHI

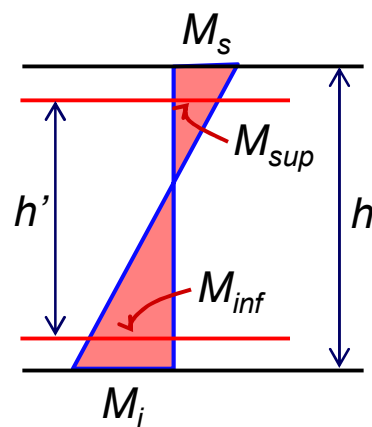
Per calcolare le sollecitazioni equivalenti alle tensioni è necessario considerare i valori in una sezione immediatamente prima dell'estremità



SOLLECITAZIONI AGLI ESTREMI DEI MASCHIO

Maschio	Vincoli fissi				Momenti alle estremità del maschio			
	M_{sup}	M_{inf}	Assiale N	Taglio V	$(M_{inf}-M_{sup})/V$	h maschio	M_s	M_i
	kNm	kNm	kN	kN	m	m	kNm	kNm
sinistro	-7.17	40.00	-44.61	27.70	1.70	2.25	-9.47	52.85
centrale	-29.93	78.48	-179.23	62.37	1.74	2.25	-38.74	101.59
destro	-25.83	32.49	-196.11	31.88	1.83	2.25	-31.77	39.96

Maschio	Vincoli elastici				Momenti alle estremità del maschio			
	M_{sup}	M_{inf}	Assiale N	Taglio V	$(M_{inf}-M_{sup})/V$	h maschio	M_s	M_i
	kNm	kNm	kN	kN	m	m	kNm	kNm
sinistro	-13.56	34.49	-36.68	28.31	1.70	2.25	-17.98	45.72
centrale	-37.51	86.56	-186.68	71.52	1.73	2.25	-48.65	112.27
destro	-30.97	6.96	-196.62	22.19	1.71	2.25	-40.77	9.16

