

# RILIEVI TOPOGRAFICI<sup>1</sup>

Prof. Raffaella Cefalo

Dipartimento di Ingegneria e Architettura

Università degli Studi di Trieste

tratto in parte dalla dispensa: «Misure Topografiche», prof. Andrea Piemonte,  
Università di Pisa

# Topografia - definizione

- La **topografia** (dal greco *topos*, luogo e *graphein*, scrivere) è la scienza che studia gli strumenti ed i metodi operativi, sia di calcolo che di disegno, che sono necessari per ottenere il **rilevamento** e la **rappresentazione grafica**, più o meno particolareggiata, di una parte della **superficie terrestre** (estensione ridotta perché si possa trascurare la sfericità della terra).
- La topografia determina, rispetto ad un opportuno sistema di riferimento, le **coordinate plano-altimetriche** di un punto del terreno per riportarle su una rappresentazione cartografica.
- La topografia ha carattere applicativo e trae la sua base teorica dalle scienze pure: la matematica, la geometria e la fisica.

- Gli strumenti topografici classici si distinguono essenzialmente in:

**TEODOLITI**

**LIVELLI**

**DISTANZIOMETRI ELETTRONICI**

e servono a misurare:

**ANGOLI** (azimutali o zenitali)

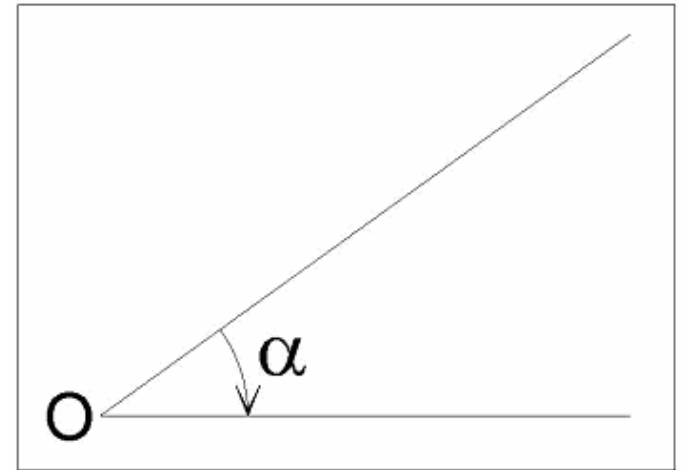
**DISLIVELLI**

**DISTANZE**

# Angoli

Col termine “ANGOLO” si intende una porzione di piano delimitata da due semirette aventi origine comune.

L’ampiezza di un angolo è rappresentata dalla rotazione ORARIA di una semiretta intorno all’origine, fino al sovrapporsi all’altra semiretta.



Bisogna definire, in un problema geometrico, matematico o topografico, quali sono le convenzioni adottate per il segno positivo di angoli e coordinate.

# Angoli

## **SISTEMI DI MISURA DEGLI ANGOLI**

- L'ampiezza di un angolo può essere espressa in diverse unità di misura.
- Per gli scopi topografici si usano i seguenti sistemi di unità di misura:

**SESSAGESIMALE** ( $10^{\circ} 23' 54.2243''$ )

**SESSADECIMALE** ( $10^{\circ}.398396$ )

**CENTESIMALE** ( $11^{\text{g}}.553773$ )

**MATEMATICO** ( $0^{\text{r}}.181486$ )

## CONVERSIONI TRA FORMATI ANGOLARI

Le relazioni fra le misurazioni di uno stesso angolo espresse in gradi sessadecimali, centesimali o radianti sono date da:

$$\frac{\alpha^r}{2\pi} = \frac{\alpha^\circ}{360} = \frac{\alpha^g}{400}$$

Al sistema Dal sistema	Radiante	Sessagesimale	Sessadecimale	Centesimale
Radiante	—	$\alpha^\circ = \frac{360}{2 \cdot \pi} \cdot \alpha^r =$ $= 57^\circ 17' 44'',806 \alpha^r$	$\alpha^\circ = \frac{360}{2 \cdot \pi} \cdot \alpha^r =$ $= 57^\circ,295\,779\,5 \alpha^r$	$\alpha^\circ = \frac{400}{2 \cdot \pi} \cdot \alpha^r =$ $= 63^g,66\,19\,77\,2 \alpha^r$
Sessagesimale	$\alpha^r = \frac{2 \cdot \pi}{360} \cdot \alpha^\circ =$ $= 0^r,017\,453\,293 \alpha^\circ$	—	$\alpha = \alpha^\circ$	$\alpha^g = \frac{400}{360} \cdot \alpha^\circ =$ $= 1^g,11\,11\,11\,1 \alpha^\circ$
Sessadecimale	$\alpha^r = \frac{2 \cdot \pi}{360} \cdot \alpha^\circ =$ $= 0^r,017\,453\,293 \alpha^\circ$	$\alpha^\circ = \alpha^\circ$	—	$\alpha^g = \frac{400}{360} \cdot \alpha^\circ =$ $= 1^g,11\,11\,11\,1 \alpha^\circ$
Centesimale	$\alpha^r = \frac{2 \cdot \pi}{400} \cdot \alpha^g =$ $= 0^r,015\,707\,963 \alpha^g$	$\alpha^\circ = \frac{360}{400} \cdot \alpha^g =$ $= 0^\circ 54' 00'',000 \alpha^g$	$\alpha^\circ = \frac{360}{400} \cdot \alpha^g =$ $= 0^g,900\,000\,0 \alpha^g$	—

# Punti di inquadramento e punti di dettaglio

- Il rilievo topografico consiste nella determinazione della posizione plano-altimetrica di un numero sempre molto elevato di punti.
- Nell'organizzare un rilievo i punti vanno distinti in due categorie:
  - **punti di inquadramento** (o punti trigonometrici)
  - **punti di dettaglio.**
- I punti trigonometrici costituiscono una **piccola percentuale** della totalità dei punti rilevati e rappresentano la **struttura portante** del rilievo; vengono materializzati con segnali che permangono nel tempo, vengono rilevati con **metodi raffinati di misura e di calcolo**, e se ne calcolano le coordinate con una precisione congruente a quella delle misure, e quindi in genere eccedente la precisione richiesta dalla rappresentazione grafica.

# Punti di dettaglio

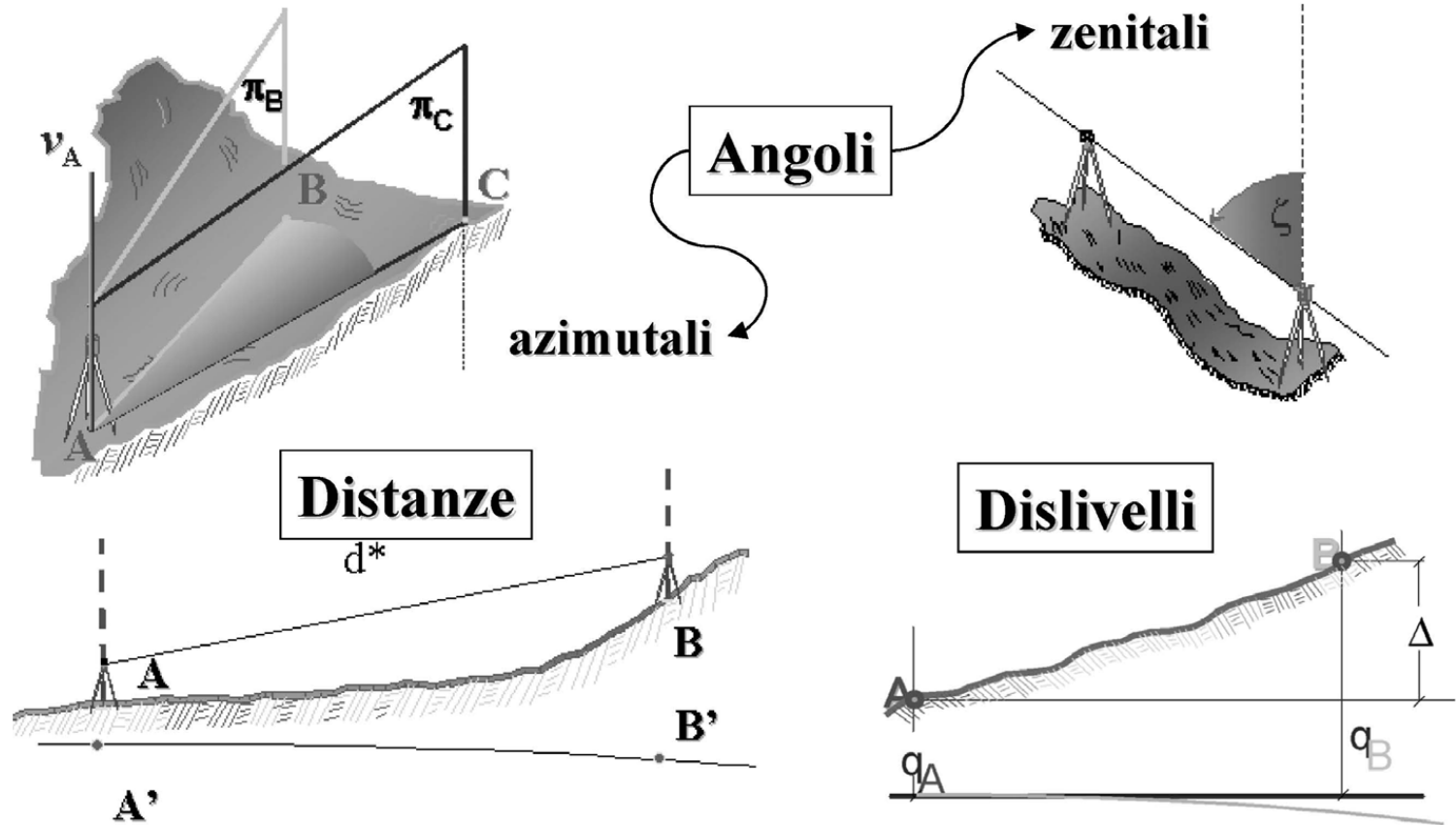
- I **punti di dettaglio** servono a definire le particolarità del terreno o dei manufatti, e sono quindi **in numero nettamente superiore** ai trigonometrici; si rilevano con operazioni di misura e di calcolo meno raffinate, comunque di precisione sufficiente, ma più rapide
- la posizione dei punti di dettaglio viene determinata con riferimento a due punti trigonometrici e spesso non se ne determinano le coordinate, in quanto è più agevole riportarli graficamente sulla base delle misure fatte.

# Rilievo planimetrico

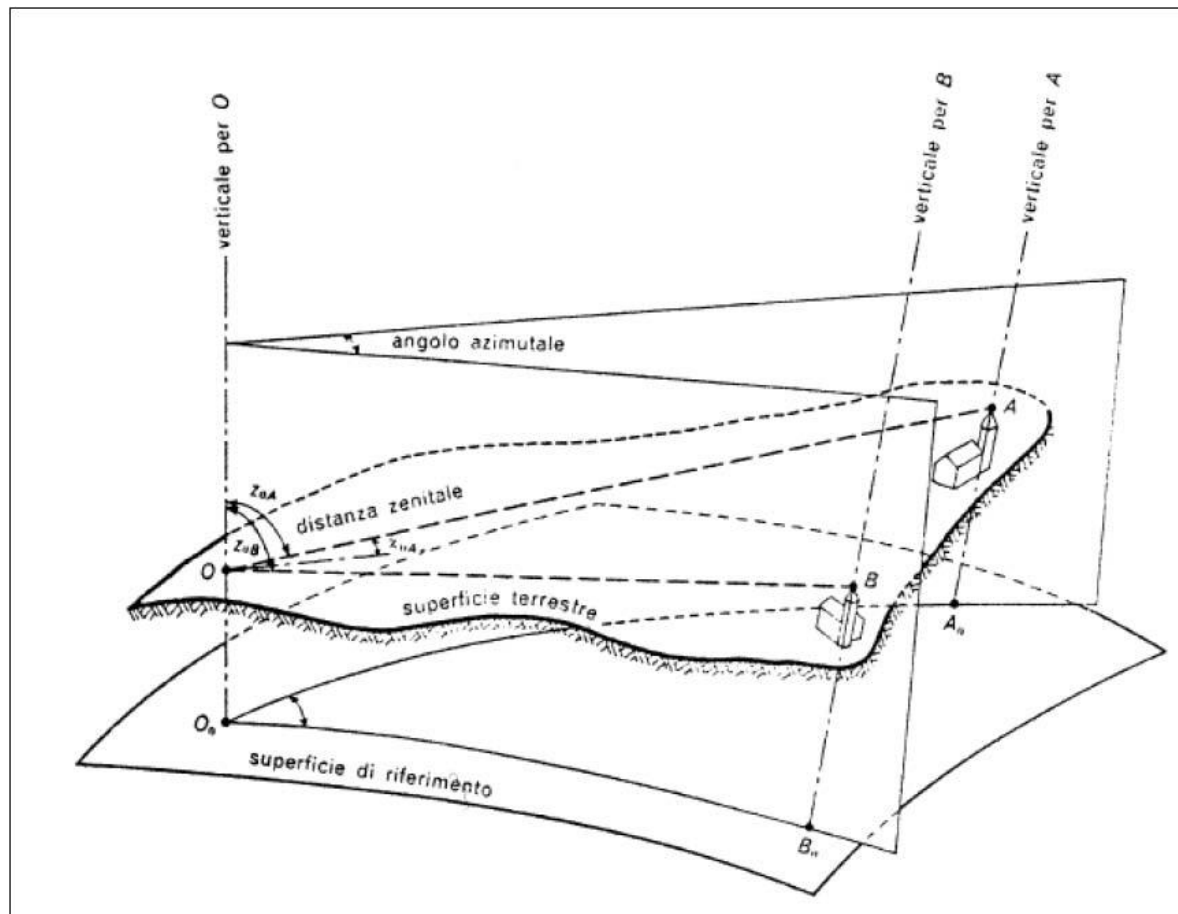
- Il rilievo planimetrico dei punti trigonometrici viene eseguito mediante misure di **azimut** o angoli di direzione, di **angoli azimutali** e di **distanze**.
- La precisione dei punti rilevati dipende dal complesso delle misure eseguite.
- Agli effetti della precisione con la quale la posizione di un punto viene determinata, ha spesso molta importanza, a parità di precisione delle misure, la **forma della figura** che ha per vertici il punto in questione e quelli ai quali il punto viene collegato.

# Grandezze misurate

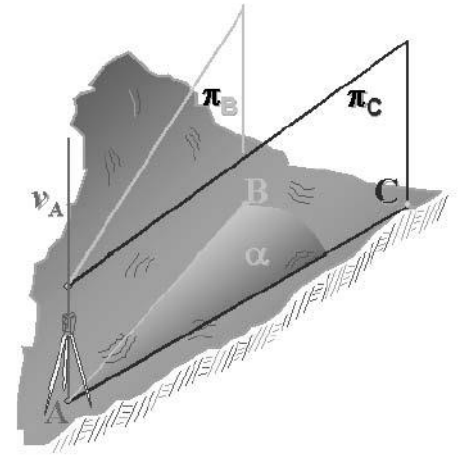
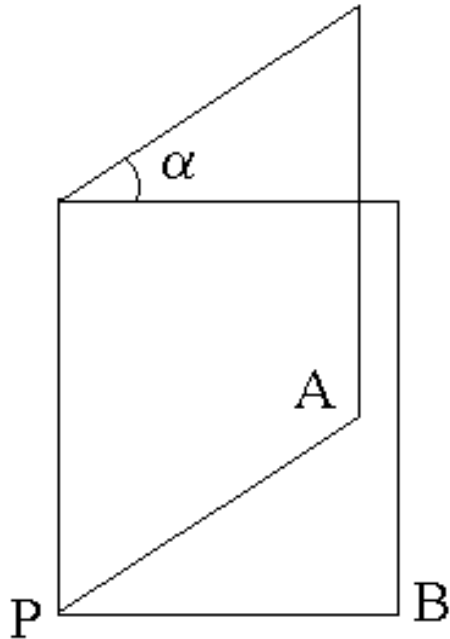
In Topografia le grandezze oggetto di misura sono essenzialmente:



# Grandezze misurate

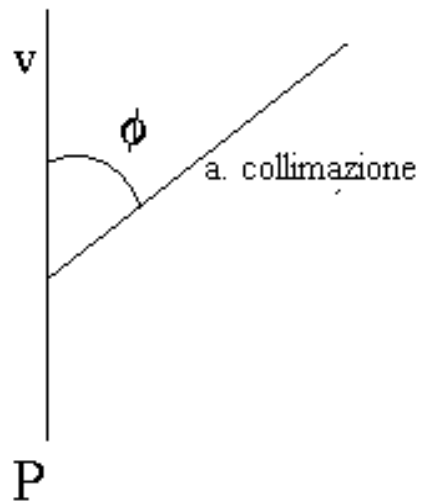


# Angolo azimutale

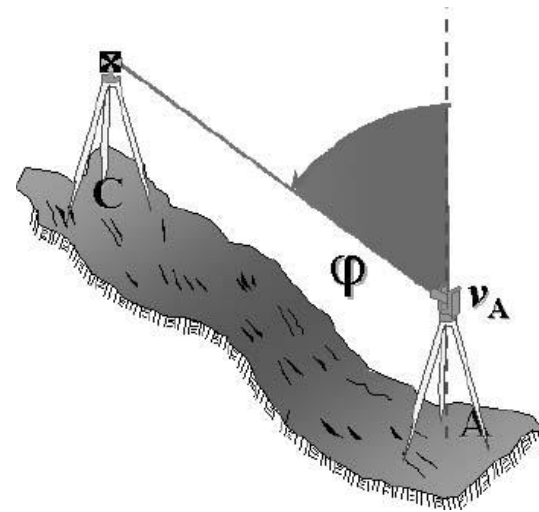


- Facendo stazione in un punto  $P$ , si considera la verticale per  $P$  e i due piani contenenti la verticale e i due punti  $A$  e  $B$ .
- L'angolo diedro fra i due piani rappresenta l'ANGOLO AZIMUTALE  $\alpha$

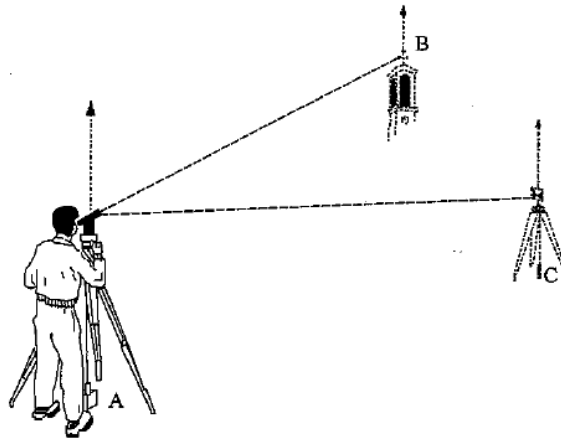
# Angolo zenitale



- $v$ : verticale per  $P$
- $\phi$  ANGOLO ZENITALE
- angolo fra la verticale per  $P$  e l'asse di collimazione



Nel definire le misure abbiamo parlato di generici punti, A,B,.. del terreno.



Il punto A in cui è posto lo strumento è detto **PUNTO DI STAZIONE**.

I punti B e C osservati, mediante lo strumento, sono detti **PUNTI COLLIMATI**.

Sul terreno questi punti possono essere materializzati fisicamente in diversi modi, a seconda della precisione richiesta dalla misura, dall'accessibilità del punto e dalla necessità di conservazione nel tempo della materializzazione.

# NORMALIZZAZIONE DEGLI ANGOLI ORIZZONTALI

- Si ritiene preferibile che gli angoli di direzione e gli angoli orizzontali in genere soddisfino la condizione di normalizzazione:

$$0 \leq \alpha \leq 2\pi$$

- Durante lo svolgimento dei calcoli avviene spesso che, pur partendo da angoli normalizzati, i risultati non lo siano: è necessario pertanto normalizzare gli angoli.

## REGOLA PER LA NORMALIZZAZIONE:

- se  $\alpha \geq 2\pi$  si deve sottrarre iterativamente  $2\pi$  fino a quando la condizione di normalizzazione è soddisfatta
- se viceversa  $\alpha$  è negativo, si dovrà aggiungere iterativamente  $2\pi$  fino a renderlo positivo.

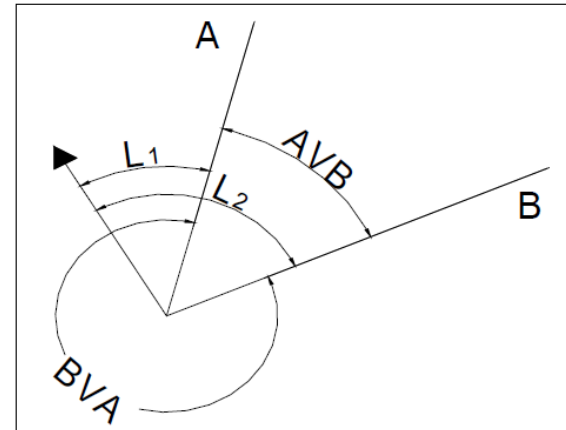
# NORMALIZZAZIONE DEGLI ANGOLI VERTICALI

- Gli angoli verticali  $\varphi$  devono essere sottoposti, per motivi sostanziali, alla normalizzazione

$$\varphi \rightarrow \varphi' = \begin{cases} \varphi & 0 \leq \varphi \leq \pi \\ 2\pi - \varphi & \varphi > \pi \end{cases}$$

- Collimato un certo punto  $P$ , corrispondente a un angolo verticale  $\varphi$ , se si fa ruotare l'alidada di  $\pi$  e se successivamente si collima nuovamente lo stesso punto dopo aver ruotato il cannocchiale, a meno di errori e srettifiche, il goniometro verticale segnerà un angolo di  $2\pi - \varphi$ .

- Si consideri un punto di origine (V) e due semirette uscenti da questo passanti per i punti A e B.
- Si stabilisca convenzionalmente quale dei due punti rappresenti il *punto avanti* (PA) e quale il *punto indietro* (PI).
- Definiamo angolo la rotazione oraria che deve compiere la direzione corrispondente al *punto indietro* (PI) per sovrapporsi a quella del *punto avanti* (PA).



Ne risulta che l'angolo viene dato dalla differenza di due direzioni angolari e precisamente quelle corrispondenti ai punti avanti e indietro.

