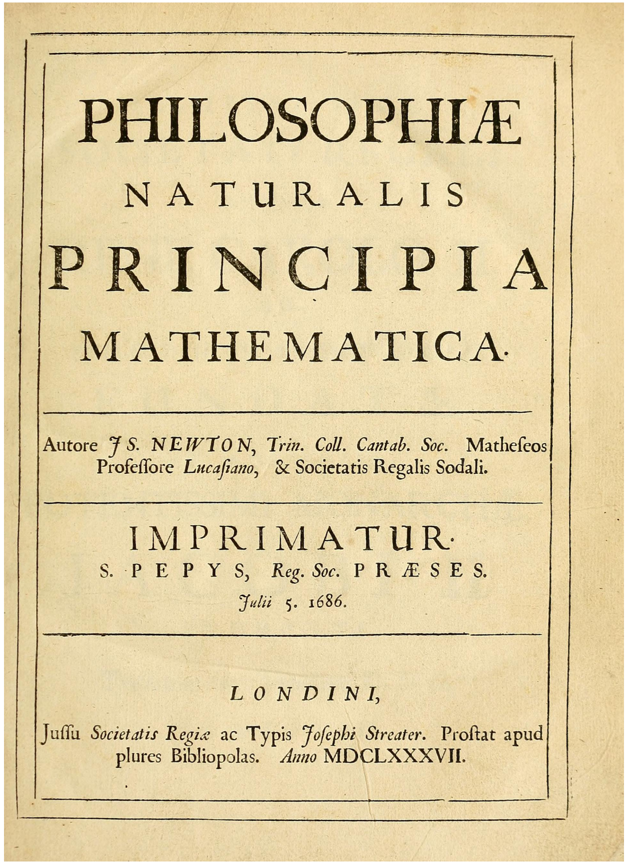
Introduzione alla fisica
261SM
Dinamica

Prof. Pierre Thibault

pthibault@units.it

Dinamica



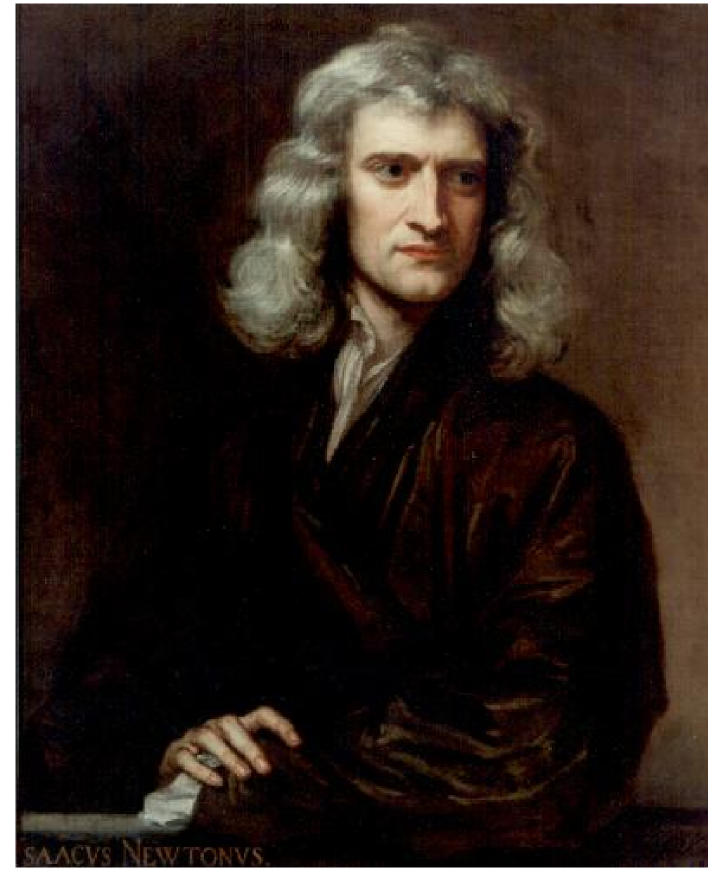
PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore J S. NEWTON, *Trin. Coll. Cantab. Soc.* Mathefeos Profeffore *Lucafiano*, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, *Reg. Soc.* PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,

Juffu *Societatis Regiæ* ac Typis *Jofephi Streater*. Proftat apud plures Bibliopolas. *Anno* MDCLXXXVII.



Isaac Newton (1643-1727)

Le leggi di Newton

Prima legge

Ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, eccetto che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse.

Seconda legge

Il cambiamento di moto è proporzionale alla forza motrice impressa, ed avviene lungo la linea retta secondo la quale la forza è stata impressa.

Terza legge

Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria: ossia, le azioni di due corpi sono sempre uguali fra loro e dirette verso parti opposte.

Fonte: http://tesi.cab.unipd.it/45491/1/Francesco_Costa.pdf

Massa e Forza

Massa:
- Quantità di materia
- Misura della resistenza alle variazioni di velocità

  massa "inerziale"
- Proporzionale al peso

  "carica gravitazionale"

  massa "gravitazionale"

Unità : kg

Forza:
- Spinta che produce un cambiamento di moto di un corpo.

  → vettore unità : Newton $1N = kg\, m/s^2$

Le leggi di Newton

"principi della dinamica"

1. Se la forza risultante che agisce su un corpo è nulla, allora l'accelerazione di questo corpo è nulla ($\vec{a} = 0$)

   ↳ definizione di <u>sistema di riferimento inerziale</u>

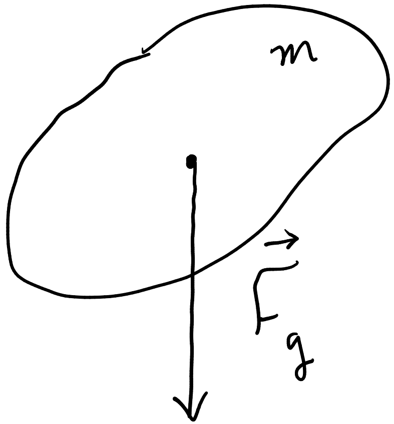
2. L'accelerazione di un corpo è proporzionale alla forza risultante su questo corpo

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

3. La forza esercitata da un corpo A su un corpo B è uguale in modulo e direzione e in verso opposto alla forza esercitata da B su A

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Peso



$$\vec{F}_g = m\vec{g}$$

accelerazione gravitazionale

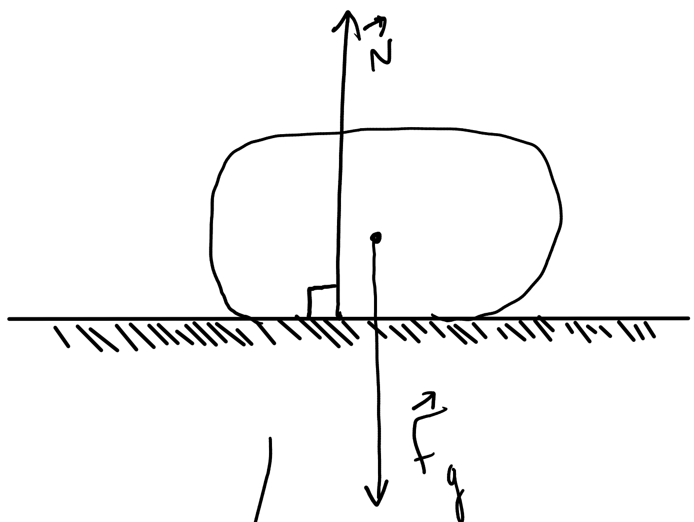
anche

campo gravitazionale alla superficie della terra

Osservazione: anche se $\vec{F}_g = m\vec{g}$ sembra simile a $\vec{F} = m\vec{a}$, sono molto diverse.