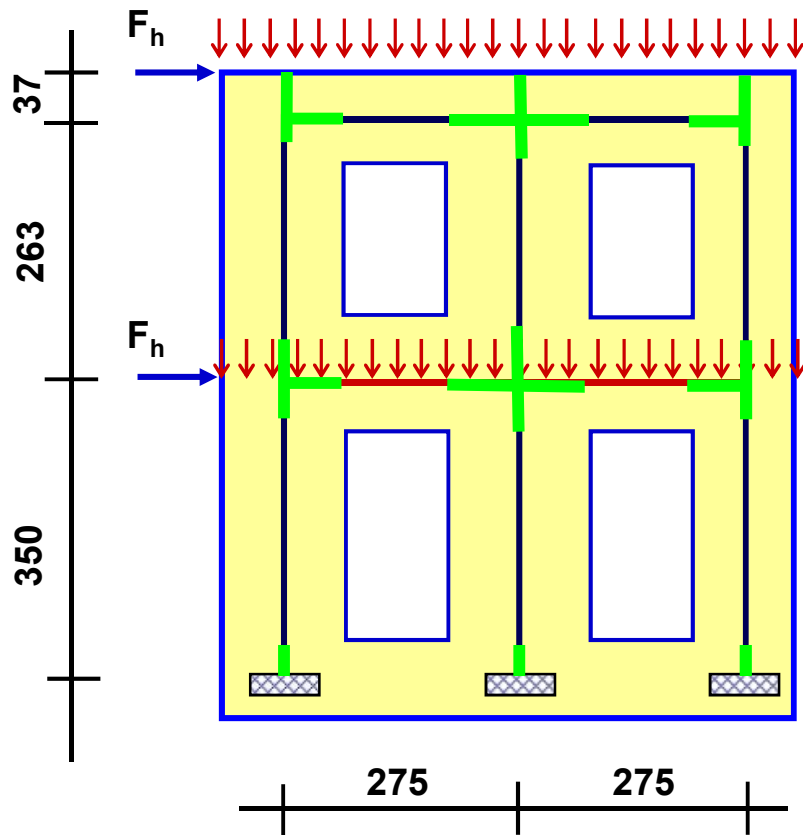


$$h' = \frac{M_{inf} - M_{sup}}{V}$$

$$M_s = M_{sup} \frac{h}{h'}$$

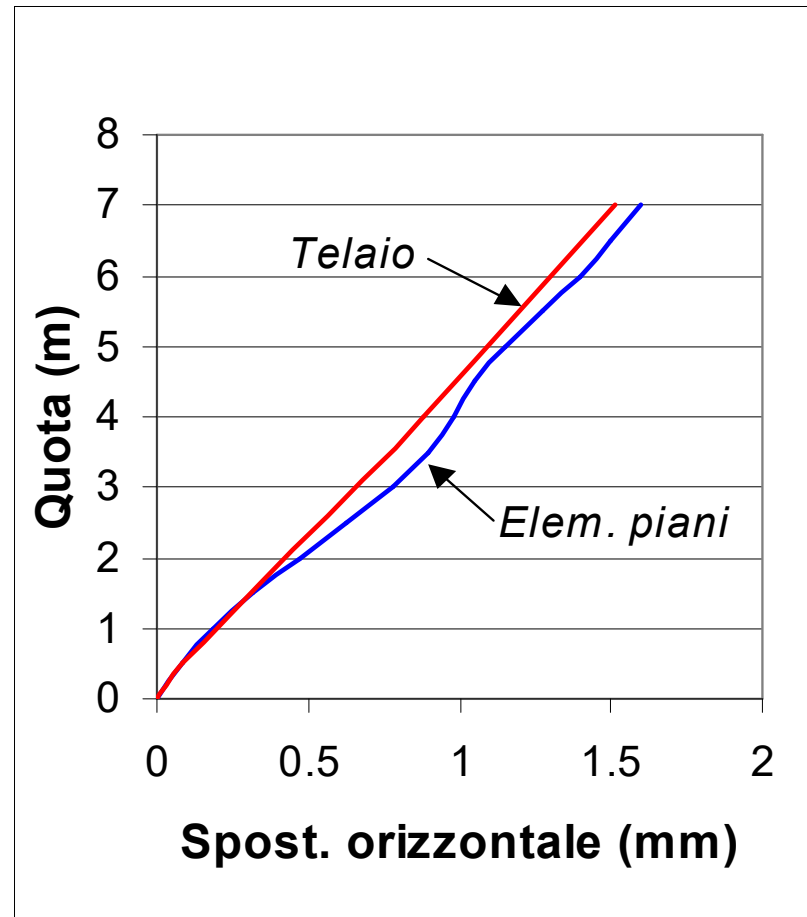
$$M_i = M_{inf} \frac{h}{h'}$$

SCHEMATIZZAZIONE A TELAIO



Asta	h_{eff} cm	h cm	rig-sx cm	rig-dx cm
1	298	350	21	31
2	220	263	28	14
3	262	350	35	53
4	200	263	42	21
5	298	350	21	31
6	220	263	28	14
7	100	275	75	100
8	100	275	100	75
9	100	275	75	100
10	100	275	100	75

CONFRONTO SPOSTAMENTI ORIZZONTALI



SOLLECITAZIONI NEI MASCHI INFERIORI

Confronto sforzi alle estremità dei maschi

Maschio	Elementi piani				Momenti alle estremità del maschio			
	M_{sup}	M_{inf}	Assiale N	Taglio V	$(M_{inf}-M_{sup})/V$	h maschio	M_s	M_i
	kNm	kNm	kN	kN	m	m	kNm	kNm
sinistro	-7.17	40.00	-44.61	27.70	1.70	2.25	-9.47	52.85
centrale	-29.93	78.48	-179.23	62.37	1.74	2.25	-38.74	101.59
destro	-25.83	32.49	-196.11	31.88	1.83	2.25	-31.77	39.96

Maschio	Schema a telaio				Momenti alle estremità del maschio			
	M_{sup}	M_{inf}	Assiale N	Taglio V	h_{eff}	h maschio	M_s	M_i
	kNm	kNm	kN	kN	m	m	kNm	kNm
sinistro	-21.63	60.19	-47.56	27.46	2.98	2.25	-16.33	45.45
centrale	-43.24	115.95	-183.87	60.76	2.62	2.25	-37.13	99.58
destro	-37.73	62.96	-188.57	33.79	2.98	2.25	-28.49	47.54

OSSERVAZIONI

L'analisi con elementi finiti di tipo bidimensionale o tridimensionale produce una soluzione approssimata, per cui è necessario avere una stima soprattutto degli errori derivanti dalla discretizzazione adottata

Necessario il controllo "a posteriori" della soluzione per scongiurare possibili errori di impostazione del problema

Quando possibile privilegiare sempre elementi più semplici (es. monodimensionali) che oltre a fornire la soluzione esatta sono più facilmente controllabili le soluzioni

Utilizzando particolari accorgimenti anche strutture costituite da superfici piane (edifici in muratura) possono essere analizzate con elementi monodimensionali.