Se:  $(PA) = B$  e  $(PI) = A$        $\alpha = (PA) - (PI) = AVB$

Viceversa se:  $(PA) = A$  e  $(PI) = B$        $\alpha = (PA) - (PI) = BVA$

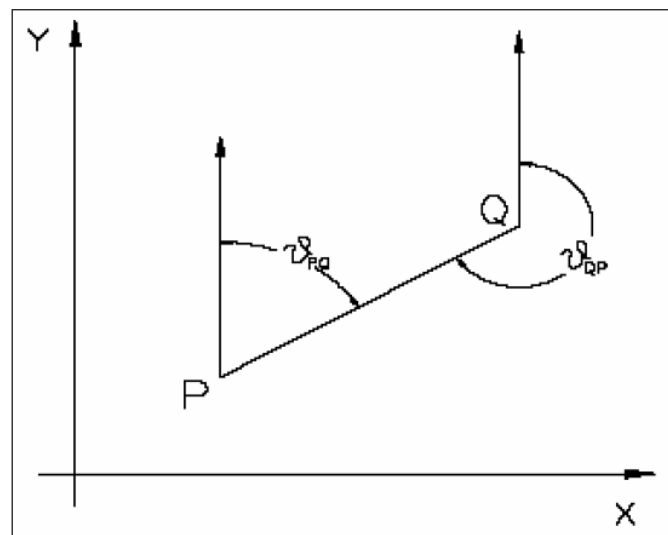
# Angolo di direzione

•Si consideri un riferimento ortonormale  $R(0;X;Y)$  nel quale siano noti i punti  $P$  e  $Q$  tramite le loro coordinate. Si definisce

•*angolo di direzione di  $Q$  rispetto a  $P$*  [ $\theta_{PQ} \equiv (PQ)$ ]

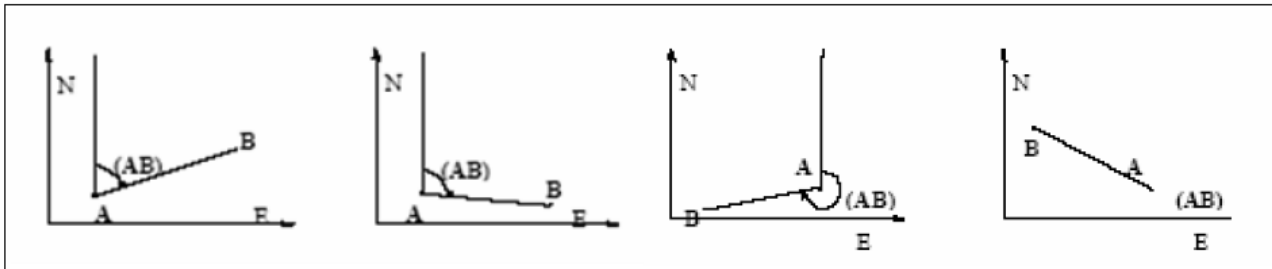
l'angolo di cui la parallela all'asse  $Y$  del riferimento, passante per  $P$ , deve ruotare in senso orario per sovrapporsi alla direzione  $PQ$ .

$$(PQ) = \text{arctg} [(x_Q - x_P)/(y_Q - y_P)]$$



# Angolo di direzione

- L'angolo (AB) va riportato al quadrante corretto attraverso il segno del numeratore e del denominatore:



quadrante	Segno $\theta$	segno ( $x_q - x_p$ )	segno ( $y_q - y_p$ )	Valore dell'angolo di direzione (PQ)*
<b>1</b>	+	+	+	$(PQ)^* = (PQ)$
<b>2</b>	-	+	-	$(PQ)^* = (PQ) + \pi$
<b>3</b>	+	-	-	$(PQ)^* = (PQ) + \pi$
<b>4</b>	-	-	+	$(PQ)^* = (PQ) + 2\pi$

## Casi particolari:

0/0    angolo indeterminato

+/0     $\vartheta = \pi/2$

-/0     $\vartheta = 3\pi/2$

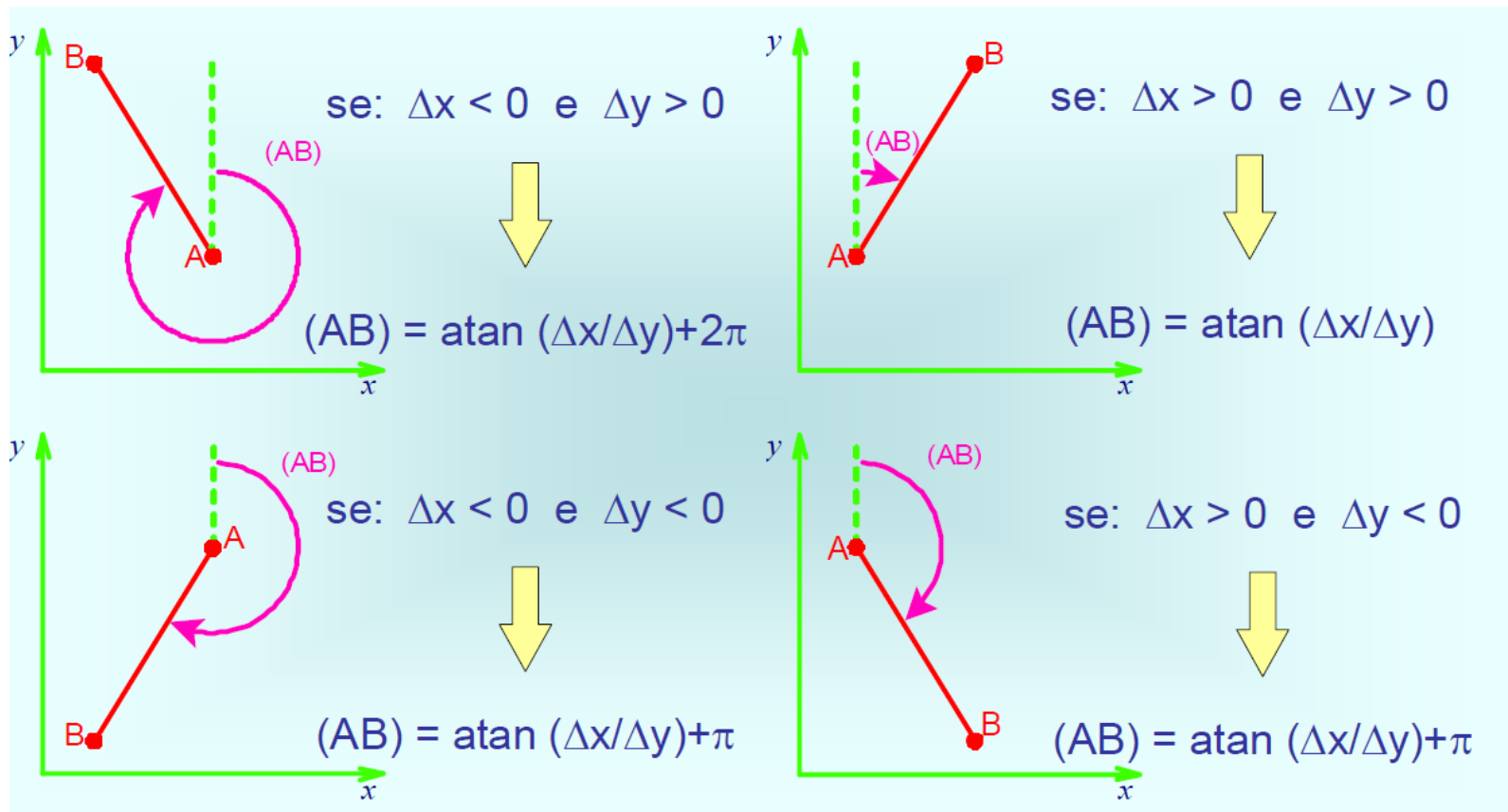
0/+     $\vartheta = 0$

0/-     $\vartheta = \pi$

Riduzione dell'angolo di direzione ai vari quadranti

# Angolo di direzione

- L'“angolo di direzione” varia da 0 a  $2\pi$  a seconda della posizione di B rispetto ad A nei 4 quadranti



# Angolo di direzione

- La distanza potrà essere ricavata dalle espressioni:

$$•D_{PQ} = (x_Q - x_P) / \sin (PQ) = (y_Q - y_P) / \cos (PQ)$$

- Le coordinate del punto Q, note le coordinate del punto P, la distanza e l'angolo di direzione (PQ) si ricavano dalle seguenti relazioni:

- $x_Q = x_P + D_{PQ} \sin (PQ)$

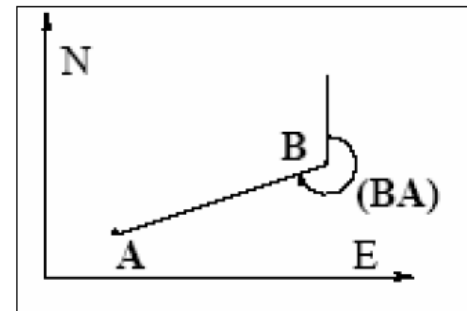
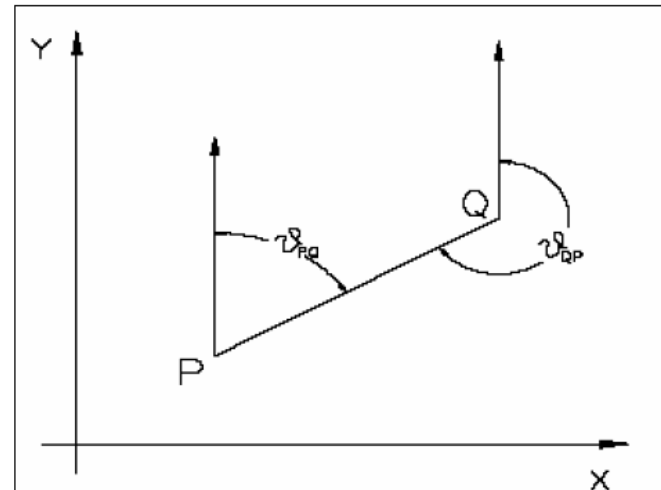
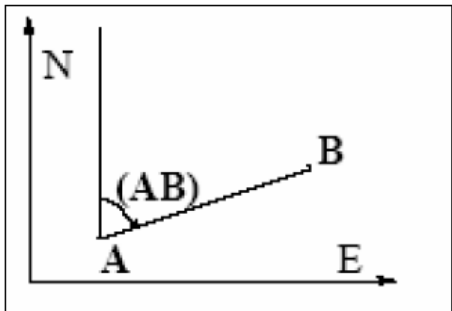
- $y_Q = y_P + D_{PQ} \cos (PQ)$

# Angolo di direzione reciproco

- L'angolo di direzione (PQ) è diverso dall'angolo di direzione (QP)
- L'angolo di direzione (QP) si definisce reciproco di (PQ) ed è definito come sopra quando la rotazione avviene sul punto Q ed è desumibile da:

$$\bullet(QP) = (PQ) \pm \pi$$

- con il segno “+” se  $(PQ) < \pi$

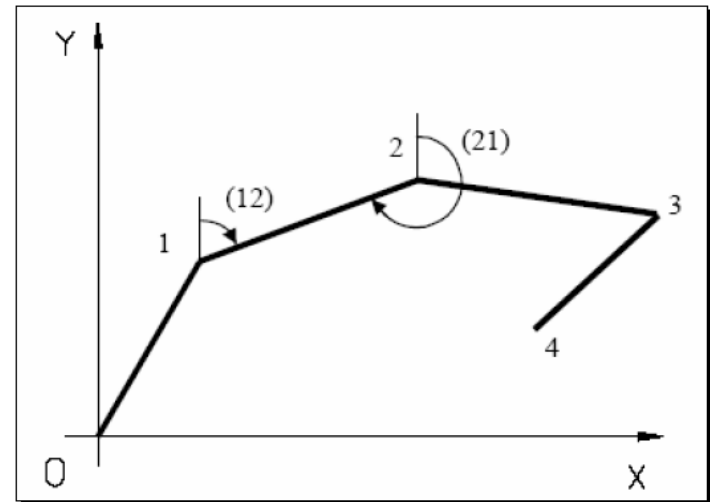


- con il segno “-” se  $(PQ) > \pi$

# Propagazione dell'azimut lungo una spezzata

- Il trasporto dell'angolo di direzione e delle coordinate lungo una spezzata è un caso che si presenta di frequente in topografia quando si misurano lunghezze di lati di una spezzata e angoli tra loro compresi.
- Nello schema che segue sono stati misurati gli angoli orari tra lati successivi della spezzata rappresentata, nonché le lunghezze di tali lati.

Per assegnare il sistema di riferimento devono ancora essere note almeno le coordinate di un punto (ad esempio quello di inizio  $X_0, Y_0$ ) e un angolo di direzione (ad esempio quello del primo lato 01).



# Propagazione dell'azimut lungo una spezzata

- Per determinare le coordinate di tutti i punti è necessario trovare l'angolo di direzione di tutti i lati della spezzata.
- In generale, l'angolo di direzione di un lato successivo si ottiene applicando la formula di trasporto degli angoli di direzione:

$$\square \theta_i = \theta_{i-1} + \alpha_i \pm \pi \pm n 2 \pi$$

• Da questo deriva che l'azimut di un lato successivo si ottiene aggiungendo a quello del lato che lo precede, relativo all'estremo non comune, l'angolo compreso tra il lato che precede e quello che segue:

- aggiungendo  $\pi$  se la somma  $(\theta_{i-1} + \alpha_i)$  è minore di un angolo piatto;
- togliendo  $\pi$  se la somma  $(\theta_{i-1} + \alpha_i)$  è maggiore di un angolo piatto.

# Propagazione dell'azimut lungo una spezzata

- Una volta noto l'angolo (AP) si hanno le coordinate di P dalle relazioni:

$$\bullet Y_P = Y_A + d_{AP} \cos (AP)$$

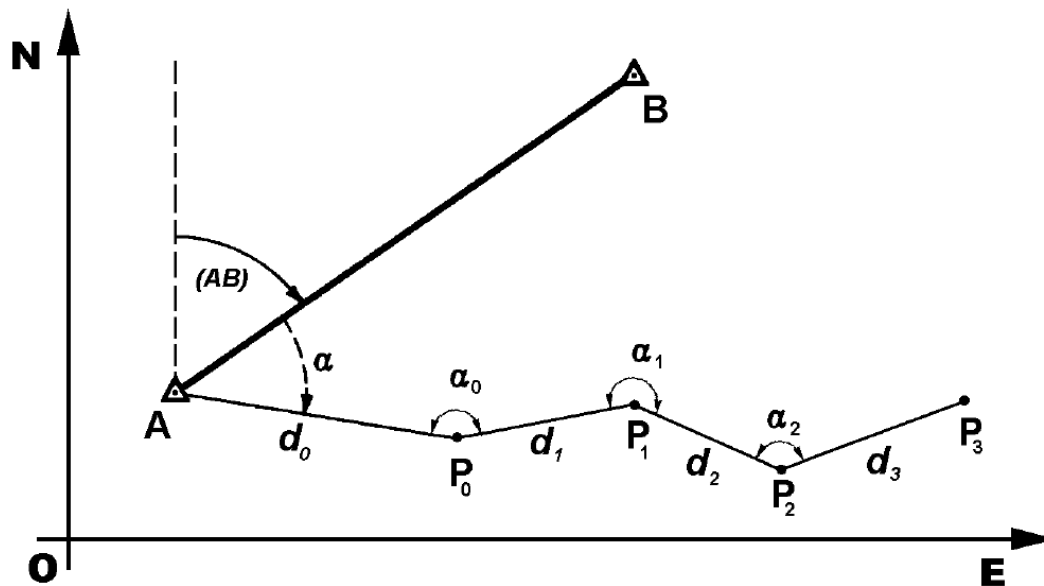
$$\bullet X_P = X_A + d_{AP} \sin (AP)$$

- Più in generale, data una spezzata, risulta:

$$\bullet Y_i = Y_{i-1} + d_{i-1,i} \cos (\theta_{i-1,i})$$

$$\bullet X_i = X_{i-1} + d_{i-1,i} \sin (\theta_{i-1,i})$$

# Poligonale



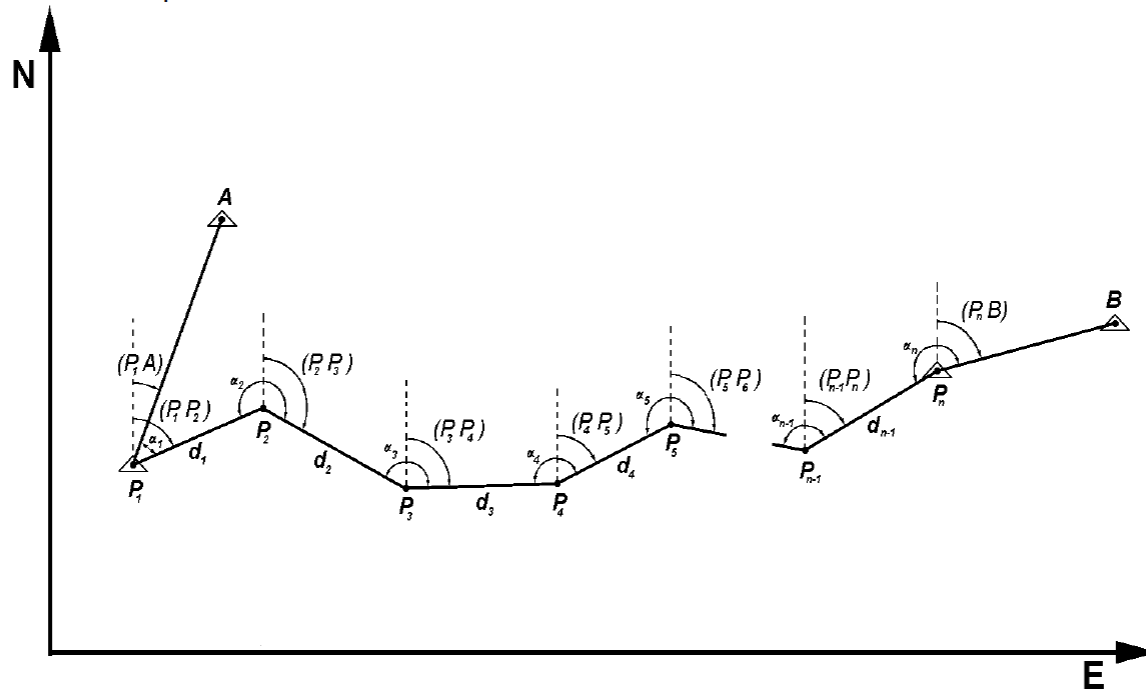
# Poligonale

- Il metodo è molto utile per determinare le coordinate di punti situati in posti disagiati da cui non si ha visibilità; fondi-valle, zone fortemente alberate, gallerie.
- La sua precisione è però molto scadente giacché gli effetti degli errori di misura si accumulano di vertice in vertice divenendo rapidamente intollerabili; per tale motivo nessuna normativa di rilevamento ammette l'utilizzo di poligonali non controllate. Quando la necessità oggettiva le impone (per esempio in galleria), vanno eseguite con molta accuratezza utilizzando tutti i metodi disponibili per migliorarne la precisione: reiterazioni degli angoli, stazioni con centramento forzato, etc.).

# Poligonale controllata

## Poligonale controllata

Il metodo della poligonale descritto al paragrafo precedente aumenta notevolmente di precisione se si opera in modo che l'ultimo vertice sia anche esso un punto di coordinate note e da tale vertice se ne possa collimare un altro anch'esso noto.



# Intersezioni in avanti angolari e laterali angolari

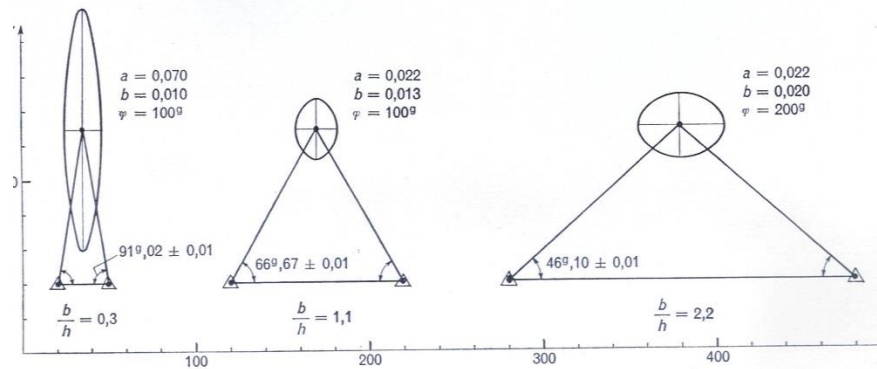


Fig. 15. Ellissi standard di intersezioni in avanti angolari.

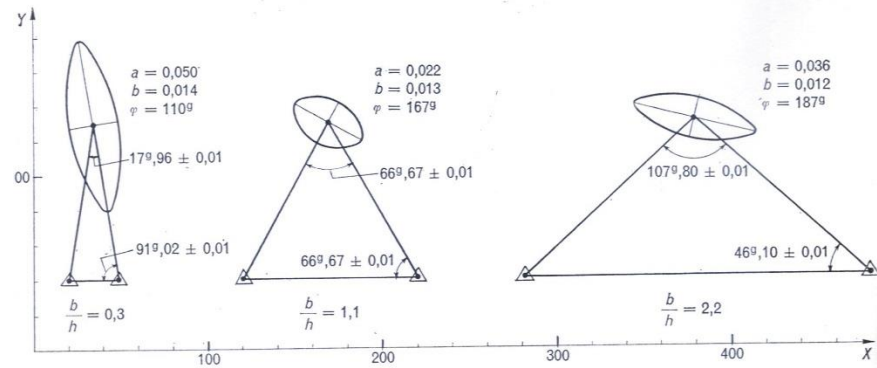


Fig. 16. Ellissi standard di intersezioni laterali angolari.

# Intersezioni con distanze - Intersezioni laterali miste

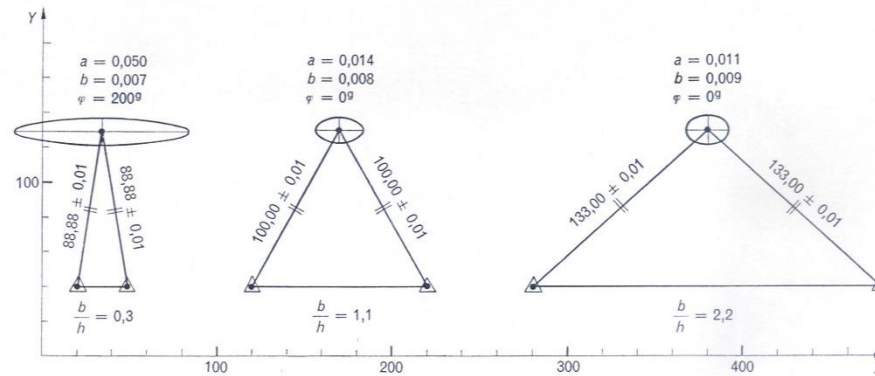


Fig. 17. Ellissi standard di intersezioni con distanze.

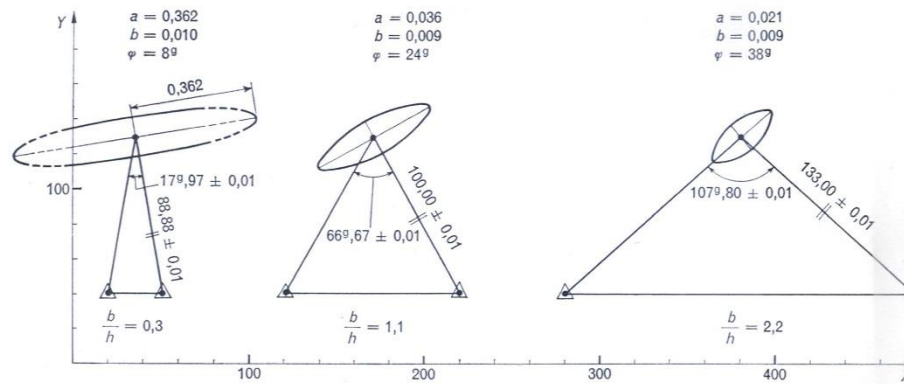


Fig. 18. Ellissi standard di intersezioni laterali miste.