$\vec{F}_g = m\vec{g}$ è un caso particolare della legge di gravitazione universale

Forza normale



Caso particolare di forza di contatto: spinta da una superficie

"normale" perché perpendicolare alla superficie

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_g + \vec{N} = m\vec{a} = 0$$

$$\vec{F}_N = -\vec{F}_g$$

Diagramma di corpo libero

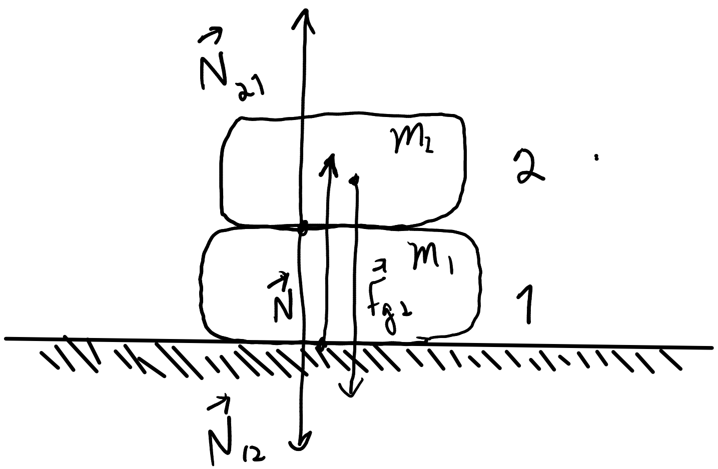
* ogni corpo rappresentato da un punto

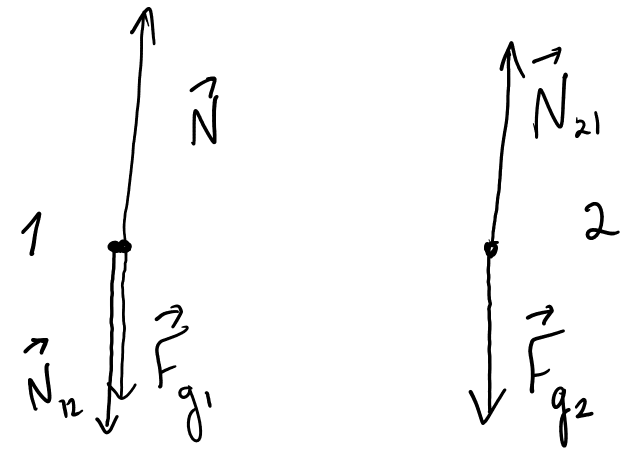
* comporta tutte, ma solo, le forze che sono applicate sul corpo.

  - ~~velocità~~

  - forza applicata ~~dal corpo~~ su un altro corpo

Forza normale





* 2^a legge:

→ 1) : $\sum_1 \vec{F} = \vec{N} + \vec{N}_{12} + \vec{F}_{g_1} = m_1\vec{a}_1 = 0$

2) : $\sum_1 \vec{F} : \vec{N}_{21} + \vec{F}_{g_2} = m_2\vec{a}_2 = 0$

* 3^a legge: $\vec{N}_{12} = -\vec{N}_{21}$

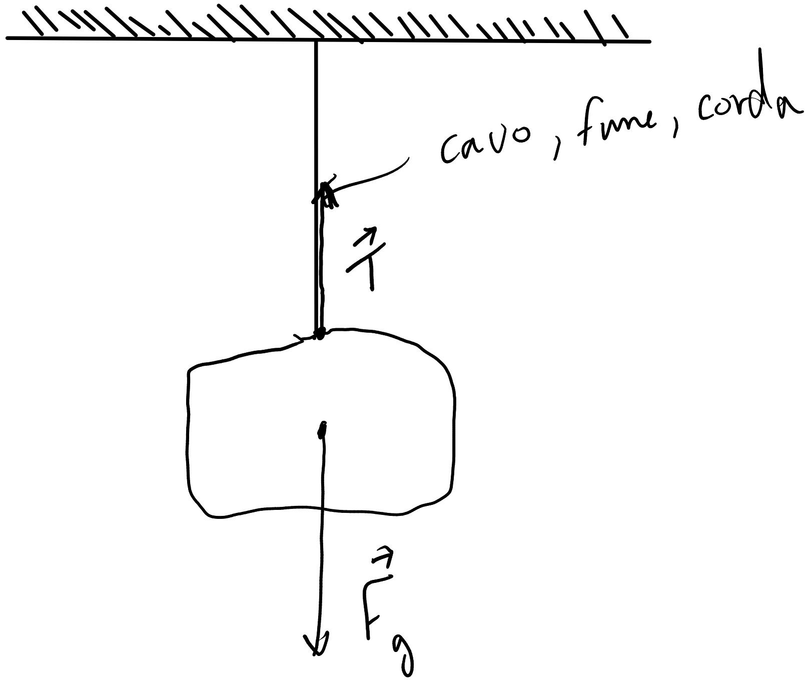
* Peso: $\vec{F}_{g_1} = m_1\vec{g}$

$\vec{F}_{g_2} = m_2\vec{g}$

$$\vec{N} = -\vec{F}_{g_1} - \vec{N}_{12} = -m_1\vec{g} + \vec{N}_{21} = -m_1\vec{g} - \vec{F}_{g_2} = -m_1\vec{g} - m_2\vec{g} = -(m_1+m_2)\vec{g}$$

Tensione

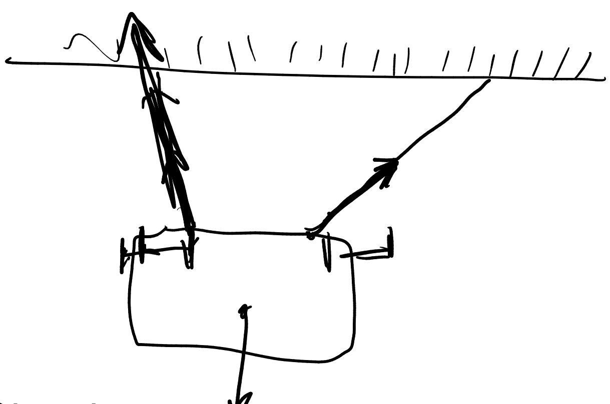
idealizzazione : fune senza massa

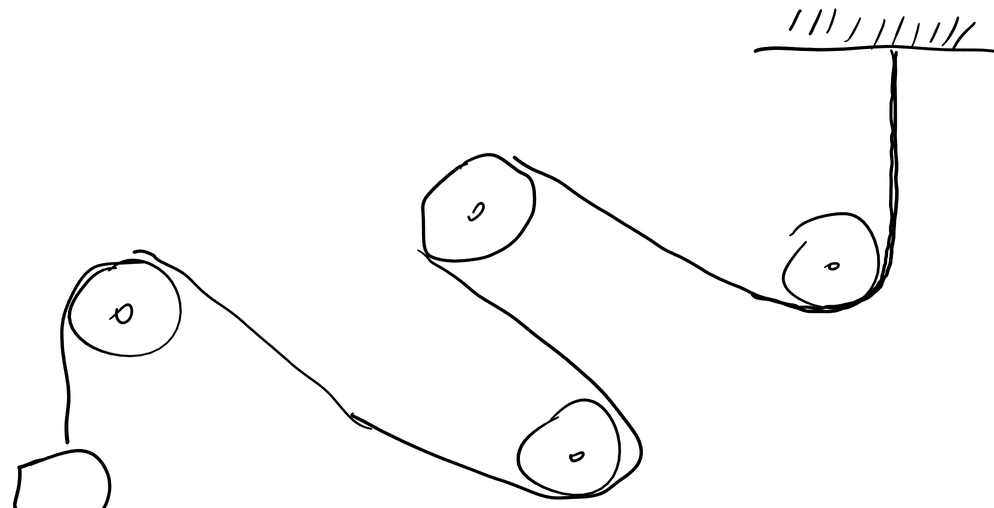


forza esercitata da una fune, ...

* : $\vec{T}$ è sempre parallela alla corda

* : $|\vec{T}|$: è uguale lungo tutta la corda.





Strategie per la risoluzione di problemi

1. Visualizza

- Crea un'immagine mentale del problema
- Identifica i concetti che possono esser utili
- Riformula la domanda nelle tue proprie parole, ed in termini che possono essere calcolati.

2. Descrivi

- Fai diagrammi, incluso diagrammi di corpi liberi.
- Scegli un sistema di coordinate che ti sembra appropriato
- Nomina le quantità che sembrano importanti nel problema
- Identifica le quantità da trovare per dare la soluzione al problema.

Strategie per la risoluzione di problemi

3. Fai un piano

- Trasferisci i concetti in forma matematica
- Puoi partire dalla soluzione e lavorare in retromarcia, oppure partire da quello che sai verso quello che cerchi.

4. Esegui il piano

- Risolvi i sistemi di equazioni
- Verifica le unità
- Se hai valori numerici, ora è il tempo di sostituirli.

Strategie per la risoluzione di problemi

5. Valuta la soluzione

- La soluzione risponde alla domanda fatta?
- Se puoi, valida il risultato testando casi limite
- Il risultato è ragionevole?
- Il risultato è completo?

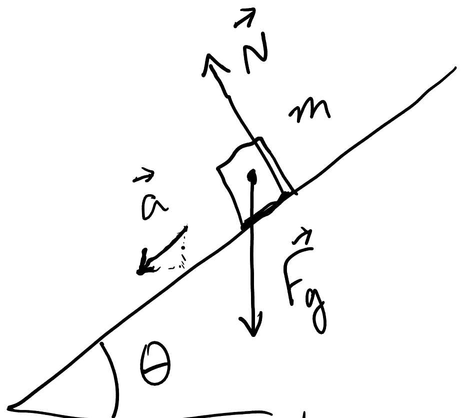
6. Cambia piano se necessario

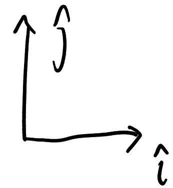
- Altra strategia?
- Altro sistema di coordinate o di riferimento?

Strategie per la risoluzione di problemi

1. **Visualizza**
2. **Descrivi**
3. **Fai un piano**
4. **Esegui il piano**
5. **Valuta la soluzione**
6. **Cambia il piano se necessario**

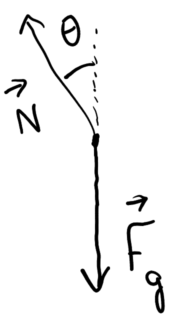
Esempi





1) Qual è l'accelerazione del blocco?

2) Qual è il modulo della forza normale?



2^a legge: $\vec{F}_g + \vec{N} = m\vec{a}$

$\vec{F}_g = m\vec{g} = -mg\hat{j}$

$\vec{N} = ?$

$N_x \hat{i} + N_y \hat{j}$

$$-mg\hat{j} + \vec{N} = ma_x \hat{i} + ma_y \hat{j}$$

vincolo: accelerazione $\perp$ alla superficie è nulla.

il moto è lungo la superficie

$$N_x = ma_x$$

$$-mg + N_y = ma_y$$

$$N_x = -N\sin\theta \qquad N_y = N\cos\theta$$

$$\frac{a_y}{a_x} = \tan\theta \quad \Rightarrow \quad \vec{N}\cdot\vec{a} = 0$$

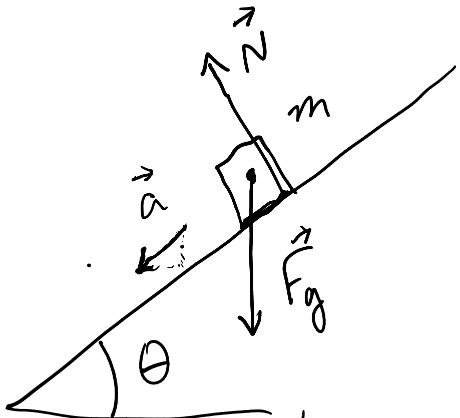
$$N_x a_x + N_y a_y = 0$$

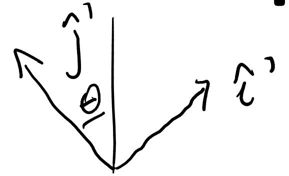
Esempi

$$-N\sin\theta\, a_x + N\cos\theta\, a_y = 0$$

$$\vdots$$

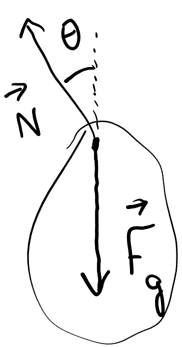
Esempi





1) Qual è l'accelerazione del blocco?

2) Qual è il modulo della forza normale?



2^a legge: $\vec{F}_g + \vec{N} = m\vec{a}$

$\hat{j}'$: $-mg\cos\theta + N = 0$

$\hat{i}'$: $-mg\sin\theta = ma_{x'}$

$$a_{x'} = -g\sin\theta$$

$$N = mg\cos\theta$$

Esempi

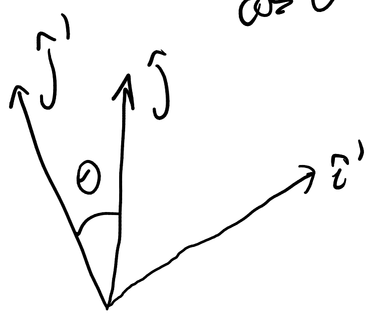
$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$

$v_x = \vec{v} \cdot \hat{i}$

$\vec{F}_g = -mg\,\hat{j}$

$\hat{j}'$: $\vec{F}_g \cdot \hat{j}'$ componente di $\vec{F}_g$ nella direzione $\hat{j}'$

$\vec{F}_g \cdot \hat{j}' = -mg\,\underbrace{\hat{j} \cdot \hat{j}'}_{\cos\theta} = -mg\cos\theta$



$\vec{u} \cdot \vec{v} = |u|\,|v| \cos\theta$

Attrito

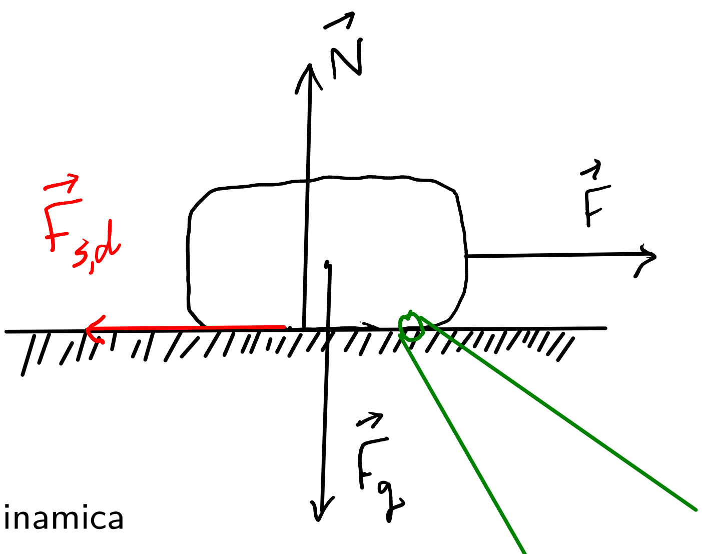
Ricorda: Forza normale: * perpendicolare alla superficie

* modulo tale che il moto è vincolato, permesso solo parallelamente alla superficie

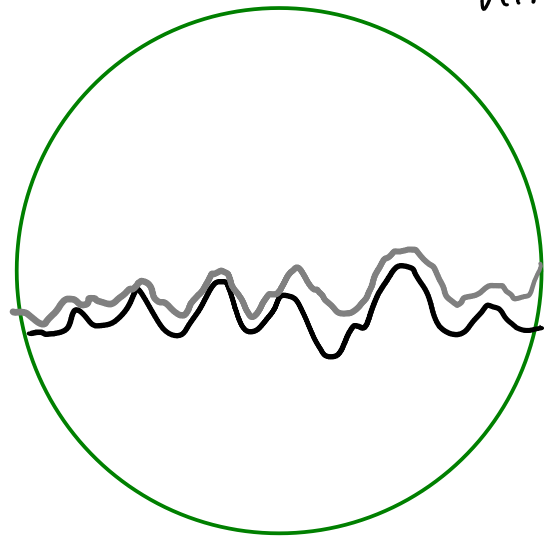
Forza di attrito

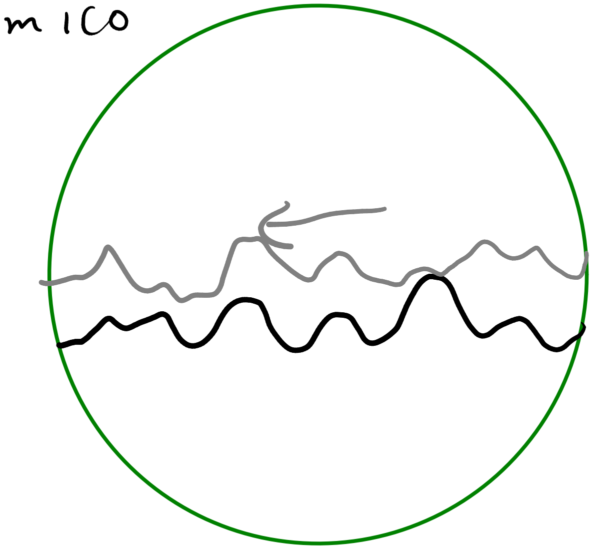
* parallela alla superficie

* modulo
  - tale che il moto è vincolato (attrito statico)
  - proporzionale alla forza normale (attrito dinamico)



Attrito statico e ~~cinetico~~ dinamico





- Attrito dinamico

$$F_d = \mu_d N$$

costante di proporzionalità

μ_d : coefficiente di attrito dinamico

→ senza unità!