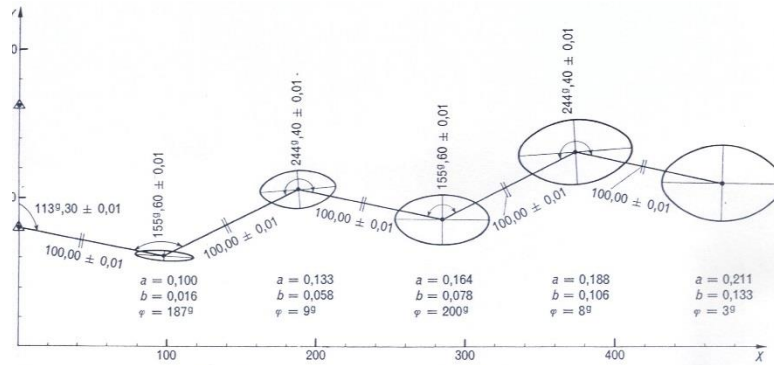


Fig. 21. Ellissi standard in una poligonale tacheometrica.

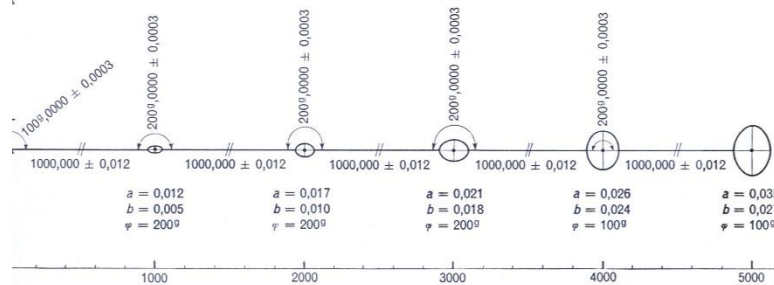


Fig. 22. Ellissi standard in una poligonale rilevata con geodimetro e teodolite da 1".

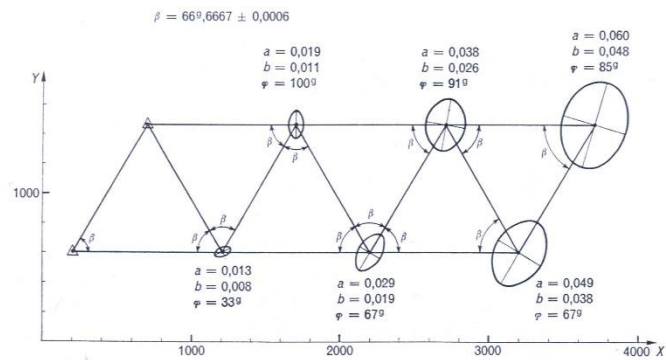


Fig. 23. Ellissi standard in una catena di triangoli rilevata secondo lo schema dell'intersezione laterale.

# Catena di triangoli

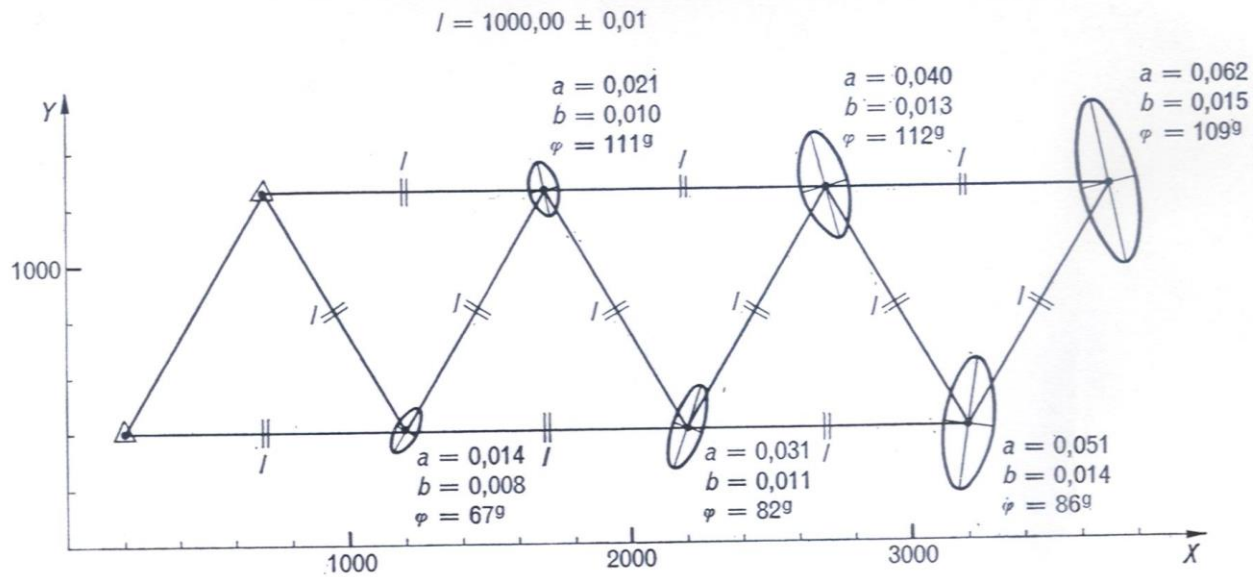


Fig. 24. Ellissi standard in una catena di triangoli trilaterati.

# Intersezione in avanti

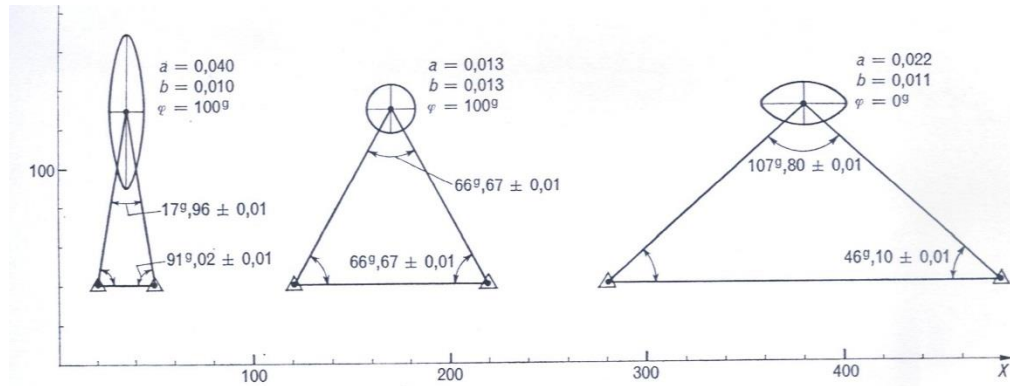


Fig. 25. Ellissi standard nella determinazione di un vertice mediante misura di tre angoli (triangolazione) (cfr. figg. 15 e 16).

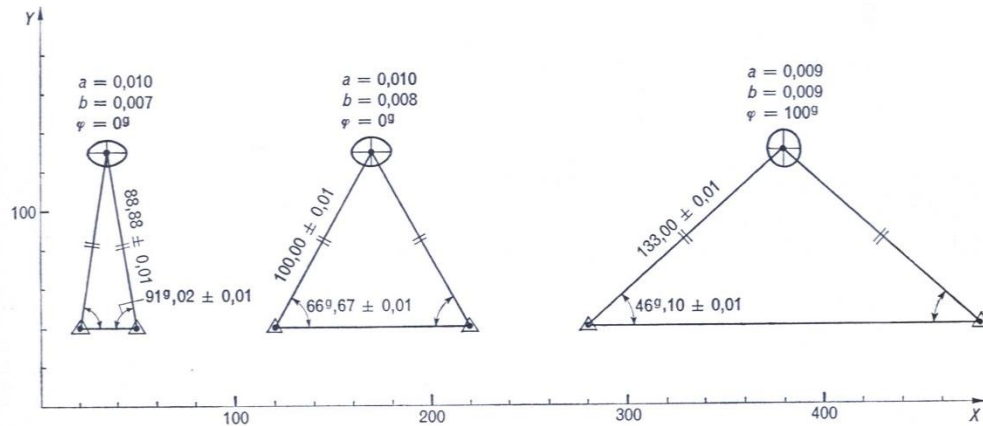


Fig. 26. Ellissi standard nella determinazione di un vertice mediante misura di due angoli e due distanze (cfr. fig. 17).

# Intersezioni all'indietro; catene di triangoli

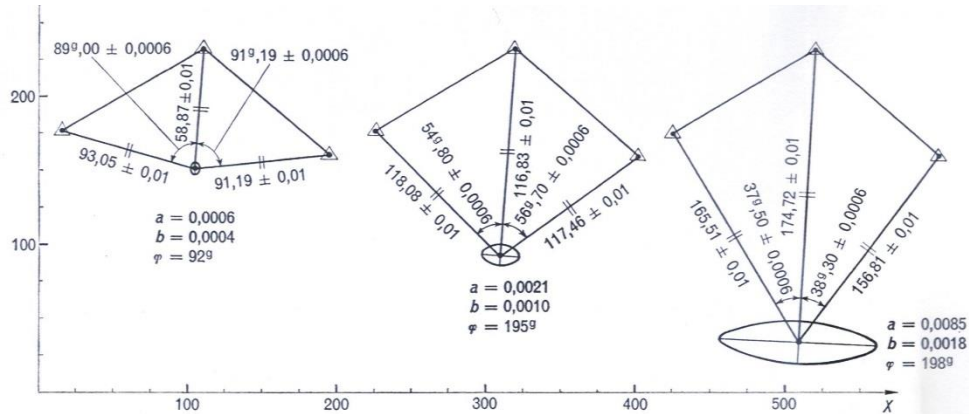


Fig. 27. Ellissi standard di intersezioni all'indietro con misura di angoli e distanze (cfr. fig. 19).

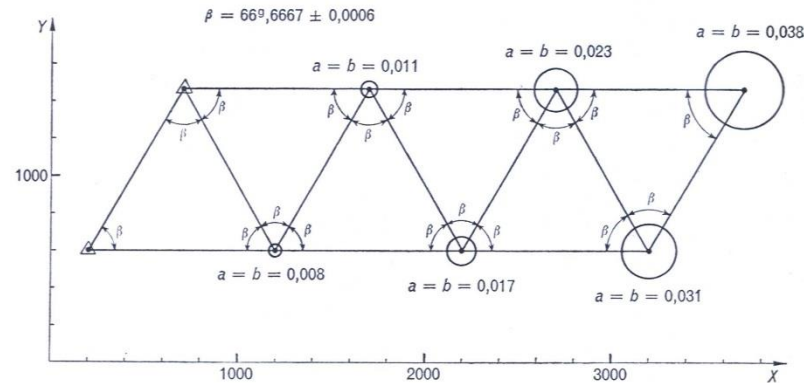


Fig. 28. Ellissi standard in una catena di triangoli rilevata misurando tutti gli angoli (triangolazione) (cfr. fig. 23).

# Catena di quadrilateri

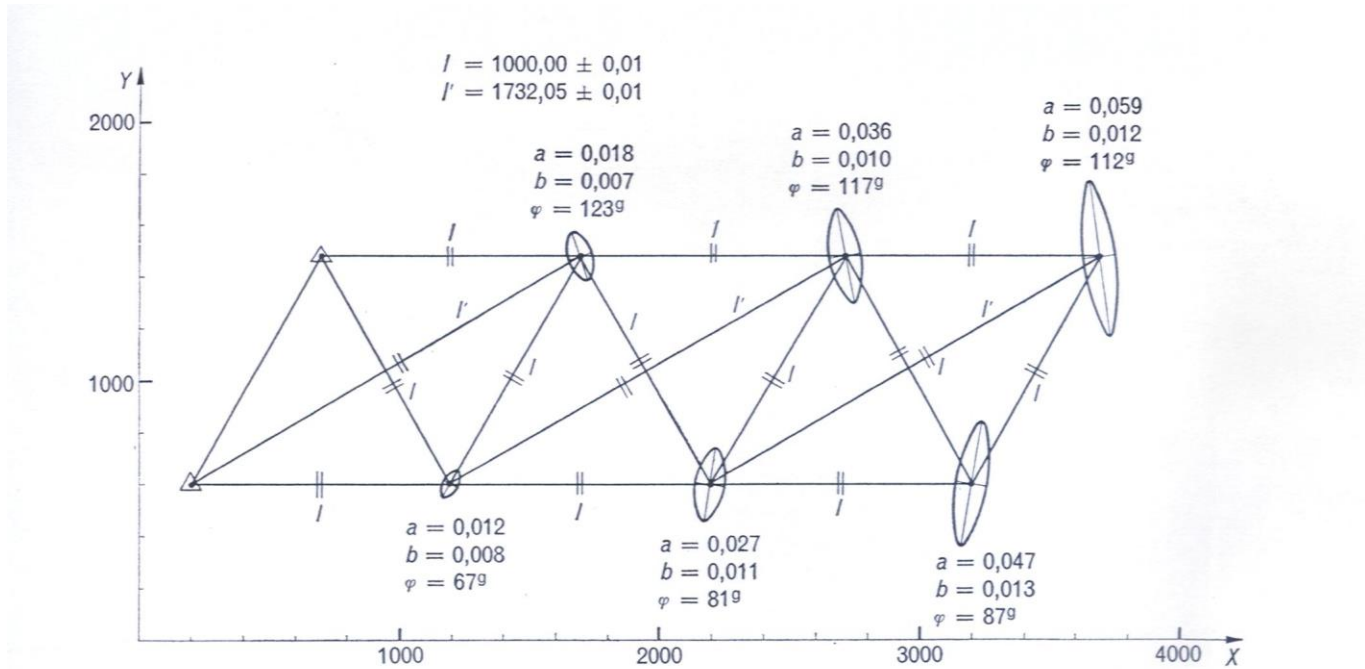


Fig. 29. Ellissi standard in una catena di quadrilateri rilevati mediante misura di tutti i lati (quadrilateri trilaterati) (cfr. fig. 24).

# Catena di triangoli chiusa su un punto di coordinate note

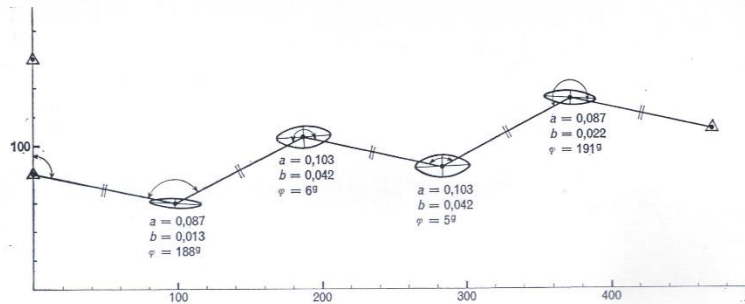


Fig. 30. Ellissi standard nella poligonale tacheometrica di fig. 21 chiusa su un punto di coordinate note.

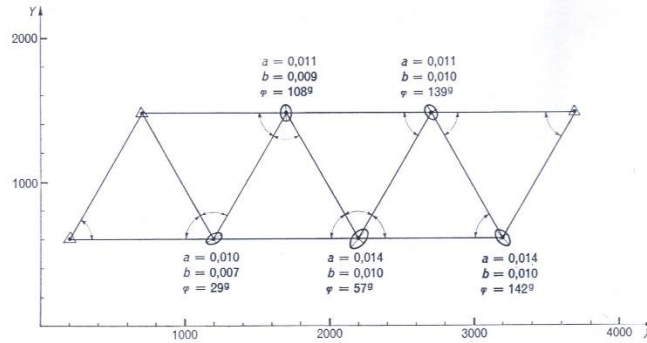


Fig. 31. Ellissi standard nella catena di triangoli della fig. 23 chiusa su un punto di coordinate note.

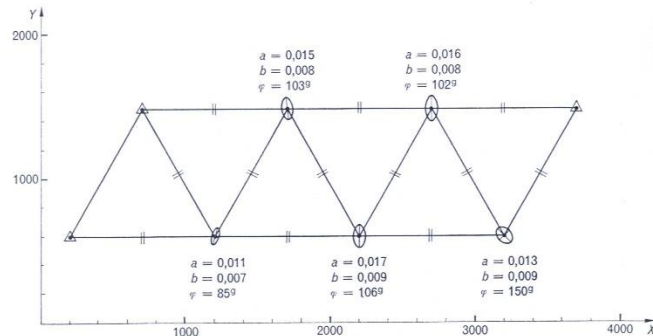
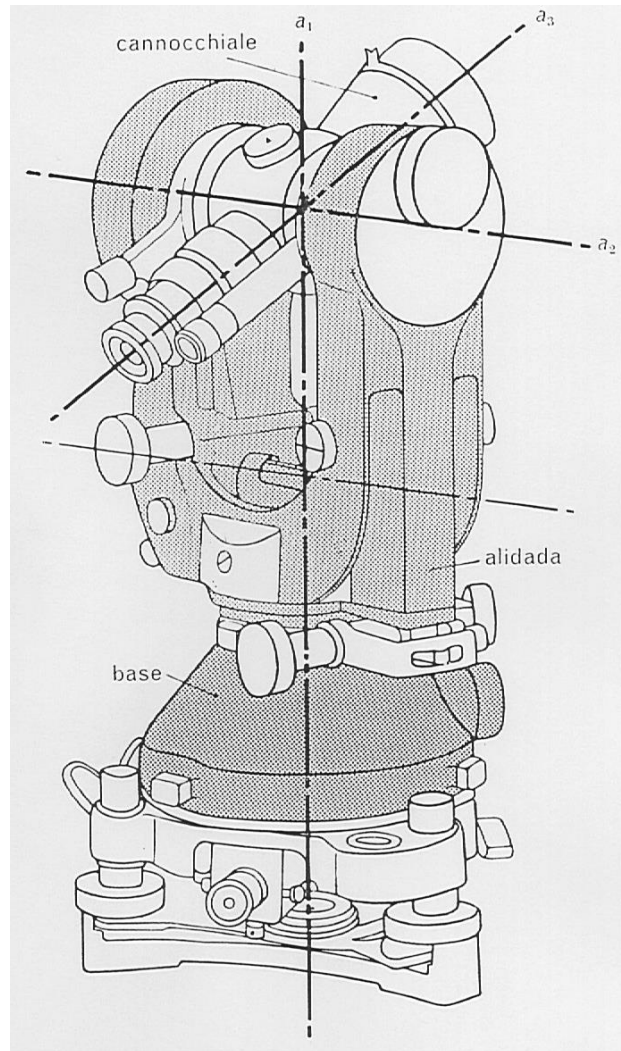


Fig. 32. Ellissi standard nella catena di triangoli di fig. 24 chiusa su un punto di coordinate note.

# Teodolite

Misura di angoli azimutali e zenitali

# Struttura del teodolite



- $a_1$  **asse primario**
- $a_2$  **asse secondario**
- $a_3$  **asse di collimazione**
- Dirigendo l'asse di collimazione prima verso il p. A e poi verso B ed eseguendo sul cerchio orizz. le rispettive letture  $L_A$  ed  $L_B$ , la differenza  $L_B - L_A$  è uguale all'**angolo azimutale** ACB, misurato in senso orario da A verso B.

## Regola di Bessel

- Si utilizza per eliminare l'effetto degli errori residui di srettifica dell'asse secondario e di collimazione.
- Si effettuano le due letture coniugate con cerchio verticale a destra (C.D.) e con cerchio a sinistra (C.S.) e se ne esegue la media:

$$\alpha = (CD - 200^{cc} + CS) / 2$$

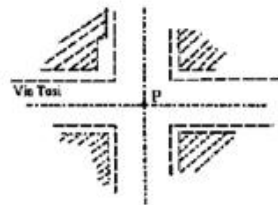
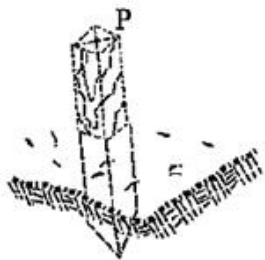
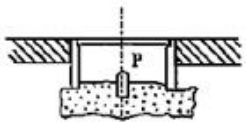
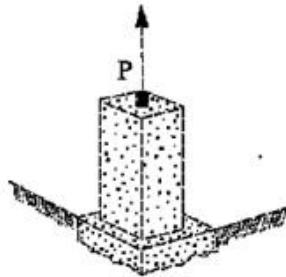
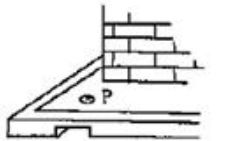
# Lettura angolo zenitale

- Il cerchio zenitale può avere una graduazione sia oraria che antioraria ed è solidale al cannocchiale, mentre gli indici di lettura sono fissati all'alidada.
- $z = (CD + 400^{\text{cc}} - CS) / 2$  per graduaz. antioraria
- La media delle letture  $z = (CS + CD) / 2$  rappresenta la lettura secondo la verticale; essa prende il nome di *zenit strumentale*

# Messa in stazione del teodolite

- a) Si pone l'asse della **livella torica** *parallela* a due viti di base e si centra la livella torica
- b) Si ruota l'alidada di  $200^{\circ}$  e si corregge la posizione della bolla di *metà spostamento*
- c) Si ruota di  $100^{\circ}$ , si centra la bolla
- d) Si ruota di  $200^{\circ}$  e si corregge di *metà spostamento*.
- Se l'asse primario è verticale, ruotando lentamente l'alidada la bolla deve rimanere sensibilmente ferma. Altrimenti si ripetono le operazioni da a) a d).

# Materializzazione dei punti



Il punto di stazione, come rappresentato nelle figure, può essere costituito da:

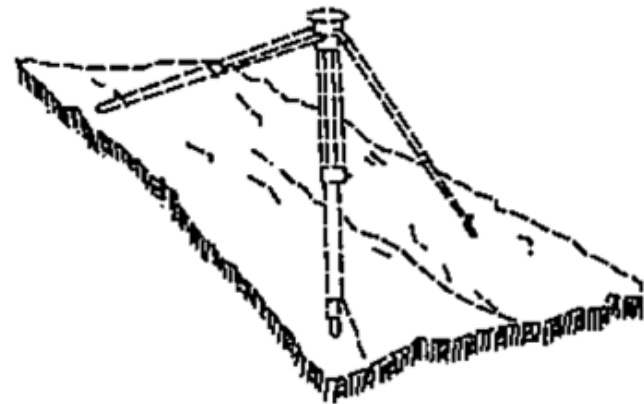
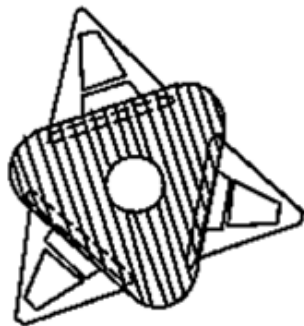
- una borchia metallica infissa a terra.
- un cilindretto cementato in una gettata di calcestruzzo
- incrocio delle diagonali sulla testa di un paletto
- un punto non materializzato, ma facilmente individuabile

I punti collimati possono essere:

- punti di strutture artificiali esistenti
- punti del tipo su cui si fa stazione resi evidenti a distanza grazie ad opportuni segnali.

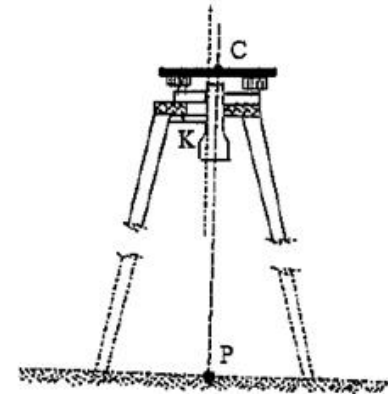
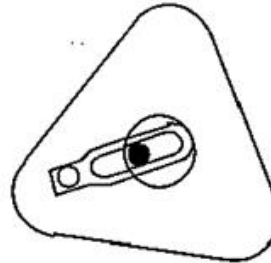
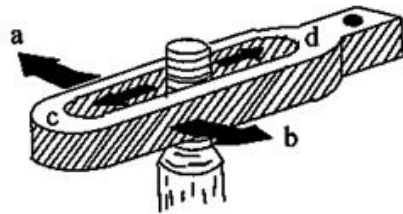
# Treppiede

Per sostenere gli strumenti di misura o i segnali da collimare, si usa spesso il treppiede. Esso è formato da tre gambe allungabili, che sono incernierate ad una piastra che diremo **piastra d'appoggio**. Vista dall'alto la piastra ha una forma di triangolo ad angoli smussati con foro centrale.