Attrito statico e ~~cinetico~~ dinamico

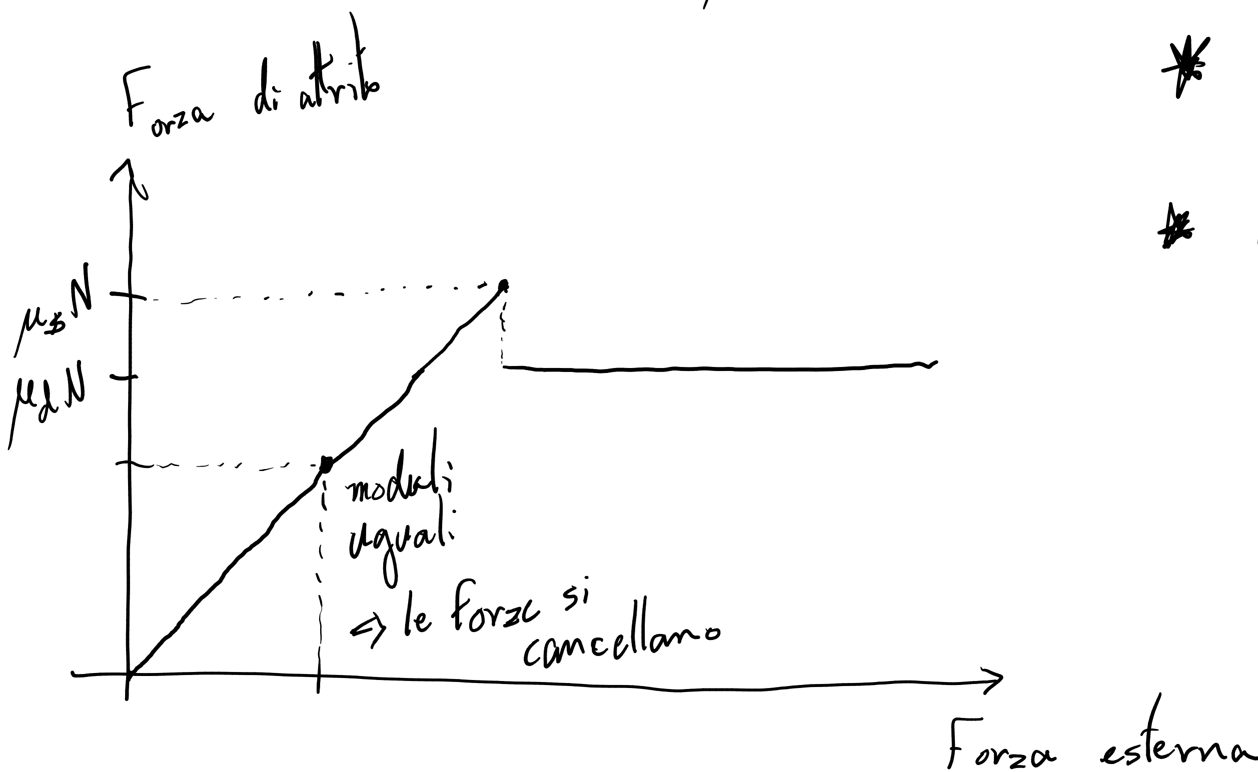
* Attrito statico

$$F_s \leq \mu_s N$$

μ_s : coefficiente di attrito statico

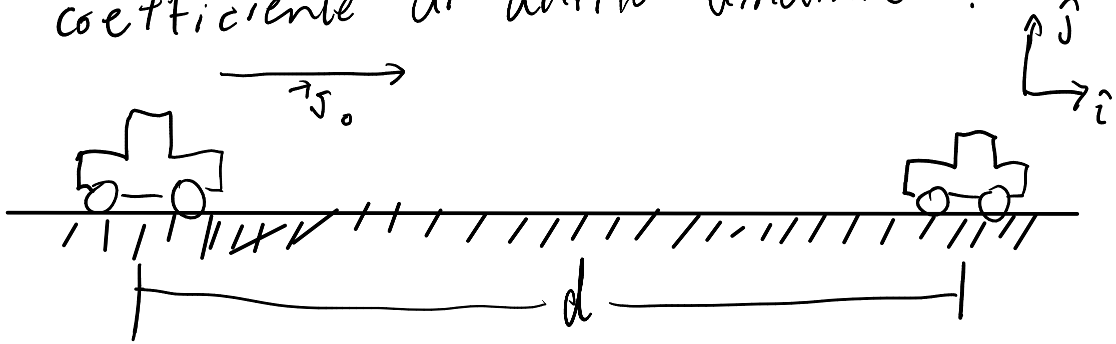
* in generale: $\mu_s > \mu_d$

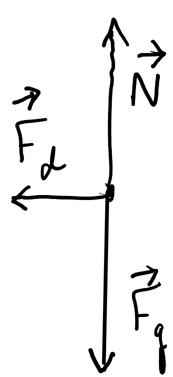
* quasi sempre: $\mu_s, \mu_d < 1$



Esempio 1

Una macchina richiede 70 m per fermarsi patando da una velocità di 100 km/h (slittando sulla strada, ruote ferme). Qual è il coefficiente di attrito dinamico?





2^a legge: $\sum_i \vec{F} = m\vec{a}$

$$m\vec{a} = \vec{F}_g + \vec{N} + \vec{F}_d$$

moto orizzontale: $\vec{a} = a_x \hat{\imath}$

$$-mg + N = 0 \Rightarrow N = mg$$

la componente x di $\vec{F}_d$ è $-|\vec{F}_d|$

$$m a_x = -F_d$$

$$= -\mu_d N$$

$$= -\mu_d m g$$

$$a_x = -\mu_d g$$

$$|a_x| =$$

Esempio 2

possiamo usare $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$ perché a è costante

$$0 - v_0^2 = 2a_x d \Rightarrow a_x = -\frac{v_0^2}{2d}$$

$$\mu_d = \frac{|a_x|}{g} = \frac{v_0^2}{2gd} = \boxed{0,56}$$

$$d = \frac{v_0^2}{2g\mu_d}$$

altro risultato interessante: distanza di frenata

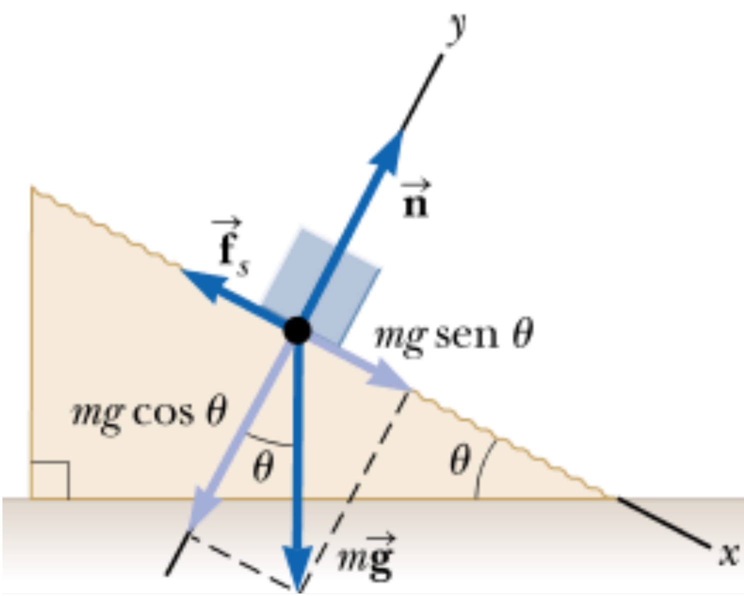
↳ independente dalla massa

↳ proporzionale al quadro della velocità

Esempio 2

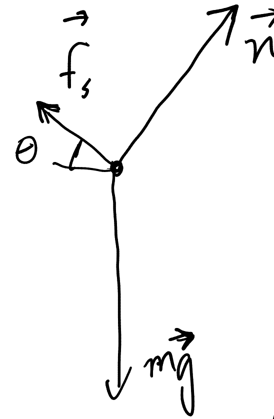
	μ_s	μ_d
Gomma su cemento	1.0	0.8
Acciaio su acciaio	0.74	0.57
Alluminio su acciaio	0.61	0.47
Vetro su vetro	0.94	0.4
Rame su acciaio	0.53	0.36
Legno su legno	0.25-0.5	0.2
Legno cerato su neve bagnata	0.14	0.1
Metallo su metallo (lubrificato)	0.15	0.06
Legno cerato su neve secca	—	0.04
Teflon su teflon	0.04	0.04
Ghiaccio su ghiaccio	0.1	0.03
Giunti sinoviali negli uomini	0.01	0.003

Esempio 2



$$f_s \leq \mu_s n$$

2^a legge:



$$\vec{f}_s + \vec{n} + m\vec{g} = m\vec{a} = 0$$

$$|\vec{f}_s| = mg\sin\theta_c$$

$$n = mg\cos\theta_c$$

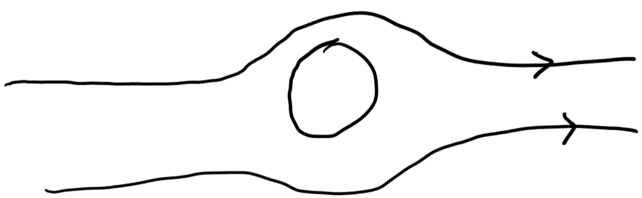
$$\mu_s n = mg\sin\theta_c$$

$$\mu_s = \tan\theta_c$$

Attrito dovuto a un fluido (resistenza)

1) A velocità "bassa", densità "bassa"

⇒ flusso laminare

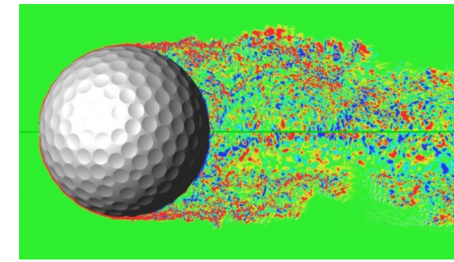


legge di Stoke: $\vec{F} = -b\vec{v}$

coefficiente (b)

commento: equazione utile ma raramente applicabile

2) flusso turbolente



Fonte: https://seed.golf/2017/02/10/golf-ball-dimple-configuration/

$$F_v = \frac{1}{2} \rho A C_D v^2$$

ρ: densità del fluido

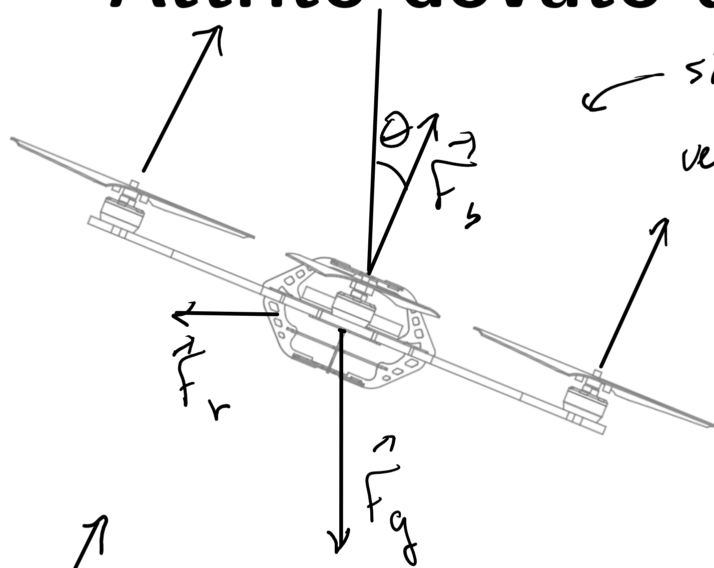
A: area di proiezione dell'oggetto

C_D: coefficiente di resistenza "Drag"

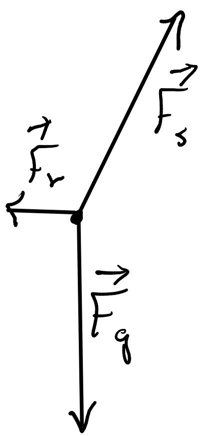
v: velocità

direzione della forza $= -\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$

Attrito dovuto a un fluido (resistenza)



si sposta a velocità costante



$$\vec F_s + \vec F_g + \vec F_r = m\vec a = 0$$

$$\hat j: \ -mg + F_s \cos\theta = 0$$

$$\hat i: \ -bv + F_s \sin\theta = 0$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{bv}{mg}$$

All'equilibrio: $\vec a = 0$ $\quad \vec F_g + \vec F_r = 0$

$$mg = \frac{1}{2}\rho A C_D v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2mg}{\rho A C_D}}$$

e.g.

$m = 70\,\mathrm{kg}$ $\quad C_D = 0{,}8$

$\rho = 1{,}2\,\mathrm{kg/m^3}$ $\quad A = 0{,}5\,\mathrm{m^2}$

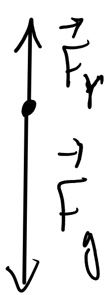
$\Big\} \ v = 55\,\frac{m}{s}$

Ricordo: moto con accelerazione costante:

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow v(t) = \int a\,dt = at + c$$

Adesso sappiamo: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

essempio: caduta libera con resistenza dell'aria



$$m\vec{a} = m\vec{g} + F_r \hat{j}$$

$$a_y = -g + \frac{F_r}{m}$$

$$a_y = -g + \frac{1}{2m}\rho A C_D v^2 \rightarrow \overbrace{\frac{d^2y}{dt^2} = -g + \alpha\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}^{\text{equazione differenziale}}$$

$$\boxed{F_r = \frac{1}{2}\rho A C_D v^2}$$

$$\alpha = \frac{1}{2m}\rho A C_D$$

tempo Δt piccolo: $\vec{a}$ quasi costante

$$\Rightarrow \vec{r}(t+\Delta t) \simeq \vec{r}(t) + v(t)\Delta t + \frac{1}{2}\vec{a}\Delta t^2$$

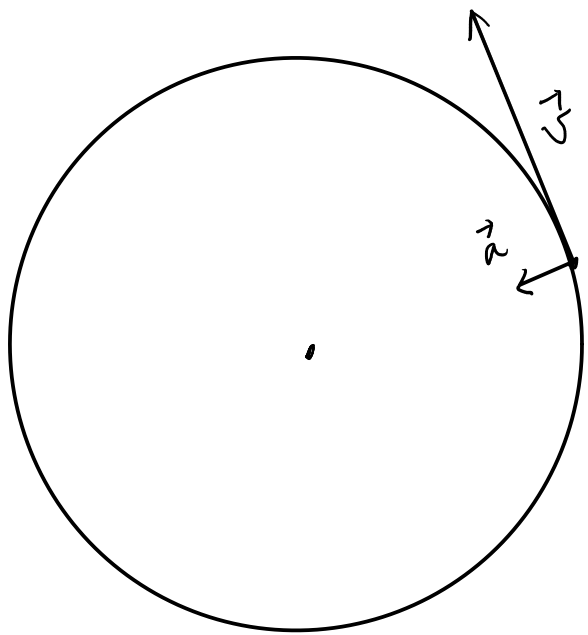
$$\vec{v}(t+\Delta t) \simeq \vec{v}(t) + a\Delta t$$