Nel foro centrale passa una grossa vite, detta **vitone**, mediante la quale si fissa al treppiede o direttamente lo strumento o un dispositivo intermedio tra il treppiede stesso e lo strumento, che si chiama **basetta**.

# Treppiede

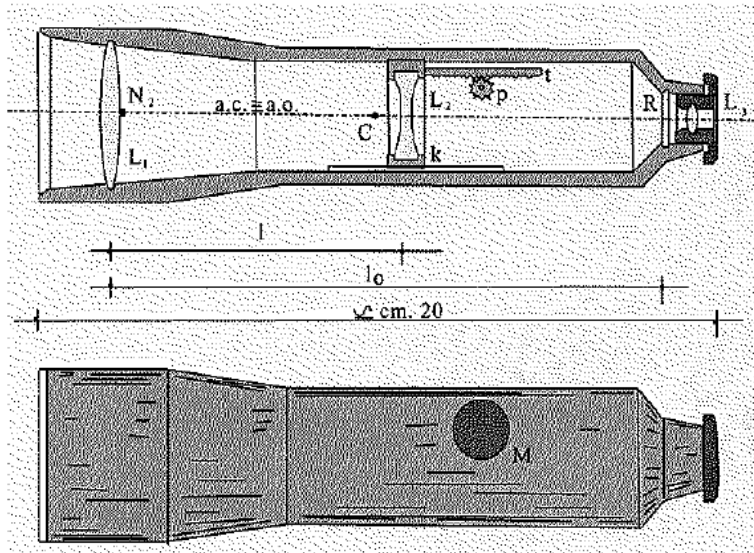


Quando si vuole realizzare una misura bisogna innanzitutto mettere il treppiede in stazione sul punto. Si procede nel seguente modo:

- si posiziona il foro della piastra approssimativamente sulla verticale del punto agendo opportunamente sulle tre gambe allungabili indipendenti (ci si può aiutare con un filo a piombo)
- si rende la piastra approssimativamente orizzontale (con l'ausilio di una livella sferica)
- grazie al vitone, che può scorrere in una specie di collare oblungo, è possibile posizionare il centro dello strumento sul punto di stazione anche se il centro della piastra d'appoggio non è esattamente sul punto.

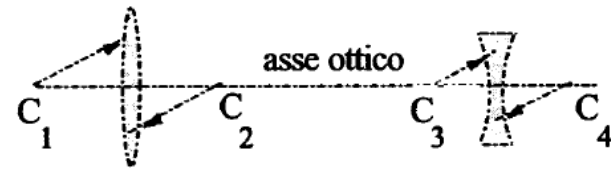
# Cannocchiale topografico

Per materializzare la retta che congiunge idealmente il punto di stazione con il punto collimato, viene utilizzato un cannocchiale topografico, costituito da:



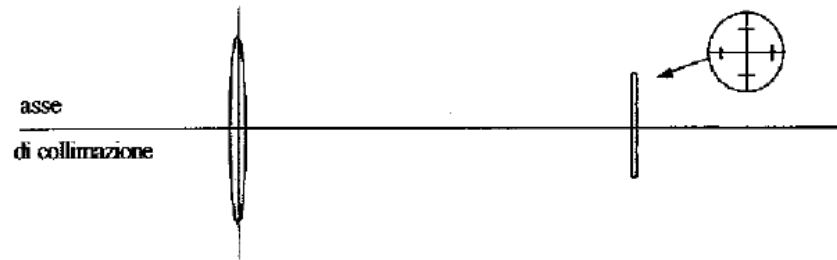
- un corpo metallico tubolare;
- una lente obbiettivo  $L_1$ , generalmente convergente;
- una lente interna  $L_2$ , generalmente divergente;
- un reticolo R, che è una lastrina di vetro con sopra incisi dei riferimenti a croce;
- una lente oculare  $L_3$ , generalmente convergente;

Le lenti  $L_1$  e  $L_2$  sono delimitate da superfici sferiche i cui centri  $C_1$  devono essere tutti allineati su una retta, detta **asse ottico**.



# Cannocchiale topografico

La retta che congiunge la lente obbiettiva con il centro del reticolo è detta invece **asse di collimazione**.



Nel cannocchiale l'asse ottico e l'asse di collimazione devono essere coincidenti.

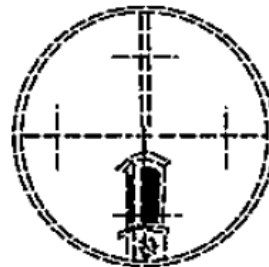
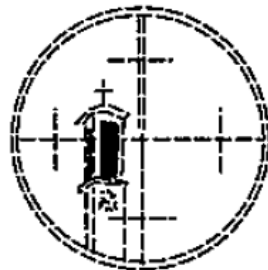
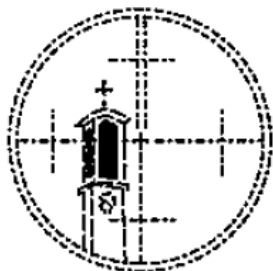
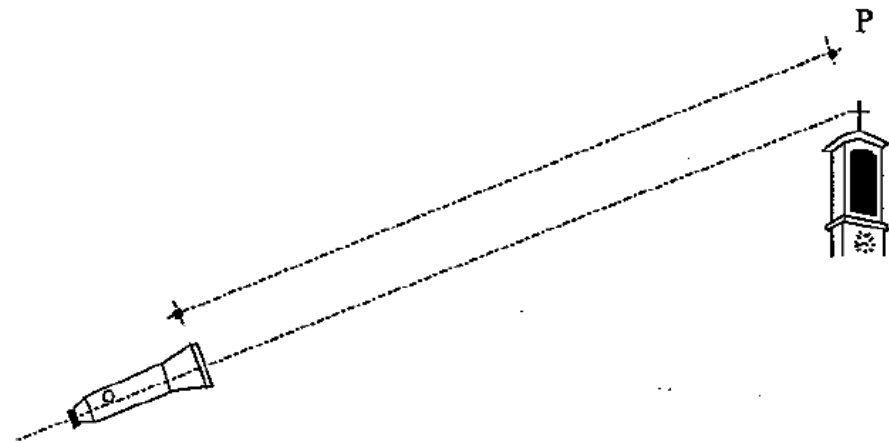
La distanza  $l_0$  tra la lente  $L_1$  ed il reticolo è fissa, mentre la distanza tra la lente  $L_1$  e la lente  $L_2$  è variabile. La lente  $L_2$ , infatti, può essere traslata lungo l'asse ottico, tramite una cremagliera, ruotando il bottone M. In questa operazione la coincidenza dell'asse ottico con quello di collimazione deve essere sempre garantita.

Collimare un punto con il cannocchiale significa puntare il cannocchiale sul punto P in modo che esso si trovi sull'asse ottico dello stesso.

# Cannocchiale topografico

Poichè l'asse ottico coincide con l'asse di collimazione, la condizione citata è verificata quando il puntamento viene effettuato in modo che l'immagine del punto P si formi sul reticolo, in coincidenza dell'incrocio dei tratti che ne determinano il centro.

Per questa operazione, sui cannocchiali sono disponibili dei sistemi di mira grossolani, che permettono di inquadrare nell'obiettivo l'elemento da collimare.

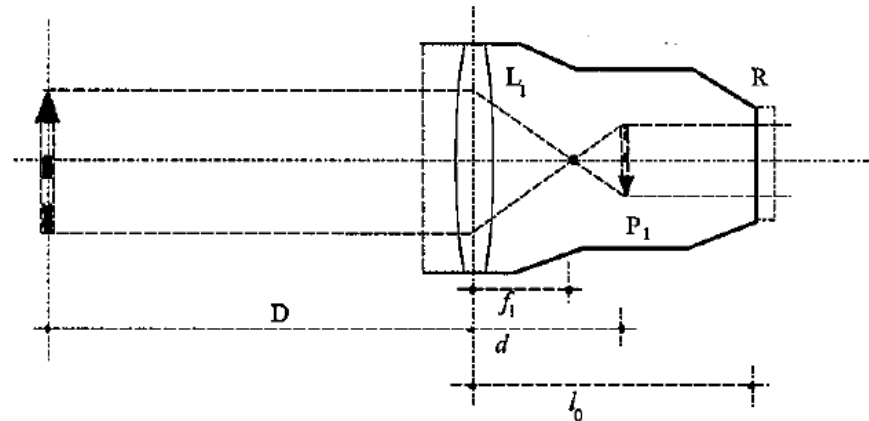


Grazie a delle viti di movimento micrometrico è poi possibile realizzare il centramento di precisione.

# Cannocchiale topografico

Se ci fosse solo la lente  $L_1$  di focale  $f_1$ , l'immagine di un punto  $P$ , alla distanza  $D$  dalla lente, si formerebbe nello spazio immagine ad una distanza  $d$  dalla lente data dalla relazione:

$$d = \frac{f_1 \cdot D}{D - f_1}$$

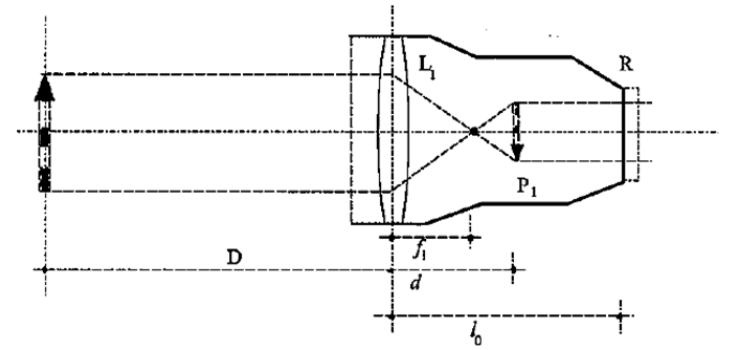


In generale  $d$  risulterebbe diversa da  $l_0$  e quindi l'immagine di  $P$  non si formerebbe sul reticolo  $R$ .

La funzione della lente  $L_2$  è proprio quella di ottenere questo risultato, cioè di far formare l'immagine di  $P$  sul piano del reticolo; infatti l'insieme delle lenti  $L_1$  e  $L_2$  costituisce un sistema ottico la cui focale risultante è data dalla relazione:

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - l}$$

# Cannocchiale topografico



essendo  $f_2$  l'afocale di L2 ed  $l$  la distanza tra le due lenti; variando la distanza  $l$  si può quindi variare il valore di  $f$ .

Pertanto, considerando l'insieme delle due lenti L1 ed L2, può essere resa uguale a  $l_0$  la distanza  $d$ , dalla prima lente L1 dell'immagine di un punto P posto alla distanza  $D$ .

Ciò avviene facendo variare opportunamente la distanza  $l$  tra le due lenti sino a che si realizza la condizione:

$$d = l_0 = \left( \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - l} \cdot D \right) / \left( D - \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - l} \right)$$

# Cannocchiale topografico

La lente oculare  $L_3$  serve come lente d'ingrandimento, per vedere ingranditi sia l'immagine che si forma sul reticolo, sia il reticolo stesso, in modo da poter collimare i punti con la necessaria accuratezza.

Inoltre, poichè talvolta l'insieme delle due lenti  $L_1$  e  $L_2$  dà sul reticolo un'immagine capovolta, la lente oculare può servire a capovolgerla e vederla diritta.

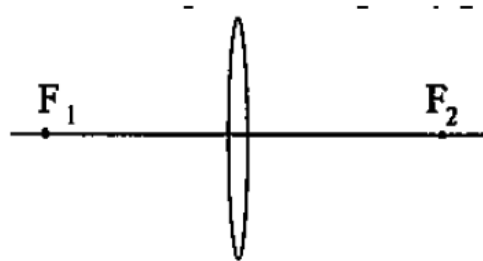
La lente  $L_3$  può essere leggermente avvicinata al reticolo mediante avvvitamento, in modo da sopperire ad eventuali difetti di vista dell'operatore.

Il movimento della lente oculare non è critico come quello della lente  $L_2$ , perchè non interviene nella formazione dell'immagine sul reticolo e non definisce quindi asse ottico e di collimazione.

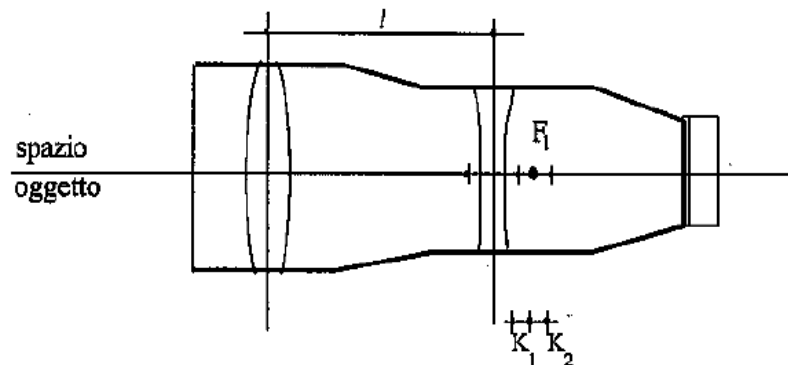
IN REALTA' NEI CANNOCCHIALI NON ESISTONO SINGOLE LENTI  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ , MA CIASCUNA DI ESSE E' FORMATA DA UN PACCHETTO DI LENTI AL FINE DI CORREGGERE LE ABERRAZIONI. INOLTRE, IL RADDRIZZAMENTO DELL'IMMAGINE VIENE SOLITAMENTE REALIZZATO CON UN SISTEMA DI PRISMI POSTO TRA LENTE  $L_2$  ED IL RETICOLO.

# Cannocchiale topografico

Considerando una lente semplice, i suoi due fuochi stanno uno da una parte e uno dall'altra rispetto la lente stessa, uno nello spazio dell'oggetto ed uno in quello dell'immagine.



Nel cannocchiale topografico invece il sistema ottico, costituito dalle lenti  $L_1$  ed  $L_2$ , viene progettato in modo che il primo fuoco  $F_1$  del sistema cada all'interno del cannocchiale stesso.



# Cannocchiale topografico

Poichè la focale  $f$  del sistema varia con la distanza  $l$  tra le due lenti, anche la posizione del primo fuoco non è costante, ma varierà in un intervallo  $k_1 - k_2$ , la cui ampiezza è dell'ordine di 1 - 2 mm.

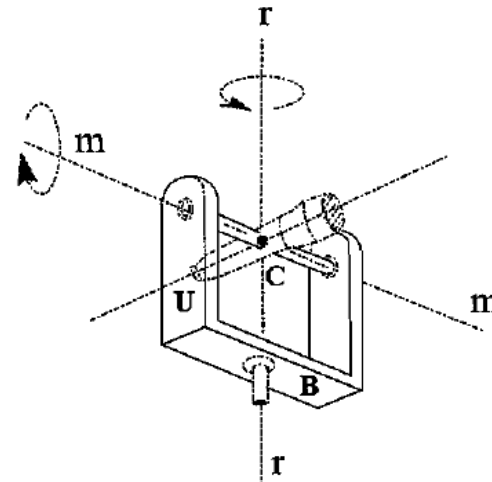
Vedremo che, per poter dare al cannocchiale delle rotazioni azimutali e zenitali, esso sarà montato su un asse rotante  $m$ , sostenuto da un supporto  $U$ , che a sua volta è sorretto da un basamento  $B$ ; il supporto  $U$  può inoltre ruotare intorno ad un asse  $r$ .

$r$             →        **asse primario**  
 $m$             →        **asse secondario**

Gli assi  $m$  ed  $r$  devono essere complanari ed ortogonali.

Il cannocchiale deve essere montato in modo che l'asse di collimazione passi per il punto  $C$  (**centro dello strumento**), intersezione degli assi  $m$  ed  $r$ .

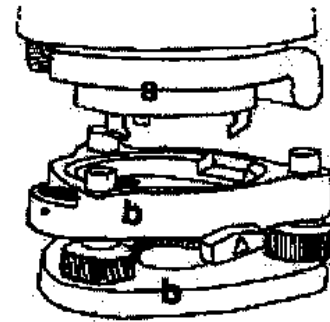
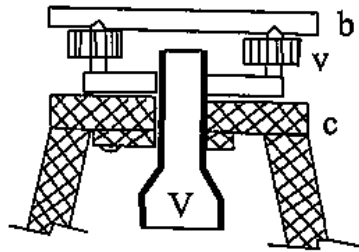
Il sistema di lenti viene progettato in modo che l'intervallo  $k_1 - k_2$ , in cui cade  $F_1$ , sia centrato nel punto  $C$ .



# Basetta

La basetta è un dispositivo interposto tra treppiede e strumento. Essa si compone di tre parti:

- una piastra base
- una piastra basculante
- tre viti (**viti calanti**), che uniscono le due piastre



La piastra di base viene resa solidale alla piastra d'appoggio del treppiede grazie al vitone.

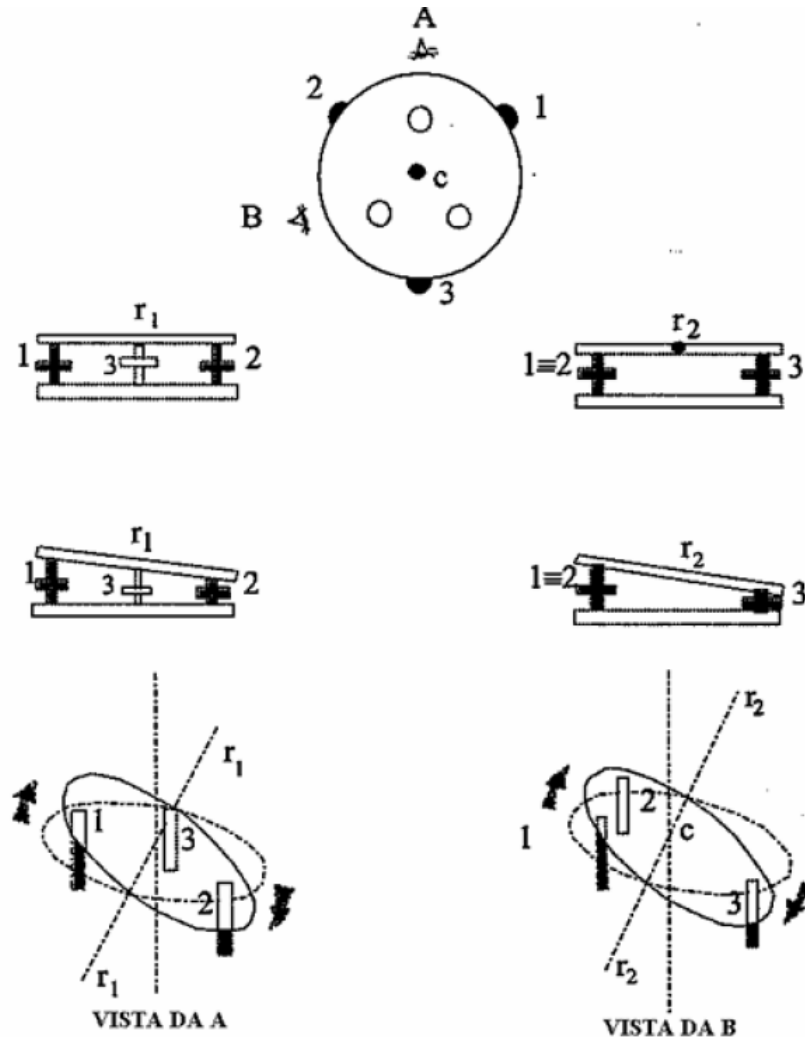
Le viti calanti hanno la funzione di permettere il basculamento rispetto alla piastra base e di realizzare la perfetta orizzontalità della piastra basculante.

# Basetta

Nello schema è riportato il funzionamento delle viti calanti:

- ruotando le viti 1 e 2 in senso contrario, si può far ruotare la piastra basculante intorno un asse  $r_1$ , che congiunge il centro della basetta con la vite 3.

- ruotando la vite 3 o le viti 1 e 2 nello stesso senso, si può far ruotare la piastra basculante intorno ad un asse  $r_2$ , che è ortogonale al precedente e passa per il centro della basetta.



# Basetta

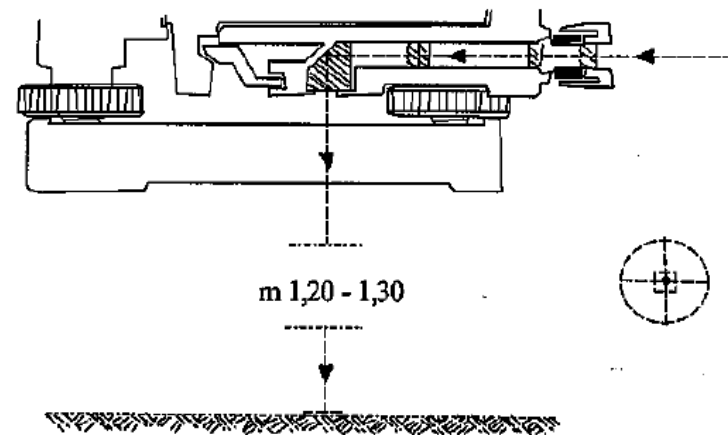
Nella piastra basculante ci sono tre alloggiamenti, cioè tre fori, nei quali si infilano e rimangono prigionieri per mezzo di un apposito dispositivo, comandato da una levetta, i tre piedini dello strumento (o del segnale).

Nella piastra basculante esiste poi un dispositivo, detto **piombo ottico**, che serve per centrare la basetta e quindi lo strumento sul punto di stazione.

Il piombo ottico è formato da un piccolo cannocchiale, costituito da una lente obbiettiva, da un reticolo e da un oculare; il cannocchiale è a fuoco fisso, cioè la distanza tra lente obbiettiva ed il reticolo è invariabile.

Non c'è bisogno di lente interna perchè la distanza del terreno dalla basetta è all'incirca sempre uguale. Davanti alla lente obbiettiva c'è poi un prisma che rimanda in senso orizzontale le immagini che provengono dal basso verso l'alto lungo la verticale.

Per permettere l'uso del piombo ottico il vitone deve essere cavo.



# Livella torica

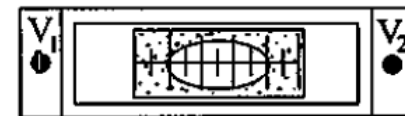
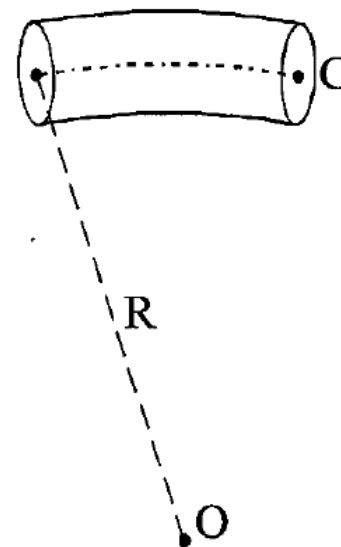
La livella torica è costituita da una fiala cilindrica di vetro la cui parte superiore è internamente lavorata a forma di superficie torica (rotazione di un cerchio  $C$  intorno ad un centro  $O$ ).

La fiala è inserita in una custodia metallica ed è fissata agli strumenti.

Sulla parte superiore della fiala è incisa una graduazione a tratti, distanziati di 2 mm, simmetrica rispetto uno zero centrale.

La tangente al punto centrale della graduazione si chiama **tangente centrale della livella**.