Integrazione di Euler

$$\vec{F}_r = F_r \cdot \frac{-\vec{v}}{|v|} = -\frac{1}{2}\rho A C_D \frac{v^{\cancel{2}}}{\cancel{v}}\vec{v}$$

$$= -\frac{1}{2}\rho A C_D |v| \vec{v}$$

Dinamica del moto circolare



Già visto: $a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

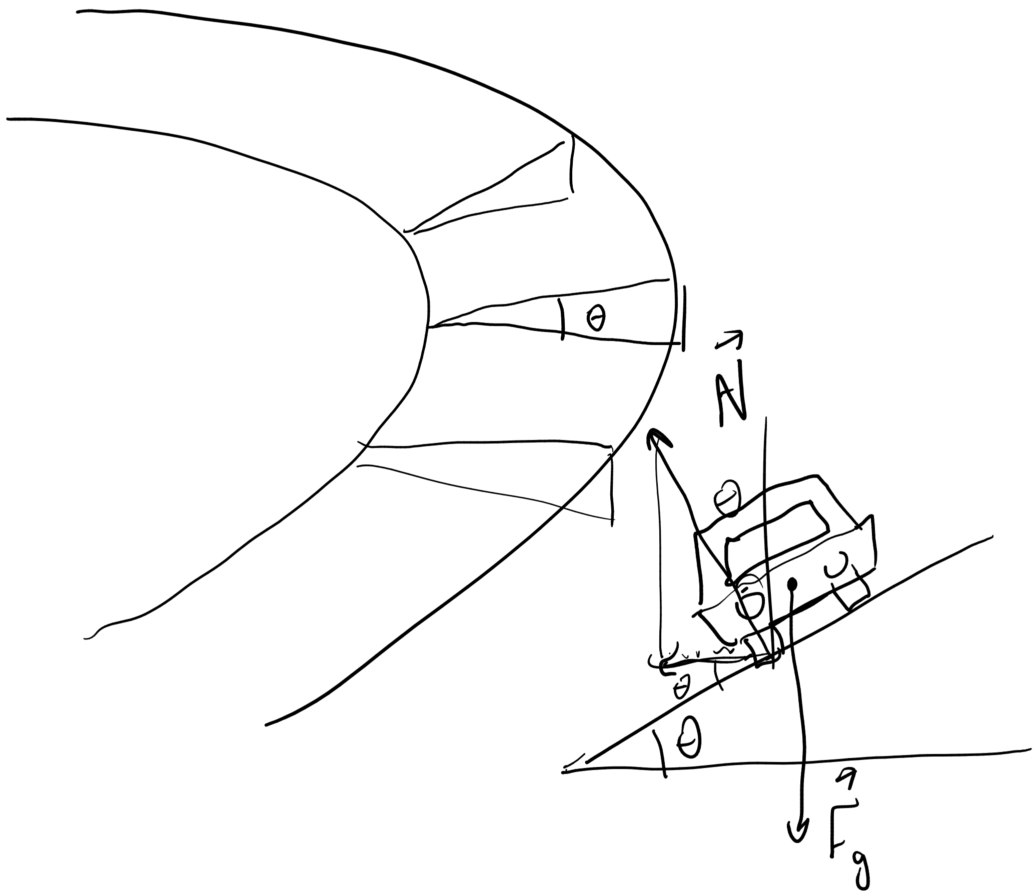
Forza necessaria per mantenere il moto circolare?

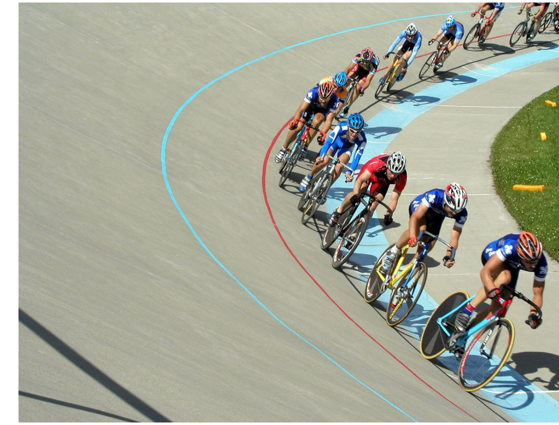
$$F_c = \frac{mv^2}{R}$$ orientata verso il centro

"Forza centripeta"

descrizione della direzione e verso della forza, non della natura della forza.

Dinamica del moto circolare





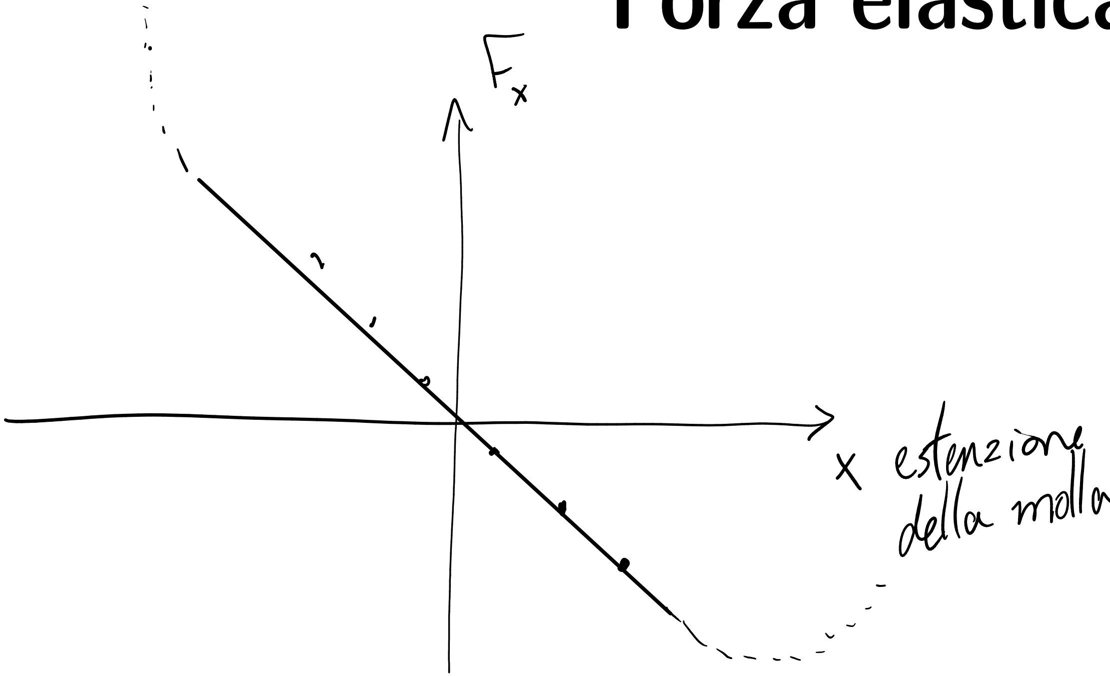
Componente orizzontale:

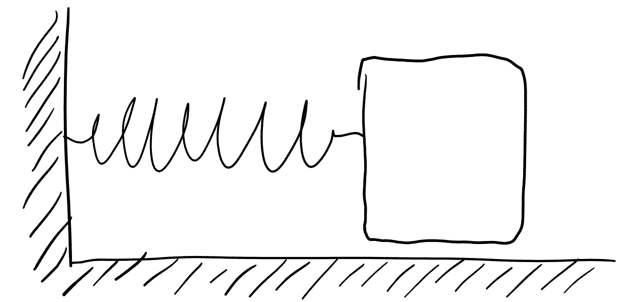
$$N \sin\theta = \frac{mv^2}{R}$$

verticale $\quad N\cos\theta = mg$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

Forza elastica



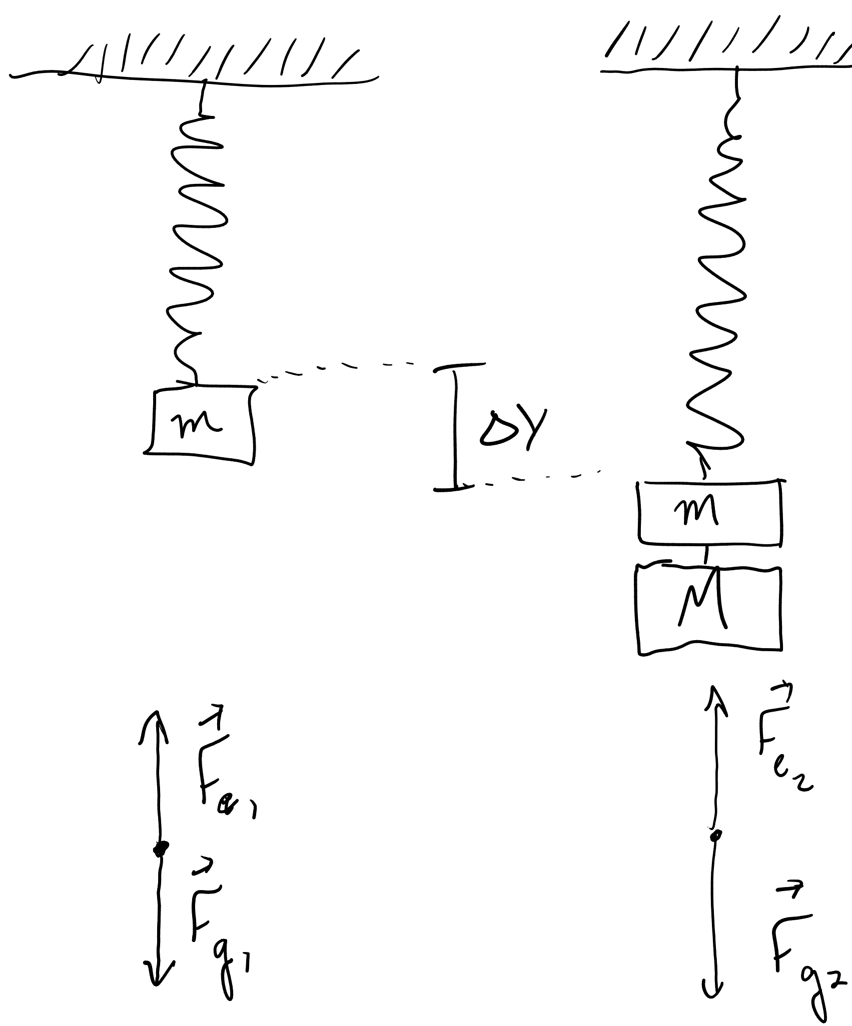


$F_x = -kx$ legge di Hooke

modello

In verità $F_x(x)$ è più complicata ma $F_x = -kx$ è una buona approssimazione per i piccoli spostamenti

Forza elastica



$$* \quad \vec{F}_{e_1} + \vec{F}_{g_1} = 0$$

$$** \quad \vec{F}_{e_2} + \vec{F}_{g_2} = 0$$

$$* \quad |F_{e_1}| = k\Delta y_0 = mg$$

$$** \quad |F_{e_2}| = k(\Delta y_0 + \Delta y) = (m+M)g$$

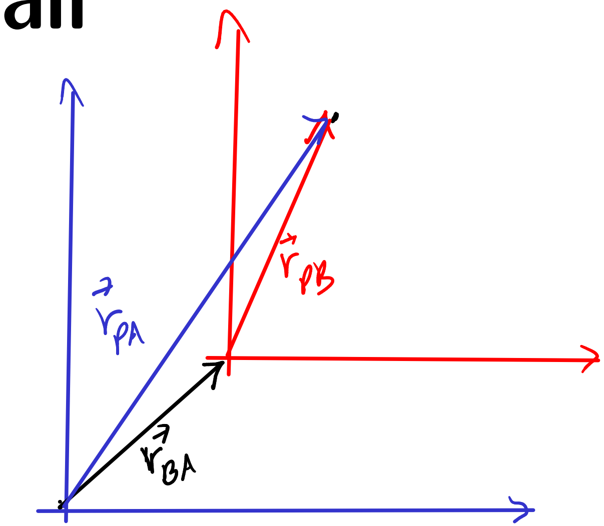
$$\Delta y = \frac{Mg}{k}$$

Sistemi non-inerziali

$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$$

$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{BA} + \left(\vec{v}_{PB} + \underline{\text{rotazione}}\right)$$

$$\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{BA} + \vec{a}_{PB} + \left(\text{rotazione}\right)$$



$$\vec{F} = m\vec{a}_{PA} \longleftrightarrow$$

A: inerziale

B: non-inerziale $(\vec{a}_{BA} \neq 0)$

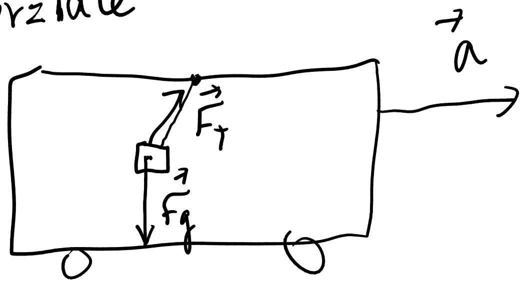
$$\vec{F} = m\vec{a}_{PB} + m\vec{a}_{BA}$$

$$m\vec{a}_{PB} = \vec{F} - \underbrace{m\vec{a}_{BA}}_{\text{forza apparente}}$$

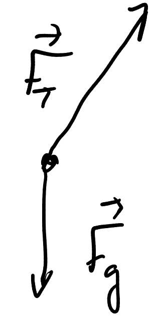
lineare: $\vec{a}_{PB} = \vec{a}_{PA} - \vec{a}_{BA}$

Sistemi non-inerziali

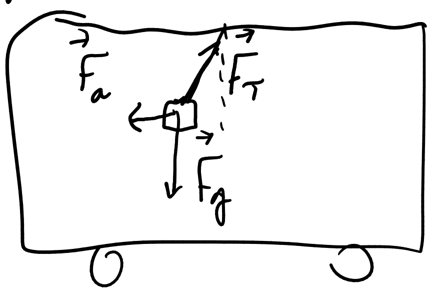
Inerziale



$$\vec{F}_T + \vec{F}_g = m\vec{a}$$

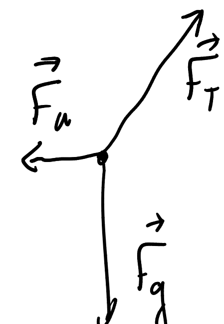


Non-inerziale



$$\vec{F}_T + \vec{F}_g + \vec{F}_a = 0$$

$$\vec{F}_a = -m\vec{a}$$



Forze macroscopiche, forze fondamentali

Forze macroscopiche
(forze di contatto)

* forza normale
* forza di tensione
* forza di attrito
* resistenza dell'aria
* forza elastica

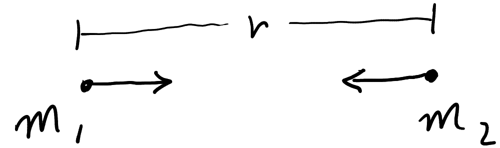
forze fondamentali

* forza gravitationale
* forza elettrica
* forza debole
* forza forte

fisica quantistica

Forze macroscopiche, forze fondamentali

Legge di gravitazionale universale:



$$F_{12} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Isaac Newton:

"Una teoria unica descrive sia la caduta dei corpi sulla terra che il movimento dei astri

Qual è l'accelerazione centripeta della luna?

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

$T = 27,3$ giorni

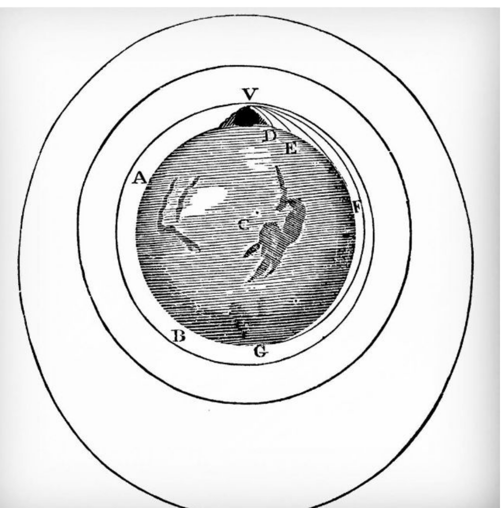
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2.66 \times 10^{-6}\ s^{-1}$$