La fiala contiene un liquido abbastanza volatile, ad esempio alcool, che è in parte allo stato gassoso e quindi forma la bolla.

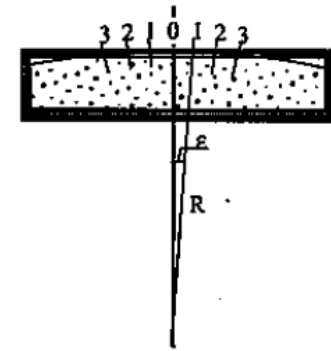


# Livella torica

Quando si vuole disporre orizzontale la tangente centrale di una livella, occorre posizionare la livella stessa in modo che la bolla si disponga con le estremità equidistanti dal punto zero della graduazione.

**sensibilità livella** → angolo, espresso in secondi sessagesimali, che sottende un tratto di graduazione (data in "/mm).

Una livella consente una maggior accuratezza nel disporre gli assi verticali ed orizzontali, quanto più è sensibile.



Strumenti di elevata precisione

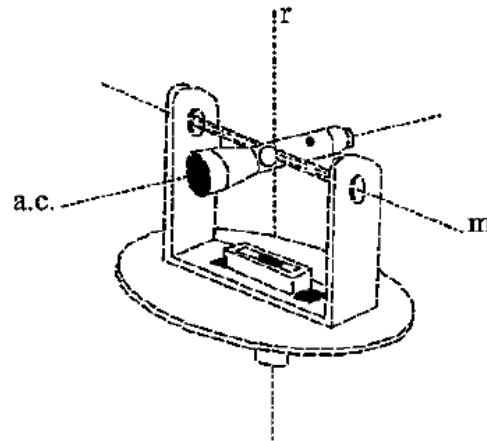


sensibilità livella  $10''/2\text{mm} - 20''/2\text{mm}$

In una livella con sensibilità di  $10''/\text{mm}$  il raggio R vale 40m.

# Livella torica

Ponendo una livella torica sull'alidada, cioè sul supporto del cannocchiale di un teodolite, è possibile rendere verticale l'asse del basamento sul quale l'alidada ruota e quindi anche l'asse di rotazione dell'alidada stessa.



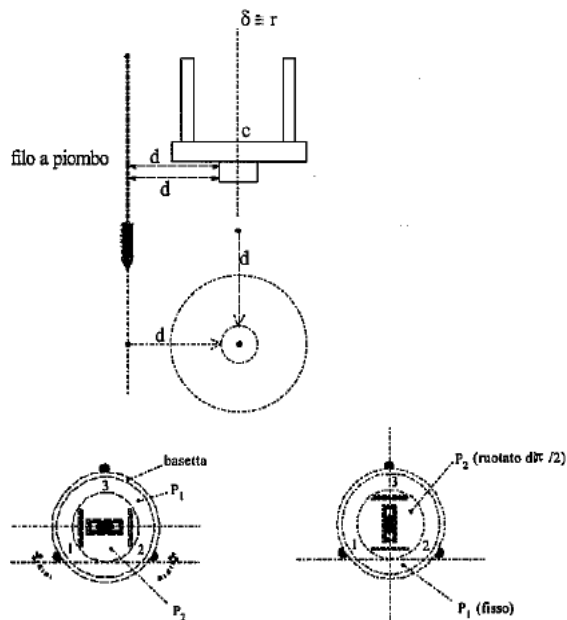
L'asse  $r$  viene fatto coincidere con la verticale passante per il punto di stazione e materializza lo spigolo degli angoli azimutali.

A causa degli inevitabili giochi meccanici degli strumenti e del fatto che, anche usando livelle molto sensibili, non si riesce ad agire sulle viti calanti in modo da sfruttare in pieno la sensibilità della livella, non si riesce mai a rendere perfettamente verticale un asse → **errore residuo di verticalità**

# Livella torica

Per rendere verticale un asse con una livella torica bisogna:

- disporre la livella parallela alla congiungente due viti calanti e centrarla;
- ruotare l'elemento ruotante di  $90^\circ$  disponendo la livella torica in posizione ortogonale alla posizione precedente;
- centrare nuovamente la livella torica.



Se sullo strumento fossero montate due livelle toriche tra loro ortogonali non sarebbe necessario ruotare l'elemento mobile. Basterebbe disporre una delle due livelle parallela a due viti calanti e l'altra risulterebbe automaticamente disposta ortogonalmente in direzione delle terza vite.

Le due bolle, presenti in alcuni strumenti, non si utilizzano più negli strumenti moderni.

# Livella torica

## Livella torica a coincidenza

Per centrare la bolla nella livella torica a graduazione bisogna far assumere alle due estremità della bolla una posizione simmetrica rispetto allo zero centrale. Poichè in generale la bolla non ha lunghezza uguale ad un numero intero e pari di unità di graduazione, il centramento viene effettuato stimando che i due tratti siano uguali.

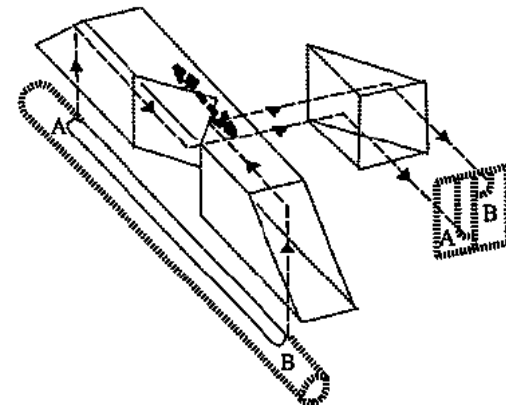
Questa operazione di stima non è necessaria nella livella a coincidenza.

In questo tipo di livella non è presente una graduazione ma sono presenti due prismi che raccolgono ognuno solo metà dell'immagine delle due estremità della bolla.

Nell'oculare le due metà dell'immagine sono riportate affiancate.

Nel momento in cui le due estremità sono in coincidenza significa che l'asse primario dello strumento è verticale.

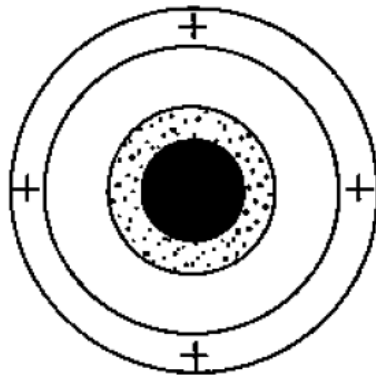
La precisione di questo tipo di livella è superiore di quella a graduazione.



# Livella sferica

La livella sferica è costituita da un piccolo tronco di cilindro di vetro del diametro di circa 2 cm con la faccia inferiore piana e quella superiore a forma di calotta sferica. Sulla calotta è inciso un cerchietto.

La livella sferica, come quella torica, è piena di un liquido volatile con la bolla formata da parte del liquido volatilizzato. La bolla ha dimensioni tali da poter essere inscritta nel cerchietto inciso sulla calotta.



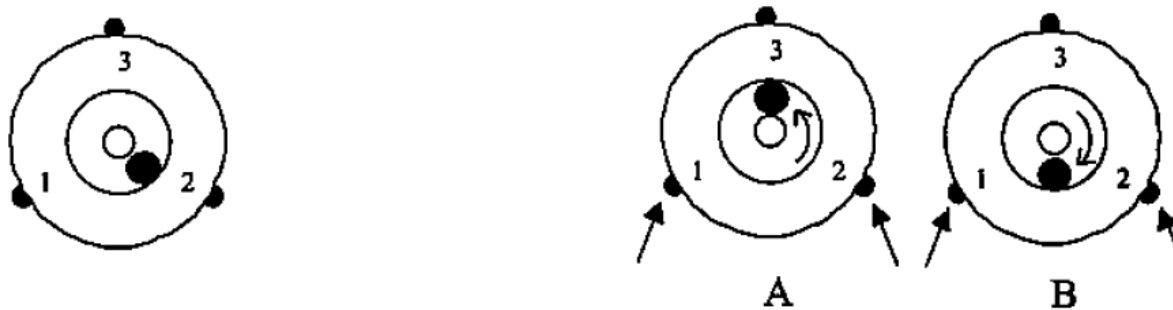
La sensibilità della livella sferica è molto inferiore a quella delle livelle toriche; essa è in genere compresa tra  $4\frac{1}{2}$ mm e  $8\frac{1}{2}$ mm, ed è quindi 40 – 50 volte meno sensibile di una livella torica.

La livella sferica viene impiegata quando si possono tollerare errori residui di verticalità dell'ordine di 10'.

Una livella sferica è centrata quando la bolla risulta inscritta nel cerchietto inciso sulla calotta.

# Livella sferica

Una livella sferica corrisponde alla presenza contemporanea di due livelle toriche poste ortogonalmente una rispetto all'altra.



Per centrare la bolla di una livella sferica si opera quindi come nel caso delle due livelle toriche.

Con la rotazione combinata delle viti 1 e 2 si porta la bolla in una posizione per la quale si trovi allineata con il centro del cerchietto inciso e con la vite 3. Poi, con la rotazione della vite 3, si porta la bolla nel centro della calotta.

La livella sferica, oltre che sugli strumenti, è spesso presente su accessori topografici, come stadie, bipedi, antenne GPS.

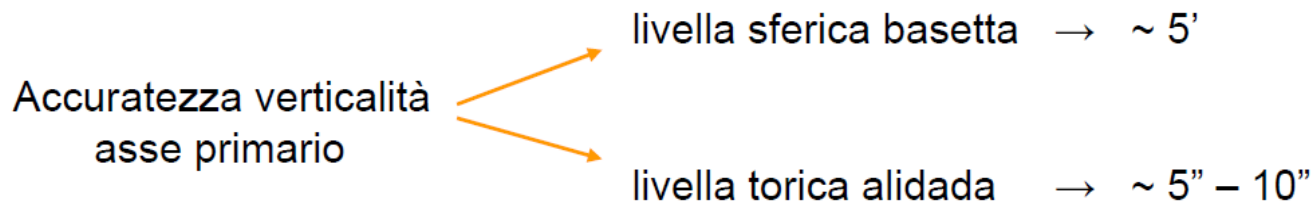
# Funzione della basetta

Completando quanto detto in precedenza, la basetta è costituita da:

- una piastra di base
- una piastra basculante
- tre viti calanti
- una livella sferica
- un piombino ottico

Quando la basetta è usata come supporto per uno strumento topografico, la funzione della livella sferica è quella di dare un assetto alla piastra basculante della basetta tale per cui, quando si mette lo strumento topografico su di essa, l'asse primario di rotazione si trovi in posizione prossima alla verticale.

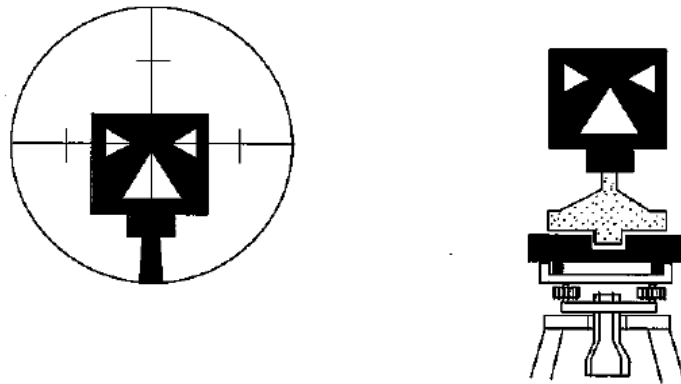
L'operatore poi, con la livella torica posta sull'alidada, migliorerà quindi l'assetto di verticalità dell'asse primario, sino a lasciare solo l'inevitabile errore residuo di verticalità.



# Funzione della basetta

I fori di alloggiamento sulla piastra basculante della basetta possono anche servire per fissare un segnale da collimare.

Un segnale è costituito da una piastra metallica sottile di forma rettangolare o quadrata ben collimabile, avente un asse di simmetria ed un centro ben individuabili.



Sul lato inferiore del segnale è saldato un alloggiamento cilindrico che permette di infilare il segnale su un supporto dotato di tre piedini mediante i quali può essere inserito sulla basetta.

Un segnale può essere sostituito ad uno strumento topografico messo in stazione in un punto con una precisione elevata, cioè con un errore inferiore al decimo di millimetro.

# Centramento livella sferica

entre le premier et le deuxième point de calage).

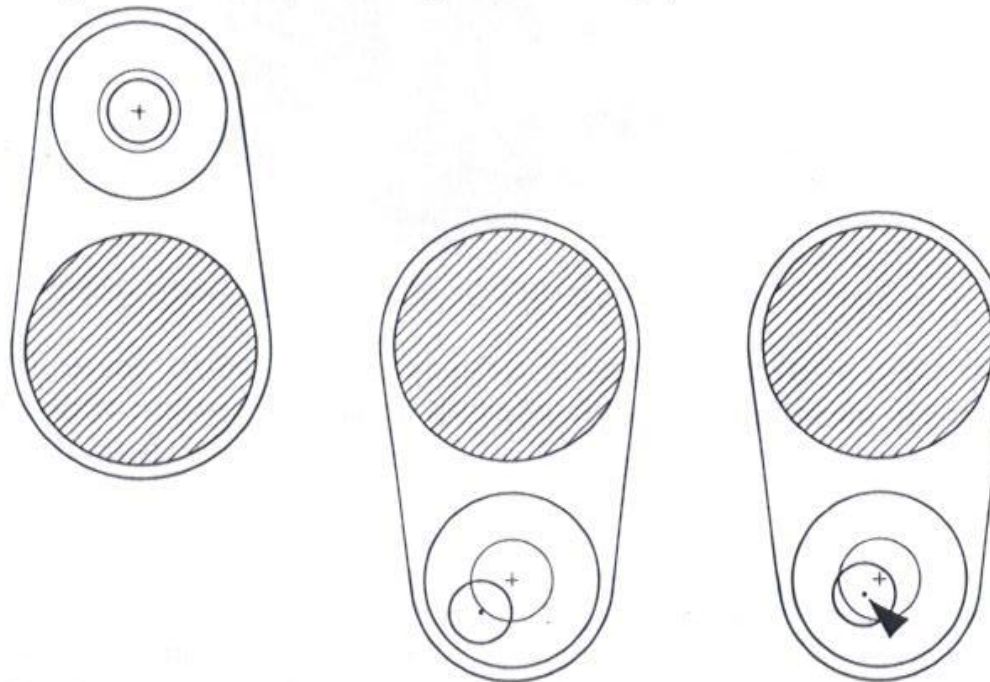


Fig. 3 Centrage par réversion de la nivelle

# Livella torica – messa in stazione del teodolite

schéma suivant:

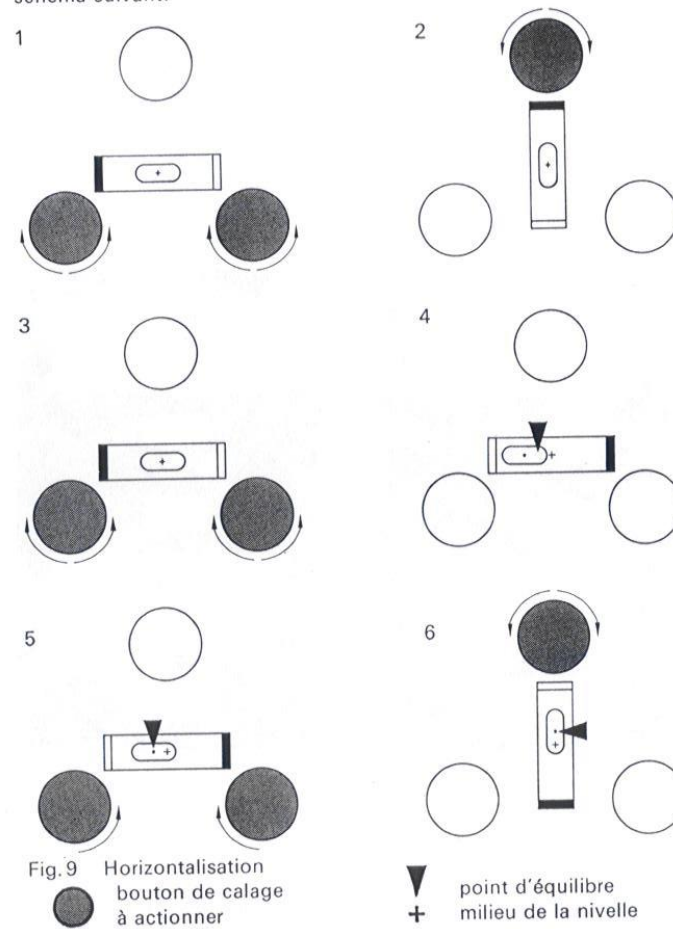


Fig. 9 Horizontalisation bouton de calage à actionner

▼ point d'équilibre milieu de la nivelle  
⊕ milieu de la nivelle

# Treppiede

## a) Dressage du trépied centrante

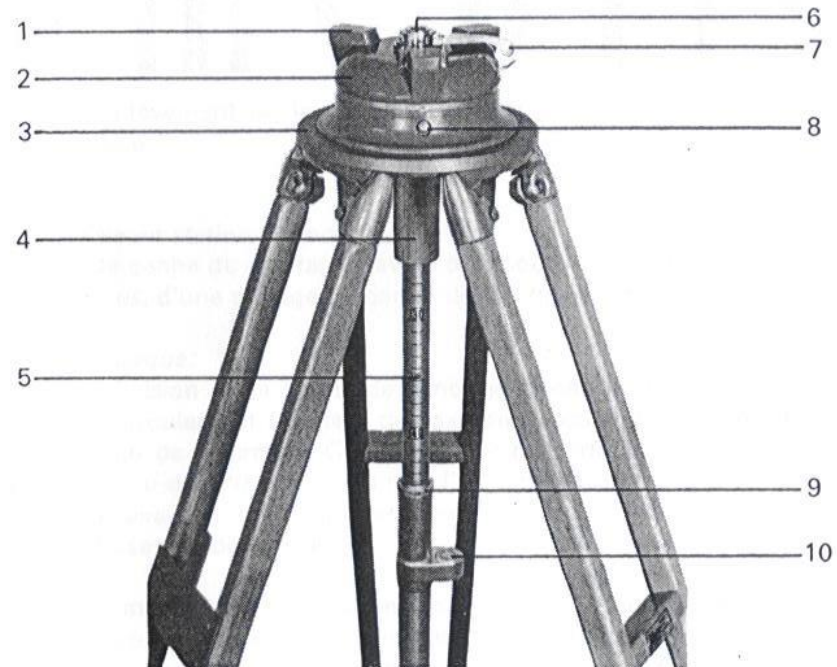


Fig.2 Trépied centrante

- 1 Plaquettes d'assise de l'instrument
- 2 Tête du trépied
- 3 Assiette du trépied
- 4 Manchon de blocage
- 5 Canne de centrage
- 6 Douille de centrage

- 7 Levier de fixation
- 8 Bouton de dégagement
- 9 Anneau de guidage et repère de lecture de hauteur de l'instrument
- 10 Nivelles sphérique

# Treppiede – filo a piombo

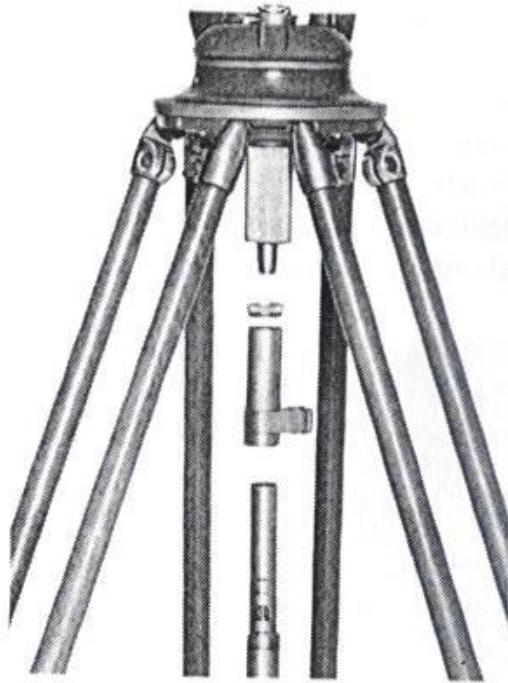


Fig. 4 Enlèvement de la canne de centrage



Fig. 5 Mise en place de la nivelle sphérique et du fil à plomb

# Fissaggio del teodolite sulla testa del treppiede



Fig.8 Pose de l'instrument sur le trépied centrant

# Teodolite Kern DKM2A

## Caratteristiche tecniche

Ingrandimenti cannocchiale . . . . .	30 x
Apertura obiettivo . . . . .	45 mm
Distanza minima di focamento . . . . .	1,7 m
Costante di moltiplicazione . . . . .	100
Costante di addizione . . . . .	0
Campo visivo a 1 km . . . . .	24 m
Diametro del cerchio azimutale . . . . .	75 mm
Diametro del cerchio zenitale . . . . .	70 mm
Lettura dei cerchi diretta . . . . .	2 <sup>cc</sup> /1"
Lettura dei cerchi a stima . . . . .	0,5 <sup>cc</sup> /0,1"
Sensibilità della livella d'alidada . . . . .	20"/2 mm
Compensatore automatico: precisione superiore a . . . . .	± 1 <sup>cc</sup> /0,3"
tempo di stabilizzazione . . . . .	circa 3 sec.
Altezza dell'asse orizzontale . . . . .	171 mm
Peso dello strumento in custodia . . . . .	8,70 kg
Dimensioni della custodia . . . . .	16x20x30 cm
Treppiede centrante con gambe di legno tipo 174 B o 173 H	

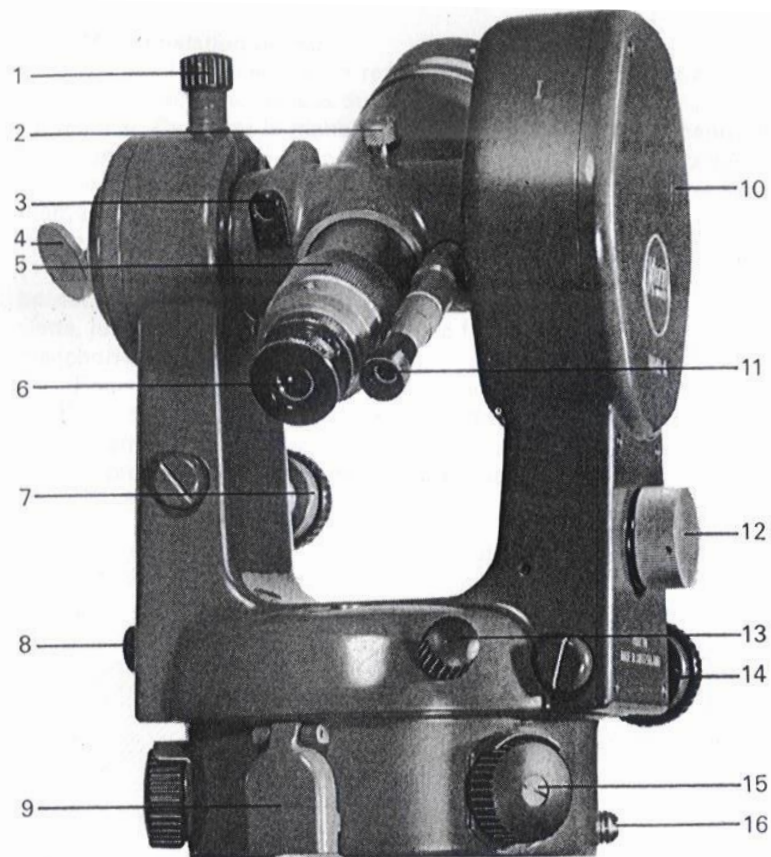


Fig.1 Théodolite à secondes Kern DKM 2-A

- |   |   |
|---|---|
| 1 Vis de blocage du basculement                 | 10 Réglage de l'erreur d'index                |
| 2 Miroir d'éclairage du réticule (incorporé)    | 11 Oculaire de lecture des cercles            |
| 3 Collimateur-chercheur                         | 12 Commande du micromètre                     |
| 4 Miroir d'éclairage                            | 13 Vis de blocage de pivotement               |
| 5 Mise au point                                 | 14 Vis de fin pivotement                      |
| 6 Oculaire de lunette                           | 15 Bouton de calage                           |
| 7 Vis de fin basculement                        | 16 Prise de contact de l'éclairage électrique |
| 8 Plomb optique                                 |   |
| 9 Couvercle protecteur de la commande du cercle |   |

# Reticolo - collimateur

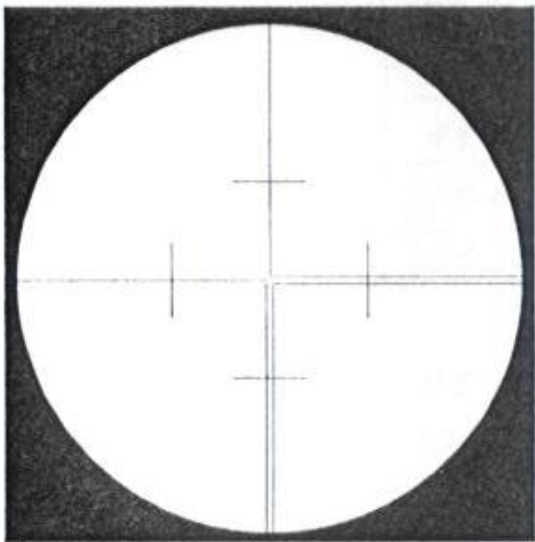


Fig.10 Image du réticule

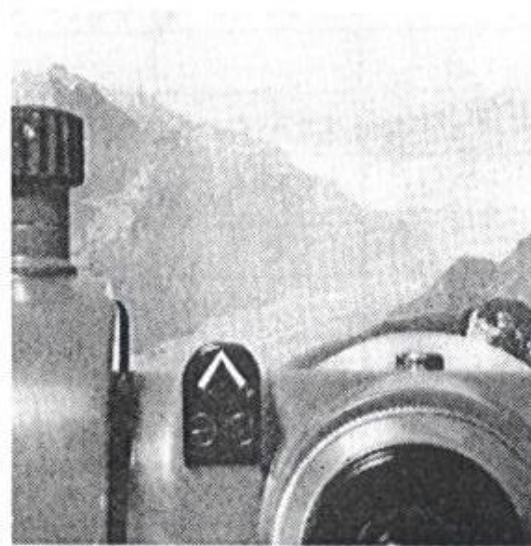


Fig.11 Collimateur-chercheur

# Lettura ai cerchi orizzontale e verticale

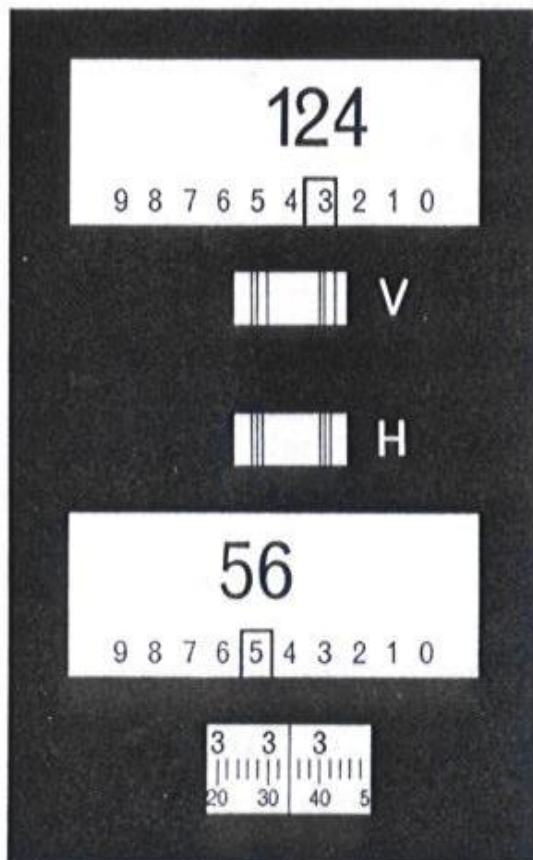


Fig.12 Lecture sur le cercle horizontal  $400^g$ :  $56^g 53^c 34^{cc}$

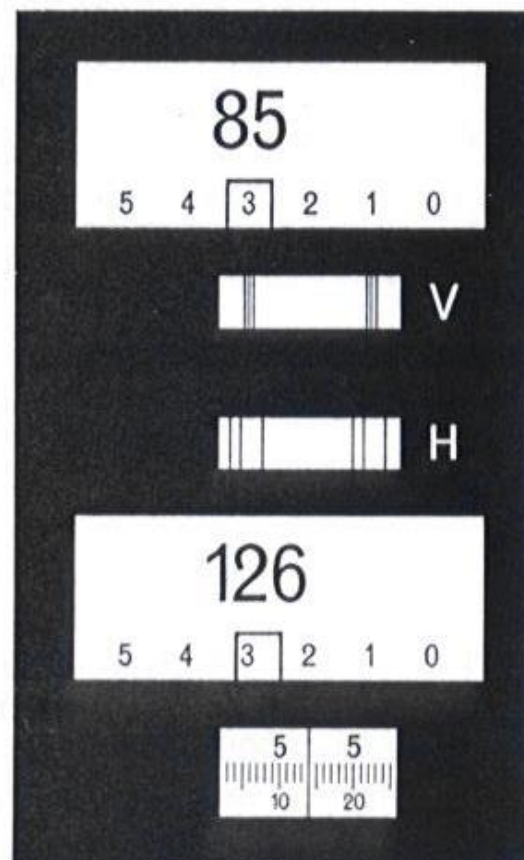
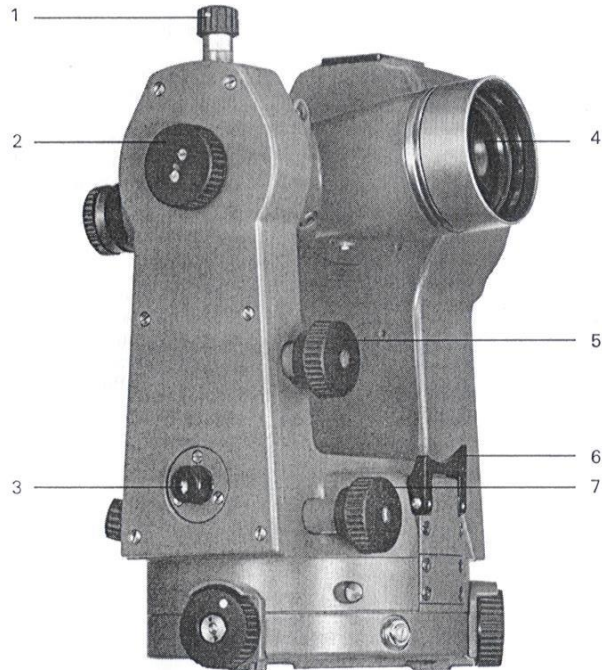


Fig.13 Lecture sur le cercle vertical  $360^\circ$ :  $85^\circ 35' 14''$

# Tacheometro Kern K1-S

Le théodolite est livré dans un coffret métallique. La trousse à outils de la base du coffret contient:

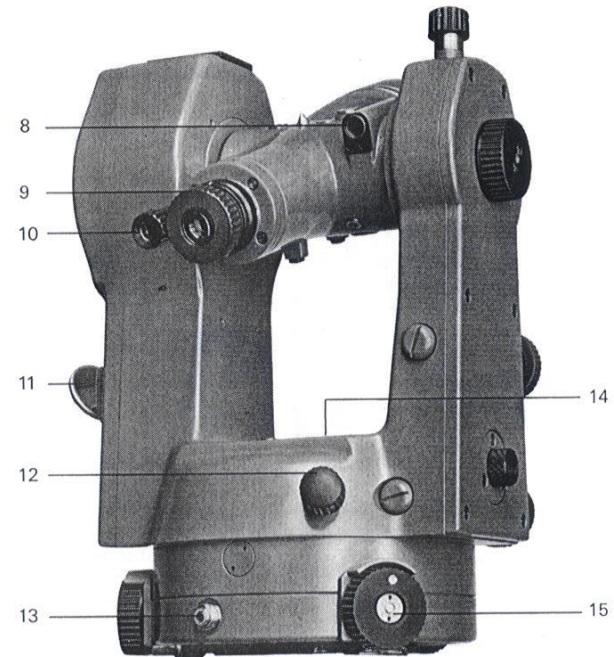
- 1 clef à six pans avec tournevis,
- 1 aiguille de réglage,
- 2 clefs à six pans creux à 1,5 mm.



4

Fig. 1 et 2 Théodolite d'ingénieur Kern K1-S

- |                                 |   |
|---------------------------------|---|
| 1 Vis de blocage du basculement | 10 Oculaire de lecture des cercles  |
| 2 Commande de mise au point     | 11 Miroir d'éclairage   |
| 3 Plomb optique                 | 12 Vis de blocage du pivotement   |
| 4 Objectif de lunette           | 13 Prise d'alimentation en courant pour l'éclairage électrique ou le DM 500 |
| 5 Vis de fin basculement        | 14 Nivelles d'alidade   |
| 6 Pince de blocage              | 15 Bouton de calage   |
| 7 Vis de fin pivotement         |   |
| 8 Collimateur-chercheur         |   |
| 9 Oculaire de lunette           |   |



5

# Lettura ai cerchi

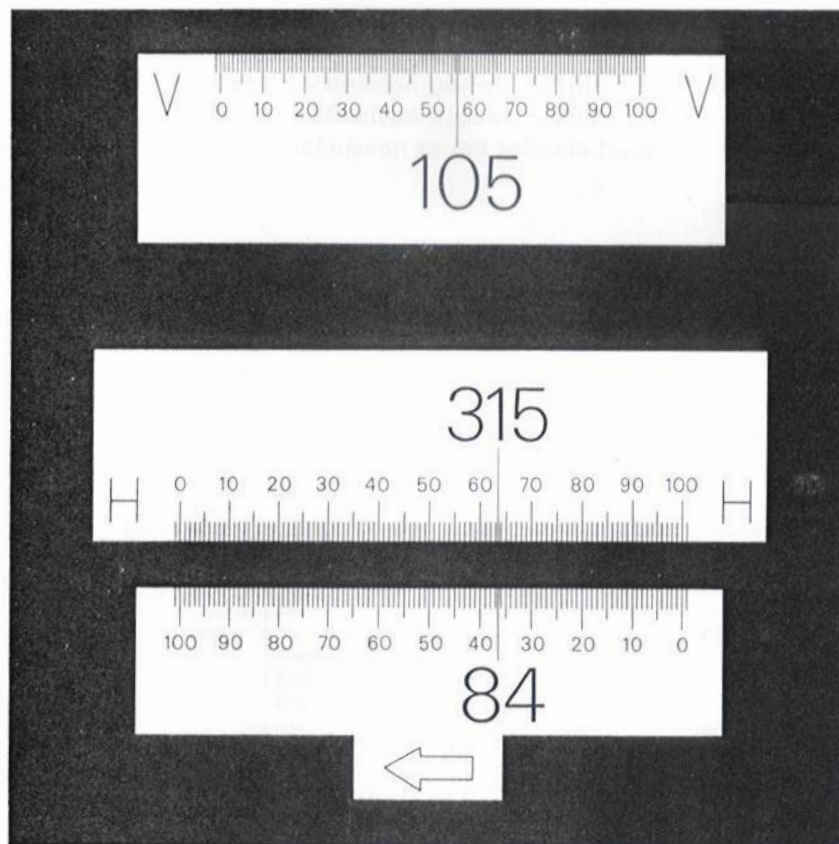


Fig. 13 Lecture des cercles 400<sup>g</sup>  
vertical 105,565<sup>g</sup>; horizontal, chiffraison à droite 315,635<sup>g</sup>, horizontal,  
chiffraison à gauche 84,365<sup>g</sup>

# Lettura ai cerchi

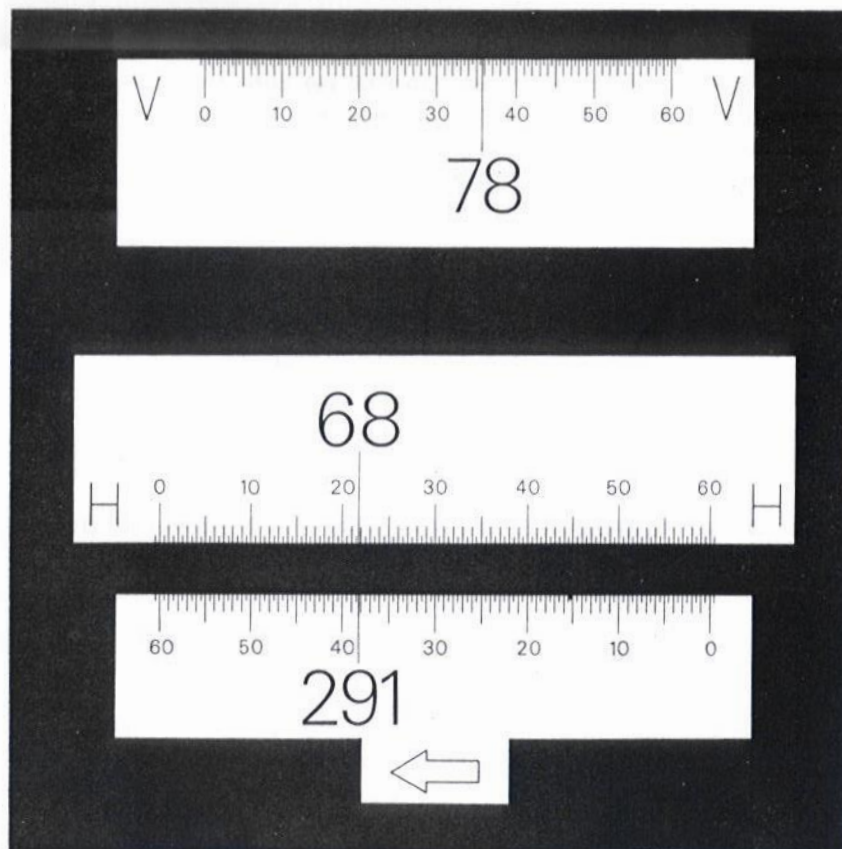


Fig. 14 Lecture des cercles 360°  
vertical 78° 35,7'; horizontal, chiffraison à droite 68° 21,8', horizontal,  
chiffraison à gauche 291° 38,2'

# Distanziometro DM500

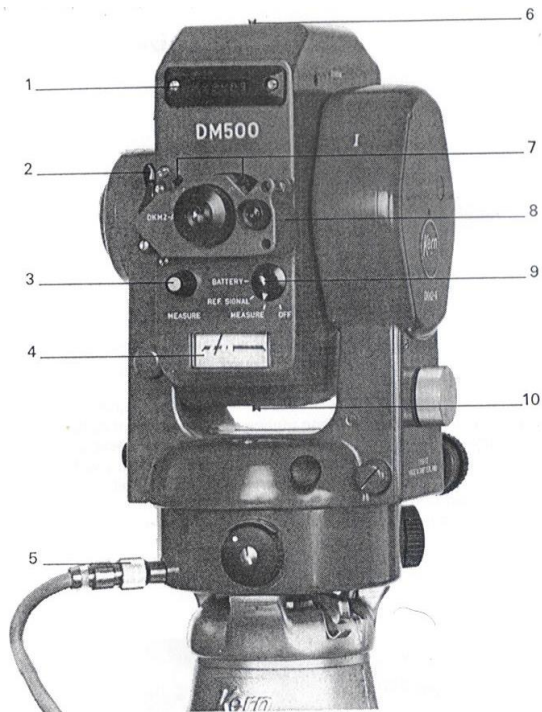


Fig.4 DM 500 distance meter mounted on the DKM 2-A one-second theodolite. Panel view

- |                                  |                      |
|----------------------------------|----------------------|
| 1 Distance display window        | 6 Upper open sight   |
| 2 Securing lever                 | 7 Adjusting screws   |
| 3 Start button                   | 8 Connecting bracket |
| 4 Ampere meter                   | 9 Function switch    |
| 5 Connection of the power supply | 10 Lower open sight  |

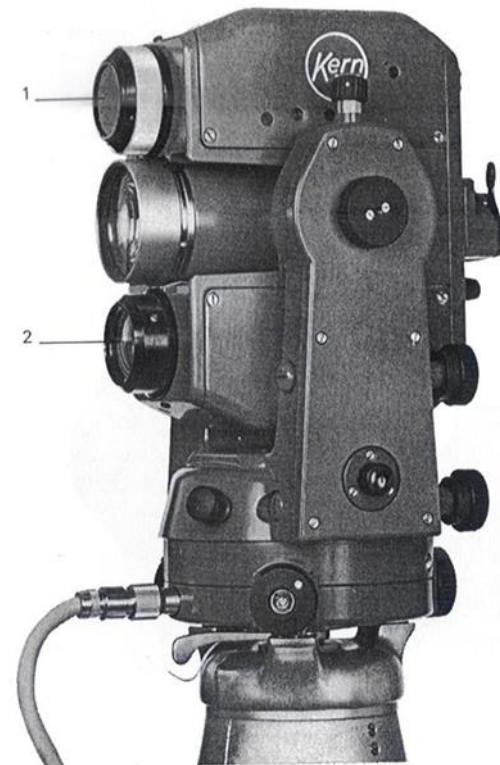


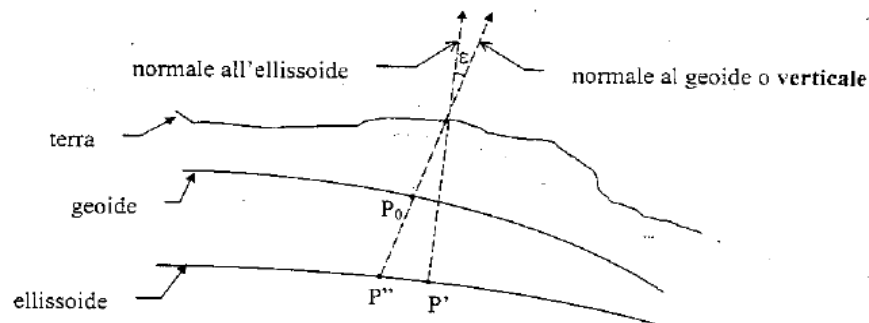
Fig.5 DM 500 distance meter mounted on the K1-S, engineer's theodolite. Side view

- |                                   |                    |
|-----------------------------------|--------------------|
| 1 Receiver lens with knurled ring | 2 Transmitter lens |
|-----------------------------------|--------------------|

# Misura dei dislivelli

- In un punto P della superficie terrestre si possono definire due normali:

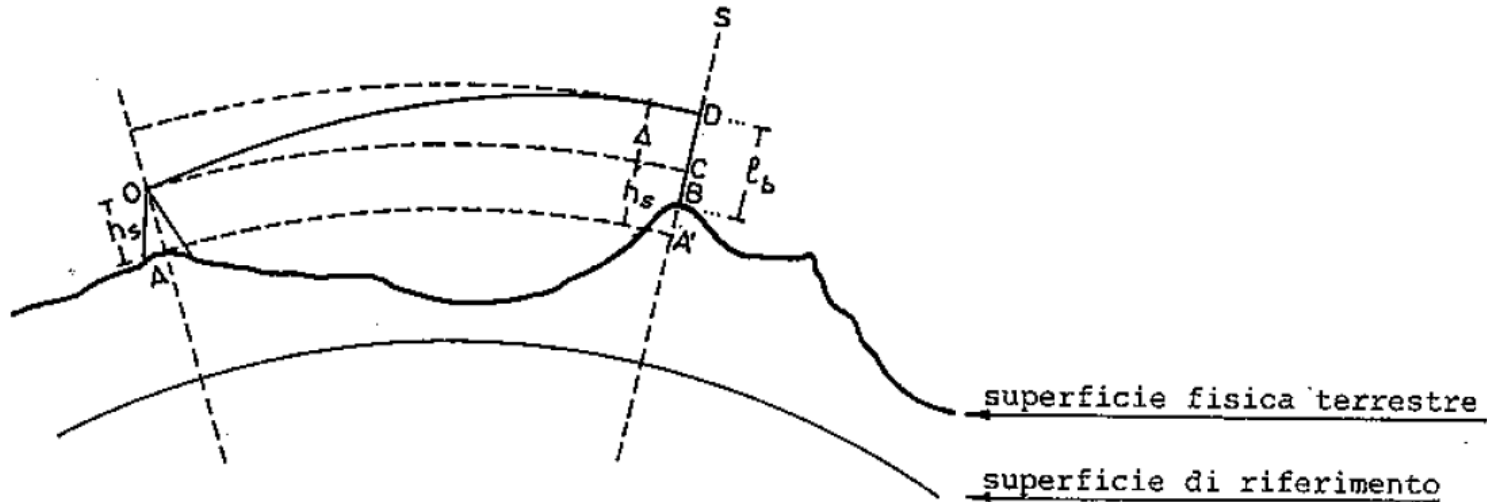
- normale al geoide (*o verticale*)
- normale all'ellissoide



$$h = H + N$$

- |               |   |     |  |
|---------------|---|-----|--|
| $PP'$         | = | $h$ | → altezza ellissoidica del punto P   |
| $PP_0$        | = | $H$ | → altezza ortometrica ( <i>o quota</i> ) del punto P                                       |
| $P_0P''$      | = | $N$ | → ondulazione del geoide (in Italia varia da + 37m in Calabria a +52m in Val d'Aosta)      |
| $\varepsilon$ |   |     | → deviazione dalla verticale (poche decine di secondi sessagesimali, varia da zona a zona) |

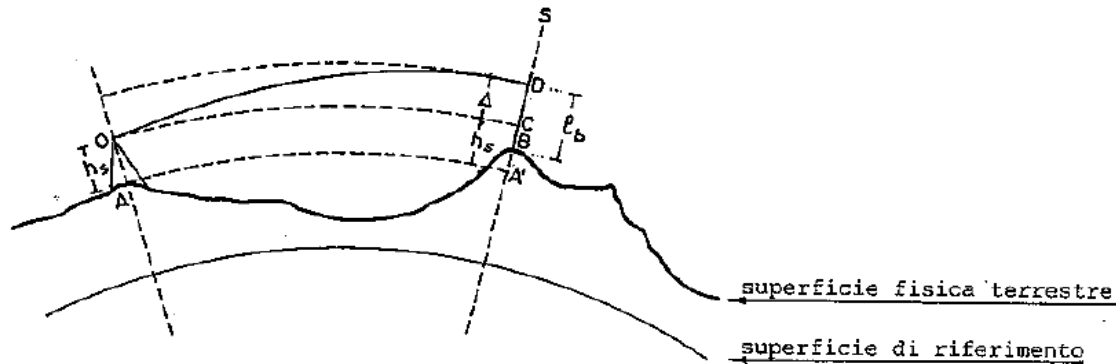
# Misura dei dislivelli



- A e B → punti iniziale e finale del tratto da livellare  
O → centro dello strumento in A  
s → asse verticale del segnale in B  
D → punto in cui un raggio luminoso uscente da O incontra s  
A' e C → punti di intersezione con s delle superfici ortometricamente  
parallele a quella di riferimento passanti per A ed O.

$$A'B = A'C + CD - BD$$

# Misura dei dislivelli



$$A'B = A'C + CD - BD$$

con

- A'B → differenza di quota  $\Delta_{AB}$  tra A e B
- A'C → altezza strumentale in A  $h_s$  (quota del centro dello strumento rispetto ad A)
- CD → dislivello del segnale rispetto al centro O dello strumento:  $\Delta$
- BD → quota del punto D rispetto al caposaldo B:  $l_b$ .

$$\Delta_{AB} = h_s + \Delta - l_b$$

# Misura dei dislivelli

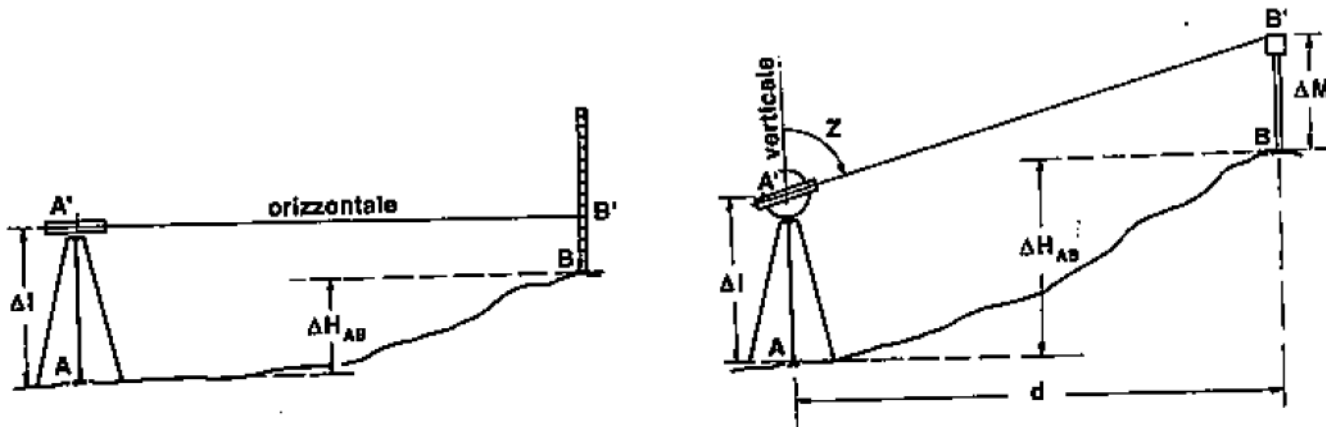
In prima approssimazione, dati gli schemi in figura, si può affermare che:

per determinare i dislivelli si può procedere con delle misure dirette, operando per semplice differenze di letture alla stadia → **livellazione geometrica**

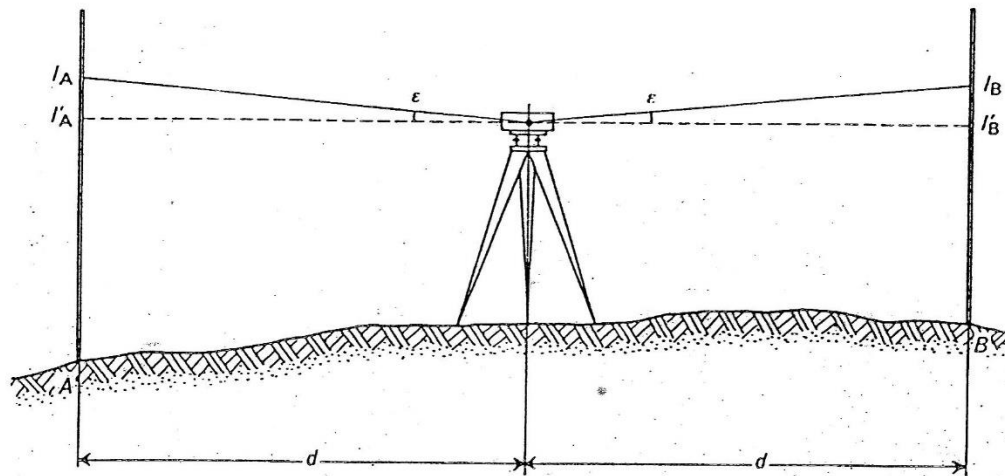
$$\Delta_{AB} = AA' - BB'$$

oppure, è possibile procedere alla determinazione del dislivello tramite misure indirette di angoli e distanze → **livellazione trigonometrica**

$$\Delta_{AB} = d \cdot \cot Z + \Delta I - \Delta M = d \cdot \tan \alpha + \Delta I - \Delta M$$



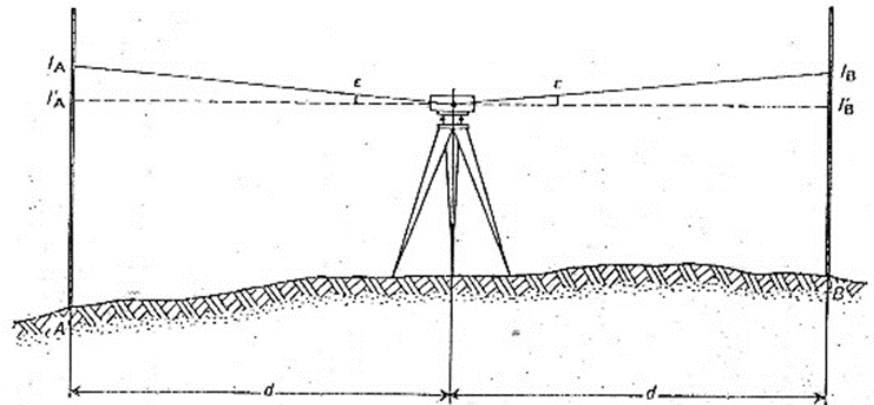
# Livellazione geometrica dal mezzo



Eliminazione dell'influenza dell'errore di rettifica mediante battuta del mezzo.

L'errore residuo di rettifica di un livello è l'angolo  $\epsilon$  che l'asse di collimazione forma con l'orizzontale quando lo strumento è nelle corrette condizioni operative (ovvero a livella centrata)

anche eseguendo con estrema accuratezza la rettifica di un livello un **ERRORE RESIDUO DI RETTIFICA** permane sempre, e tale errore non può essere trascurato nei livelli di precisione, di alta e altissima precisione.



Il metodo più semplice e sicuro per eliminare l'influenza dell'errore di rettificazione consiste nel porre lo strumento ad uguale distanza dalle due stadi;

↳ in tal caso l'errore di lettura che si commette sulle 2 stadi, pari a  $d \tan \epsilon$ , è uguale in valore e segno, per cui la differenza delle letture  $l_A - l_B$  è uguale alla differenza  $l'_A - l'_B$  delle letture teoriche che si avrebbero in assenza dell'errore di rettificazione.

$$\Delta h = H_A - H_B = (l'_A + d \tan \epsilon) - (l'_B + d \tan \epsilon) \\ = l_A - l_B$$

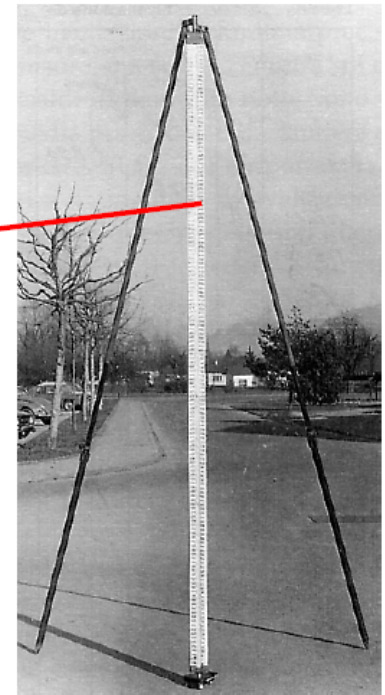
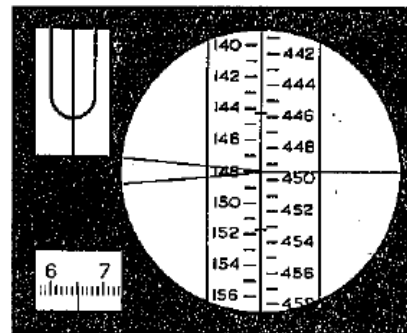
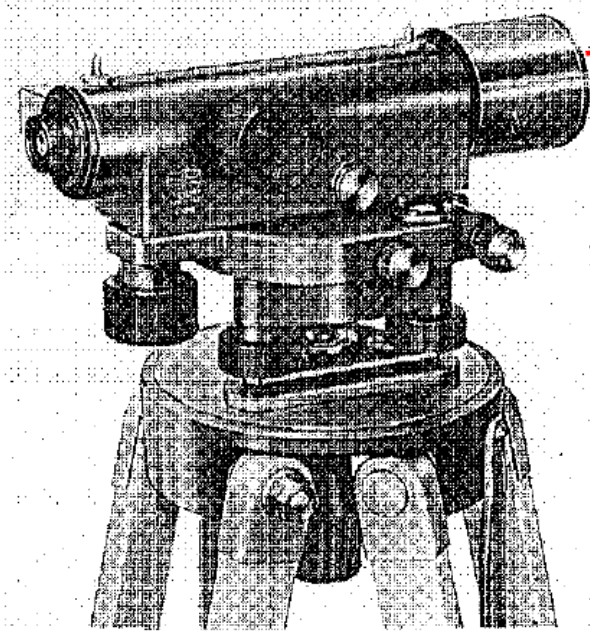
$$D - d \leq 4 \text{ m}$$

se si vuole che l'effetto dell'errore di rettificazione sia  $\leq 0.1 \text{ mm}$

- la livellaz. dal mezzo consente di determinare il dislivello indipendente dalla curvatura del suolo;
- elimina in gran parte il piccolo effetto della rifr. atmosferica.

# Livello

Strumento per la misura diretta dei dislivelli è il **livello**, con il quale viene realizzata una linea di mira orizzontale, in corrispondenza della quale viene effettuata la misura del dislivello su una **stadia** graduata, che costituisce pertanto il campione di misura diretta



# Livella torica a coincidenza

Le livelle toriche vengono usate anche per rendere orizzontale l'asse di collimazione del cannocchiale di un livello (v. Cap. IV), oppure per eliminare l'influenza dell'errore di verticalità nelle misure delle distanze zenitali (v. § 9-2); in questi casi la bolla deve essere centrata, con notevole

precisione, subito prima di effettuare una lettura.

È conveniente allora ricorrere, anziché a livelle a lettura diretta, a livelle dette a *coincidenza*, nelle quali attraverso un opportuno sistema di prismi indicati nella figura 44, appaiono affiancate le due estremità della bolla. Per definizione la livella, che non ha graduazione, è centrata quando le due immagini della bolla si raccordano; la tangente centrale si definisce quindi come quella tangente che risulta orizzontale quando la bolla appare centrata.

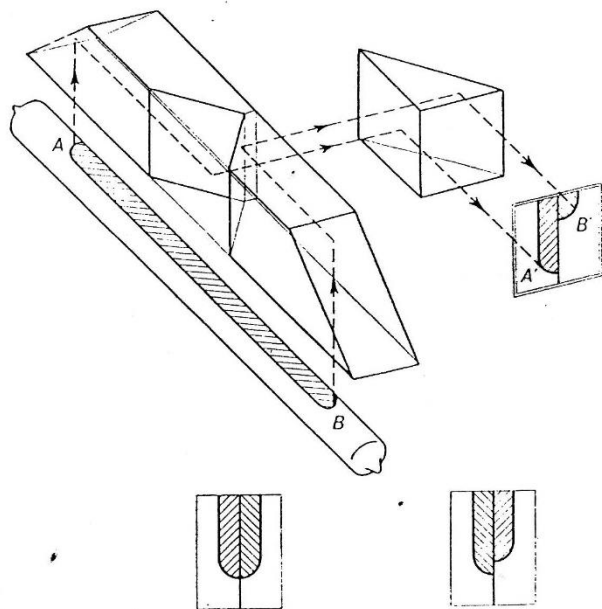


Fig. 44. Schema della livella a coincidenza.

Il sistema a coincidenza consente una precisione di centramento almeno doppia di quella ottenibile con livelle a graduazione, a parità di sensibilità; la precisione può essere ulteriormente aumentata, ingrandendo l'immagine della bolla con un microscopio semplice.

nerale non è protetto, altro che dal fatto che viene disposto ad altezza superiore a quella di un uomo; il caposaldo verticale richiede pertanto una stadia appesa, con lo zero della graduazione in corrispondenza del piano di riferimento e graduazione crescente verso il basso; le letture vanno pertanto considerate negative.

In figura 3 sono riportati un tipo di caposaldo orizzontale ed uno verticale usati dall'Istituto Geografico Militare.

Per le livellazioni geometriche meno precise si possono usare come caposaldi gradini, spallette di ponti od altro elemento di una costruzione che permette di individuare con precisione la posizione altimetrica di un punto; un'accurata monografia deve descrivere un tal caso il punto in cui va posta la stadia.

In alcune livellazioni per collaudi di strutture, o in livellazioni per la costruzione di opere dell'ingegneria idraulica, avviene che i caposaldi siano abbastanza vicini perché un'unica battuta ne permetta il collegamento altimetrico; più comune è il caso in cui i caposaldi siano posti a distanza superiore a quella di una battuta, e pertanto occorre ricorrere a più battute fra punti appartenenti alla superficie fisica del terreno; in tal caso è conveniente usare la *piastra d'appoggio* della stadia (fig. 4) che consente la materializzazione rapida, precisa e sufficientemente stabile nell'intervallo di tempo in cui dura la battuta, dei due punti collegati; ad es. nell'eseguire il collegamento fra due caposaldi *CS1* e *CS2* (fig. 5), mediante quattro battute, si eseguono le battute *CS1-A*, *A-B*, *B-C*, *C-CS2*, dove *A*, *B* e *C* rappresentano i punti del terreno dove si pone la piastra: eseguita la battuta *CS1-A*, la stadia che era su *CS1* passa su *B* e la stadia su *A* ruota affinché la graduazione sia rivolta verso il nuovo punto di stazione del livello, indi si ruota la stadia su *B* e si trasporta la stadia

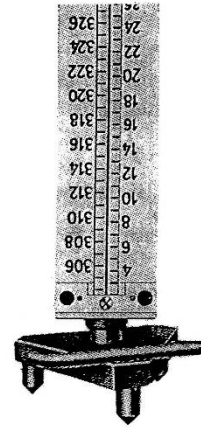


Fig. 4. Piastra d'appoggio della stadia.

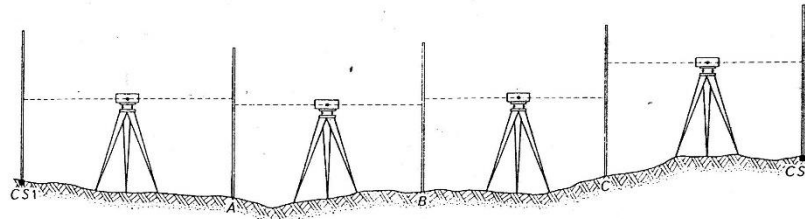


Fig. 5. Schema operativo di livellazione geometrica per la misura del dislivello fra due caposaldi lontani.

(e la piastra) su  $C$  e così via; la piastra evita che la rotazione della stadia produca un affondamento del punto d'appoggio, cosa inevitabile se la stadia viene appoggiata sul terreno molle. Nelle livellazioni di minor precisione in luogo delle piastre si può usare una grossa pietra o un mattone. Il dislivello fra  $CS1$  e  $CS2$  è ovviamente uguale alla somma dei dislivelli parziali  $CS1-A$ ,  $A-B$ ,  $B-C$ ,  $C-CS2$ ; stabilito un verso di percorrenza della linea si indichi con  $i$  la lettura indietro, ovvero fatta sulla stadia che precede il livello, e con  $a$  la lettura avanti sull'altra stadia; il dislivello generico ottenuto nella battuta  $k$ -ma si può denotare con

$$i_k - a_k$$

e quindi il dislivello  $\Delta$  fra due caposaldi collegati con  $n$  battute è dato da

$$\Delta = \sum_1^n (i_k - a_k) = \sum_1^n i_k - \sum_1^n a_k$$

si può cioè ottenere come differenza fra la somma di tutte le letture indietro e la somma di tutte le letture avanti.

## 2. Costituzione di un livello.

### 2-1. Livello con vite d'elevazione.

Schematicamente il livello è costituito (v. fig. 6) da una traversa  $T$  girevole intorno ad un asse  $a$  e imperniata quindi su una base  $B$  con viti calanti che permettono di rendere verticale l'asse  $a$ ; il cannocchiale, che materializza l'asse di collimazione, è collegato alla traversa con un sistema costituito da una vite di elevazione  $E$  e da un perno  $O$ , in modo che il cannocchiale può subire delle piccole rotazioni, comandate da  $E$ , intorno

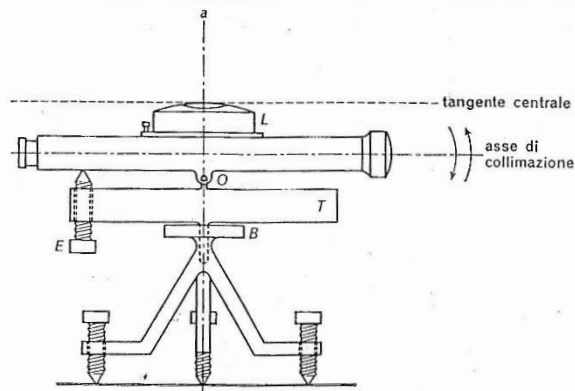


Fig. 6. Schema del livello con vite di elevazione.

# Esempi di lettura con il micrometro

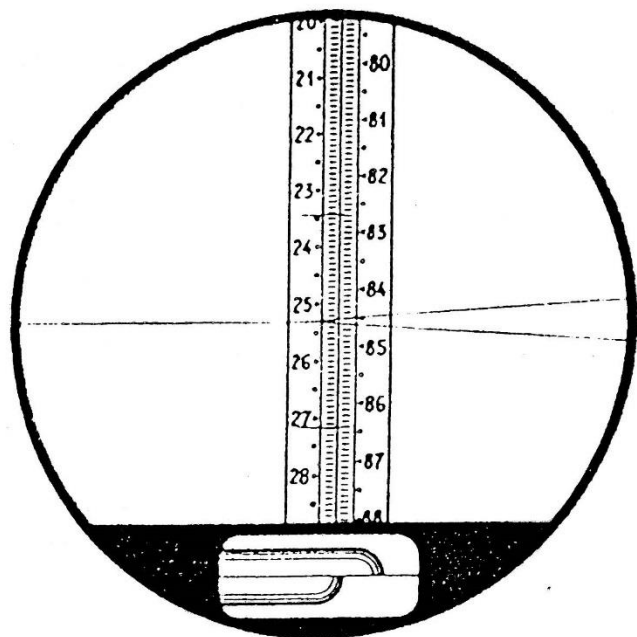
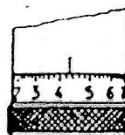


Fig. 13  
Exemple de lecture avec  
le micromètre optique

Lecture	
sur la mire	253,
Lecture	
sur le tambour	430
	<hr/>
	253,430



(Unité =  $\frac{1}{2}$  cm)

e) Travail avec le micromètre optique no 477  
et la mire d'invar no 20 avec socle

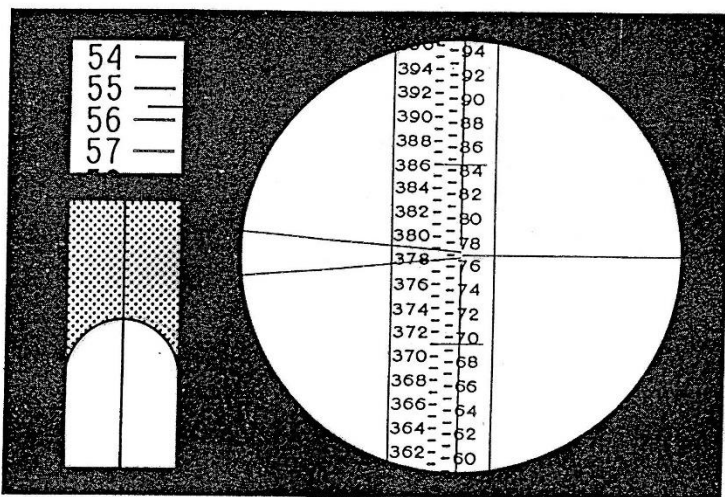


Fig. 7 Lecture de la mire et du micromètre. A droite: champ du N3 avec lecture de la mire aux fils divergents du réticule: 77 cm. Lecture du micromètre: 0,556 cm, Lecture totale: 77,556 cm

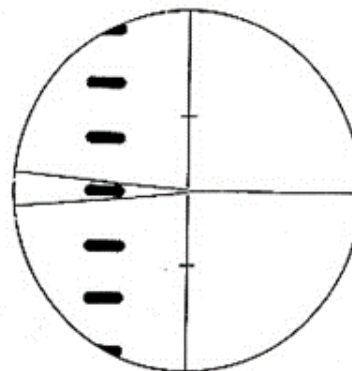


Fig. 6 Position de symétrie du trait de la mire entre les fils divergents du réticule

# Livello Kern GK23

Fig. 1 GK 23-C

- |                          |  |
|--------------------------|--|
| 1 Oculaire de la lunette | 4 Objectif                                       |
| 2 Vis de basculement     | 5 Commande de la mise au point, grossière – fine |
| 3 Tête du trépied        |  |

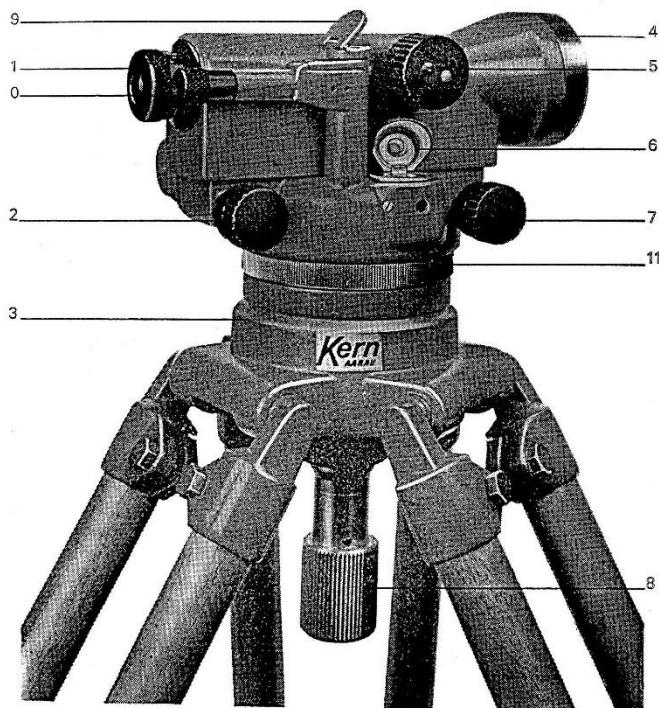
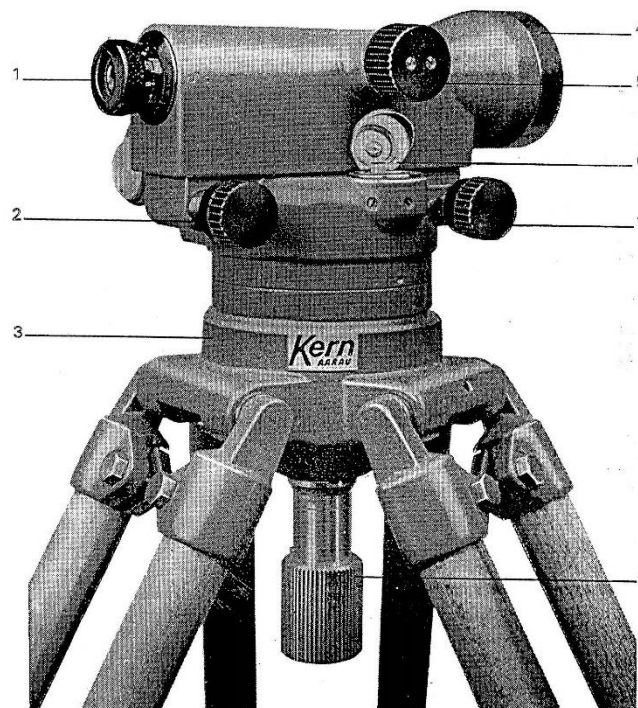


Fig. 2 GK 23

- |   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| 6 Nivelles sphérique                      | 10 Oculaire de lecture du cercle      |
| 7 Vis de fin pivotement                   | 11 Anneau moleté du cercle horizontal |
| 8 Vis d'ancrage                           |                                       |
| 9 Miroir d'éclairage du cercle horizontal |                                       |



# Livello GK23 con micrometro ottico

- 1 Echelle des marques circulaires auxiliaires
- 2 Echelle des marques circulaires
- 3 Marque des 5 mm
- 4 Echelle centimétrique
- 5 Echelle transversale auxiliaire
- 6 Echelle transversale

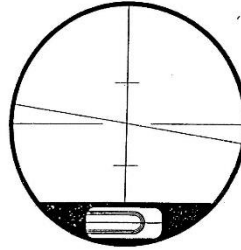


Fig. 4  
Réticule à trait oblique,  
avec nivellement calée entre  
ses repères

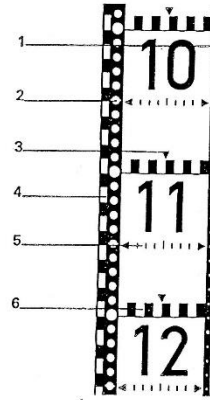
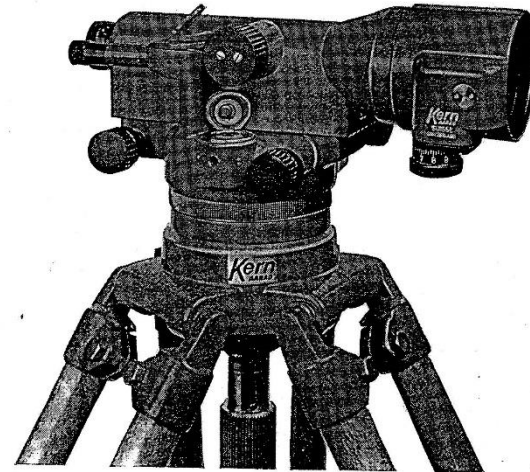


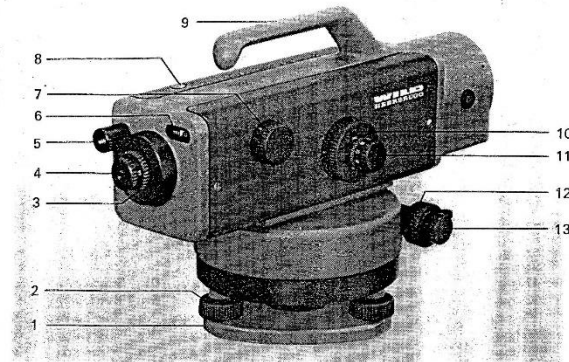
Fig. 5  
Mire à marques circulaires  
d'adjustage no 9

Fig. 6 GK 23-C avec micromètre optique no 477.



# Livello di altissima precisione Wild N3

- 1 Plaque de base
- 2 Vis calante
- 3 Anneau verrou de l'oculaire
- 4 Oculaire de lunette avec graduation en dioptries
- 5 Oculaire, nivelle à coïncidence et micromètre
- 6 Echelle des tours de la vis 11
- 7 Bouton de mise au point à mouvement rapide et fin
- 8 Eclairage de l'échelle micromètre
- 9 Poignée
- 10 Bouton micromètre
- 11 Vis de basculement avec graduation
- 12 Vis de pivotement
- 13 Pince de pivotement
- 14 Verre de fermeture
- 15 Viseur optique
- 16 Fenêtre d'éclairage de la nivelle
- 17 Nivelle circulaire
- 18 Vis de réglage pour 17



us nous réservons toute possibilité de modifications  
ce fait les illustrations, descriptions et spécifications  
vente.

e  
et de mécanique de précision

ig / Téléx: 77191

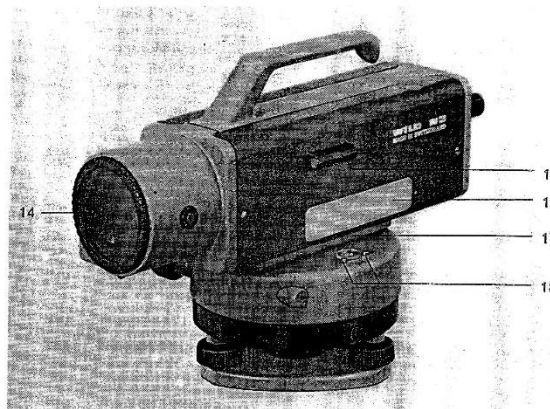


Fig. 1 Niveau de précision Wild N3

oppure 0,05 mm (per stadie mezzo-centimetriche); il principio del micrometro dei livelli è pertanto identico a quello dei micrometri per la lettura dei cerchi dei teodoliti.

Per le livellazioni di precisione modesta si usano generalmente comuni stadie in legno, preferibilmente lunghe 3 m, provviste di livella sferica e terminanti all'estremità di appoggio con una piastra d'acciaio.

Per le livellazioni di precisione e di alta precisione si devono invece impiegare speciali stadie consistenti in un'armatura in legno o metallica, a cui è opportunamente fissato (v. fig. 10) un nastro di invar su cui sono tracciate una o due graduazioni con tratti di spessore non superiore a 1 mm. I tratti sono tracciati con grande cura in modo che gli errori di graduazione siano inferiori a pochi centesimi di millimetro; spesso le stadie hanno due graduazioni sfalsate di una determinata quantità (v. ad es. fig. 11): effettuando due letture e verificando che la differenza è uguale (nei limiti delle fluttuazioni accidentali di lettura) alla costante caratteristica della stadia si evitano errori grossolani di lettura.

Quando si usa questo tipo di stadia e il micrometro il reticolo ha la forma particolare a cuneo illustrata in figura 11, in modo da poter fare puntamenti precisi indipendentemente dalla distanza di collimazione.

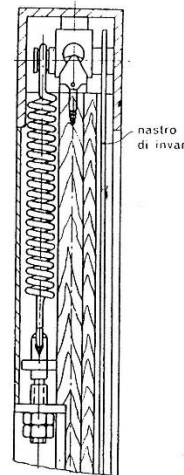


Fig. 10. Particolare del montaggio del nastro di invar in una stadia di precisione.

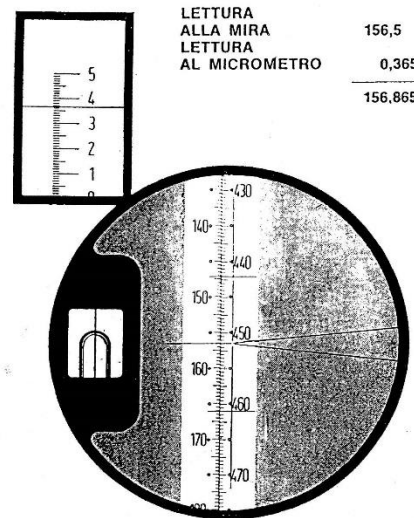


Fig. 11. Campo dell'oculare di un livello di precisione.

## PRECISIONE DI UNA BATTUTA DI LIVELLAZIONE

La precisione del dislivello misurato dipende essenzialmente dalla precisione con la quale vengono misurate le lunghezze fra il pto di appoggio della stadia sul caposaldo ed il pto in cui l'asse di collimazione incontra la stadia

se  $\sigma_L$  è lo s.q.m. di misura di una di tali lunghezze  
lo s.q.m. del DISLIVELLO misurato è :

$$\sigma_A = \sqrt{2} \sigma_L$$

dato che il dislivello risulta dalla differenza di due lunghezze.

Se il dislivello è ottenuto con  $n$  battute pressochè uguali, si può ritenere  $\sigma_L \approx$  costante

$$\hookrightarrow \sigma_A = \sqrt{2n} \sigma_L$$

# Precisione di una battuta di livellazione

Lo sqm  $\sigma_L$  si può considerare risultante essenzialm. da:

- lo sqm di lettura  $\sigma_e$  che caratterizza la precisione con cui la stadia viene letta

- lo sqm di centramento  $\sigma_c$  sqm di lettura che deriva dallo sqm di centramento della livella o di funzionam. del compensatore (autolivello)

L'errore di verticalità della stadia dà un effetto SISTEMATICO, mentre gli errori di graduazione della stadia possono avere una parte sistematica ed una accidentale.

\*  $\sigma_e$  dipende dalla distanza strum. - stadia, dall'ingrandim. del cannocchiale e dal potere separatore dell'obiettivo;

lettura a stima e $d \approx 50-60$ m	$\sigma_e = \pm 1$ mm	stadie centim.
	10.5 mm	stadie micrometri
utilizzo del micrometro	$\sigma_e = \pm 0.05$ mm	
	$d \approx 10-20$ m	
	40 x 50 mm $\phi$ ob.	
	$\sigma_e = \pm 0.1$ mm	
	$d \approx 50$ m	

\*  $\sigma'_y = \pm 0.006 \sqrt{\eta''}$        $\eta''$  valore angolare della parte in  
 sqm di centram. di una bolla a coincidenza  
 sqm di lettura:

$$\sigma_y = \pm 0.06 \sqrt{\eta''} \text{ arc } 1'' D \quad D = \text{distanza strumento-stato}$$

$$\pm 0.03 \text{ mm} < \sigma_y < \pm 0.10 \text{ mm}$$

↳  $\sigma_y$  è in generale inferiore a  $\sigma_e$  e si può ritenere  
 TRASCURABILE per i livelli di bassa e media precisione;  
 ciò non vale per i livelli di altissima e alta precisione  
 dotati di micrometro, in cui il centram. della livella va  
 curato in maniera particolare.

Quanto esposto vale anche per gli AUTOLIVELLI in cui il funziona-  
 del compensatore, dal punto di vista della precisione, si può  
 assimilare a quello di una livella centrata a coincidenza

# Precisioni

Globalmente e mediamente lo sq.m. globale di lettura su una stadia posta a 50 m dallo strumento vale:

- livelli di bassa precisione  $\sigma_L = \pm 1 \sim 2 \text{ mm}$
- livelli di media precisione  $\sigma_L = \pm 0.7 \sim 1,0 \text{ mm}$
- livelli di alta precisione (micr.)  $\sigma_L = \pm 0.2 \div 0.3 \text{ mm}$
- livelli di altissima " (" )  $\sigma_L = \pm 0.1 \text{ mm}$

Nel livello AUTOLIVELLANTE l'orizzontalità dell'asse di collimazione viene realizzata automaticam. non appena l'asse di rotat. della traversa sia stato posto sufficientem. prossimo alla verticale mediante l'uso delle 3 viti calanti e l'osservat. della livella sferica

↳ ciò è reso possibile da un dispositivo chiamato COMPENSATORE che svincola l'asse di coll. dall'inclinaz. del tubo del cann. in gen. il compensatore è costituito da un sistema a pendolo

# Caposaldi di livellazione

*caposaldi* e vengono materializzati con cura vincolando a una solida e stabile struttura, o fondazione, un elemento di ottone o di bronzo su cui è definito con esattezza il piano orizzontale di riferimento della quota.

Si distinguono in *caposaldi orizzontali* e *caposaldi verticali*, ma la distinzione riguarda solo la locazione del caposaldo che individua sempre

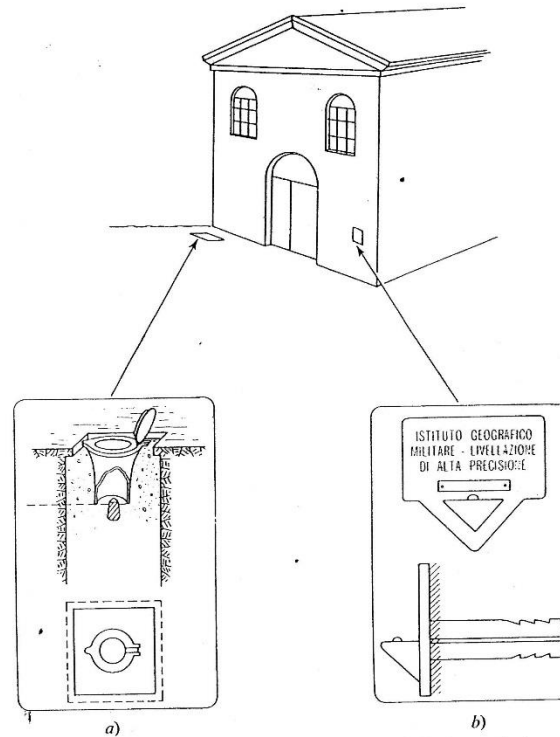


Fig. 3. Caposaldi di livellazione: a) orizzontale; b) verticale.

la posizione altimetrica di un punto; il caposaldo orizzontale è materializzato in corrispondenza di una superficie pressoché piana e orizzontale, quale ad es. un marciapiede, e viene protetto con un tombino per modo che la stadia può essere facilmente posta sul caposaldo ed essere sorretta dal portastadia secondo la norma; il caposaldo verticale è in generale disposto sulla parete verticale di un edificio o altro manufatto e in ge-

# Caposaldi di livellazione orizzontali e verticali

TAVOLA I. CONTRASSEGNI ORIZZONTALI (CSOI)

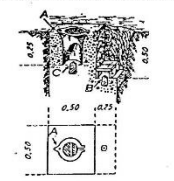


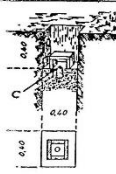

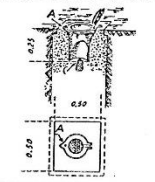

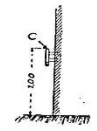

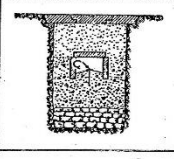














Materializzazione	Riferimenti	Simbolo	Materializzazione	Riferimenti	Simbolo
	C A B	 (se usato per capos. di 1° Cat)  (se usato per capos. di 11° Cat)		C	
	C A			C	
In terreno normale 	C		Circolo inciso	—	
In roccia 			Disco metallico impombato	—	
			Contrassegni di vario tipo	—	

TAVOLA II. CONTRASSEGNI VERTICALI (CSVI)

Materializzazione	Simbolo
	
	
	
Piastrella di ghisa murata	
Linea orizzontale incisa o targhetta murata	

ISTITUTO GEOGRAFICO MILITARE

mod. S 14/02

Comando Regione Militare Nord Est - Padova  
 Staz. C.C. Tarcento  
 Comune Artegna (Prov. Udine )  
 Proprietario A.N.A.S. Comp.to Venezia sez. Udine

Quote ( 1993 )

● = 182,8602(C) 183,0872(A)

□ = 185,4278

Coordinate Gauss-Boaga

N	E

Coordinate geografiche

φ	λ
46° 14' 02"	0° 41' 42"

ANNOTAZIONI

● SGQ951 RIQ977  
 Q951 = 182,7682 (C)  
 Q977 = 182,7942 (C)  
 = 183,0200 (A)

□ SGQ951 RIQ977  
 Q951 = 185,3398  
 Q977 = 185,3627

MONOGRAFIA - RICOGNIZIONE DEL

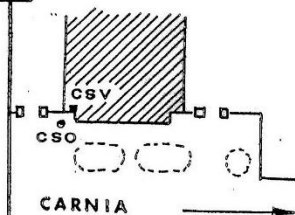
64831

ARTEGNA SOTTOCASTELLO  
 CASA CANTONIERA A.N.A.S.

Lv-III-025-36/62

● alla base della facciata,  
 spigolo di sinistra.

□ sulla facciata, incorrispon-  
 denza del cs.o.



Nome

Cl. Cat. F°

N°

Sq.

SOTTOCASTELLO CASA CANTONIERA

Lv III 025

● 36/62

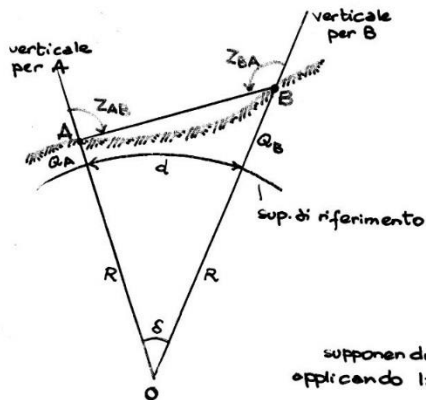
A.N.A.S.

# Livellazione trigonometrica

## MISURA INDIRETTA DEI DISLIVELLI

### \* LIVELLAZIONE TRIGONOMETRICA

a) misura delle dist. zenitali reciproche



$$d \leq 10 \text{ Km}$$

$$R = \sqrt{pN}$$

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}}$$

$$p = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}$$

se  $d > 10 \text{ Km}$

$R_d$

$$\frac{1}{R_d} = \frac{\cos^2 \alpha}{p} + \frac{\sin^2 \alpha}{N}$$

$R_d$ : raggio di curvatura della sez. normale AB (calcolato in A)

supponendo che le traiettorie luminose siano rettilinee applicando la formula di Nepero al triangolo OAB:

$$\frac{Q_B + R - (Q_A + R)}{Q_B + R + (Q_A + R)} = \operatorname{tg} \frac{1}{2} [\pi - Z_{AB} - (\pi - Z_{BA})] \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\delta}{2} \right)}$$

$$= \operatorname{tg} \frac{1}{2} (Z_{BA} - Z_{AB}) \cdot \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}$$

sviluppo in serie

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \frac{\delta}{2} \left( 1 + \frac{\delta^2}{12} + \dots \right)$$

$$= \frac{d}{2R} \left( 1 + \frac{d^2}{12R^2} + \dots \right)$$

si può porre:

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \frac{d}{2R}$$

quindi:

$$Q_B - Q_A = (Q_B + Q_A + 2R) \frac{d}{2R} \operatorname{tg} \frac{1}{2} (Z_{BA} - Z_{AB})$$

$$\hookrightarrow Q_B - Q_A = d \left( 1 + \frac{Q_m}{R} \right) \operatorname{tg} \frac{1}{2} (Z_{BA} - Z_{AB})$$

si può porre in 1<sup>a</sup> appr.:  $Q_m = Q_A$ , calcolare  $\Delta Q$

e quindi un valore di  $Q_B$   
 abb. prossimo a quello comuto  
 da utilizzare per calcolare  $Q_m$

$$Q_m = \frac{Q_A + Q_B}{2}$$

b) con misura di una sola dist. zenitale

### CASO PIÙ FREQUENTE

se si misura  $Z_{AB}$ , essendo  $Z_{AB} + Z_{BA} = \pi + d'$ :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{1}{2} (Z_{BA} - Z_{AB}) &= \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\pi + d' - 2Z_{AB}) \\ &= \operatorname{tg} \left[ \frac{\pi}{2} - \left( Z_{AB} - \frac{d}{2} \right) \right] \\ &= \operatorname{cotg} \left( Z_{AB} - \frac{d}{2} \right) \\ &= \operatorname{cotg} \left( Z_{AB} - \frac{d}{2R} \right) \end{aligned}$$

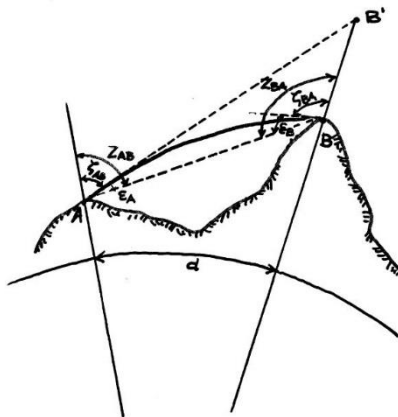
quindi la formula per il calcolo del distivello diventa:

$$Q_B - Q_A = d \left( 1 + \frac{Q_m}{R} \right) \operatorname{cotg} \left( Z_{AB} - \frac{d}{2R} \right)$$

### INFLUENZA DELLA RIFRAZIONE ATMOSFERICA

l'indice di rifrazione dell'aria diminuisce all'aumentare della quota: i raggi luminosi propagandosi subiscono delle rifrazioni e le traiettorie si incurvano

$\zeta_{AB}, \zeta_{BA}$   
dist. zenitali  
APPARENTI



la traiettoria di un raggio lum. che uscendo da A passa per B, o viceversa, è una CURVA che volge la concavità verso il basso

↳ collimando il pto B da A l'asse di coll. si dispone secondo la tg in A alla traiett. e si misura quindi una dist. zen.  $\zeta_{AB}$  inferiore a quella conetta  $Z_{AB}$  di una quantità  $E_A$  e analogam. in B

$$Z_{AB} = \zeta_{AB} + E_A$$

$$Z_{BA} = \zeta_{BA} + E_B$$

$$E_A = k_A \frac{d}{2} ; E_B = k_B \frac{d}{2}$$

coeff. di proporzionalità  
COEFF. DI RIFRAZIONE

la formula che fornisce il dislivello viene corretta:

$$Q_B - Q_A = d \left( 1 + \frac{Q_m}{R} \right) \operatorname{tg} \frac{1}{2} \left[ \zeta_{BA} - \zeta_{AB} + \frac{\delta}{2} (K_B - K_A) \right]$$

se le misure delle dist. zenitali avvengono **SIMULTANEAMENTE**  
si può ritenere  $K_B \approx K_A$

$$Q_B - Q_A = d \left( 1 + \frac{Q_m}{R} \right) \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\zeta_{BA} - \zeta_{AB})$$

\* questa formula vale per misura delle dist. zenitali  
reciproche e simultanee

- se si misura una sola distanza zenitale:

$$Q_B - Q_A = d \left( 1 + \frac{Q_m}{R} \right) \operatorname{cotg} \left( \zeta_{AB} - \frac{1 - K_A}{2R} d \right)$$

se  $d \leq 1$  km

il dislivello non rilevante

si approssima:

$$Q_B - Q_A = d \operatorname{cotg} \zeta_{AB} + \frac{1 - K_A}{2R} d^2$$

**Precisione della livellaz. trigonometrica**

per distanze fino a 10 km

si può ritenere che lo s.q.m. sia proporzionale alla distanza

$$\sigma_d = \pm 1.2 d \quad \begin{array}{l} d \text{ in km} \\ \sigma_d \text{ in cm} \end{array}$$

dopo 10 km diventa predominante l'influenza del termine  $\sigma_k$   
( $\sigma_k$ : varianza del coeff. di rifrazione)

e si può ritenere che lo s.q.m. del dislivello cresca con il  
QUADRATO della DISTANZA

dovendo effettuare il collegam. altimetrico fra punti a dist. > 10 km  
conviene ottenere la misura complessiva come **SOMMA** di  
**DISLIVELLI PARZIALI**