$R_L = 385\,000$ km

Forze macroscopiche, forze fondamentali

$$a_c = \omega^2 \cdot R_L = 2{,}73 \times 10^{-3}\ m/s^2$$

alla superficie della terra: $g = 9.8\ m/s^2$



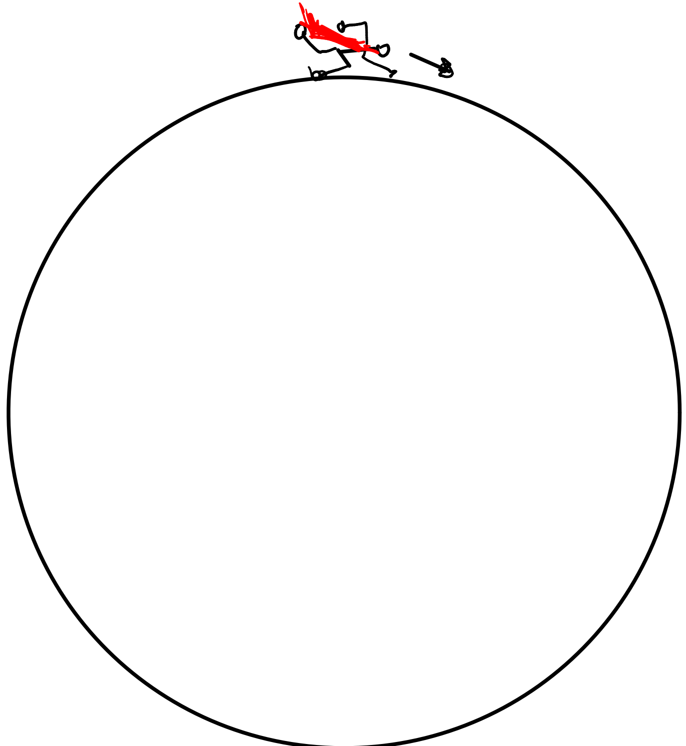
$$\underbrace{\frac{a(R_T)}{a(R_L)} \approx 3600 \qquad \frac{R_L}{R_T} = 60}$$

$$\text{Forza} \propto 1/d^2$$

$$F_g = mg = \overbrace{\left(\frac{G m_T}{R_T^2}\right)}^{g} m$$

Esperimento di Cavendish:

$$G = 6{,}67 \times 10^{-11} \frac{m^3}{s^2\,kg}$$



A che velocità deve correre superman per entrare in orbita soltanto alzando i piedi?

F_g (forza centripeta)

forza centripeta

$$\frac{G m_T m}{R_T^2} = m \frac{v^2}{R_T}$$

$$v = \sqrt{\frac{G m_T}{R_T}} = \sqrt{g R_T}$$

$$\simeq 28\,000 \text{ km/h}$$

Il periodo dell'orbita?

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R_T}{v}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{R_T}{g}} = 84 \text{ minuti}$$

Leggi di Keplero

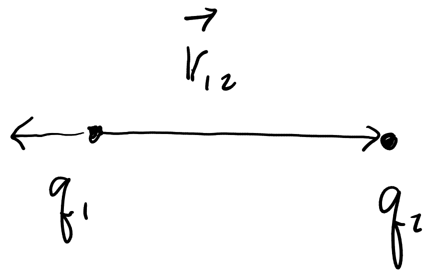
Johannes Kepler (1571-1630)

1)Tutti I pianeti si muovono lungo orbite ellittiche di cui il Sole occupa uno dei fuochi.

2)La congiungente un pianeta con il Sole spazza aree uguali in intervalli di tempo uguali.

3)Il quadrato del periodo di un qualunque pianeta è proporzionale al cubo della distanza media del pianeta dal Sole.

Interazioni elettrostatiche



q: carica elettrica

SI: C (Coulomb)

$k_e = 8{,}99 \times 10^9 \ Nm^2/C^2$

$$\vec{F}_{12} = -k_e \frac{q_1 q_2}{|r_{12}|^2} \underbrace{\frac{\vec{r}_{12}}{|r_{12}|}}_{\text{versore}}$$

$q_1 q_2 > 0$ forza repulsiva

$q_1 q_2 < 0$ forza attrattiva

Forza elettrica / gravitazionale per particelle elementari:

Protone: $m_p = 1{,}672 \times 10^{-27}$ kg $\quad q_p = +1{,}602 \times 10^{-19} C = e$

Elettrone: $m_e = 9{,}109 \times 10^{-31}$ kg $\quad q_e = -1{,}602 \times 10^{-19} C = -e$

$$\frac{|F_e|}{|F_g|} = \frac{k_e \, e^2/\cancel{d^2}}{G \, m_e m_p/\cancel{d^2}} = \frac{k e^2}{G m_e m_p} = 2 \times 10^{39}$$

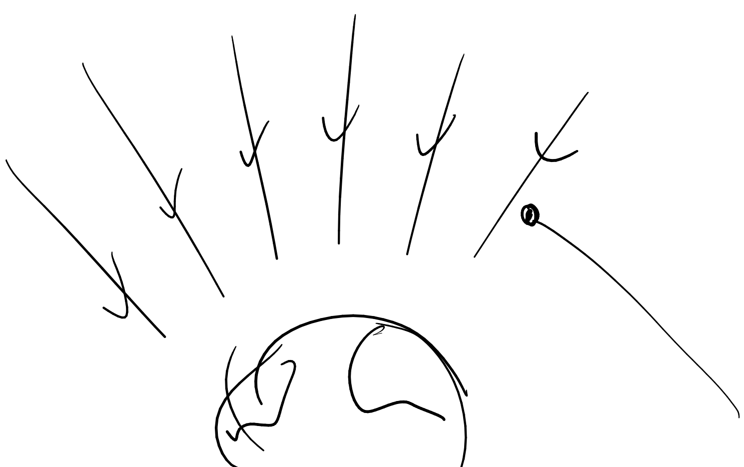
Campo:

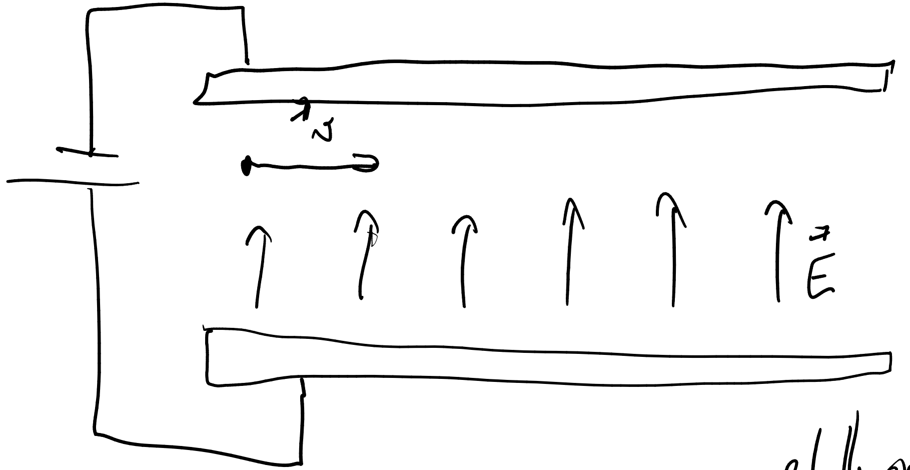
$$\vec{F}_g = \vec{g} \cdot m \qquad |\vec{g}| = \frac{G m_2}{d^2}$$

campo gravitazionale

$$\vec{F}_e = \vec{E} \cdot q \qquad |\vec{E}| = \frac{k_e q_2}{d^2}$$

campo elettrico



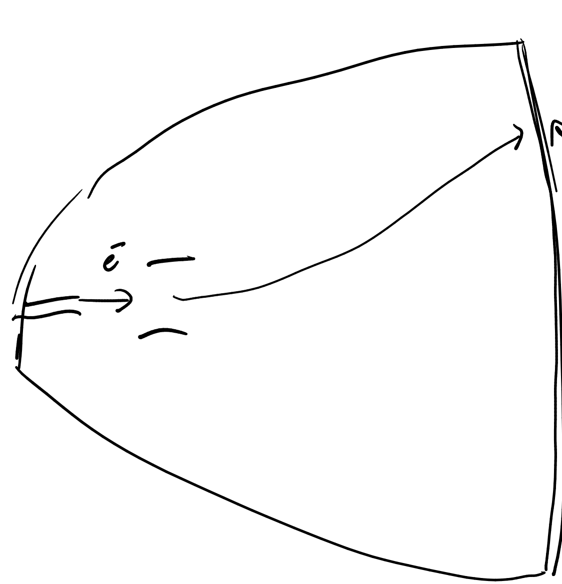


$$\vec{E} = E\hat{j}$$

$$\vec{F} = \vec{E}\cdot q = m\vec{a}$$

elettrone: $q = -e$ $\Rightarrow \vec{a} = \frac{-e}{m}\vec{E} = \frac{-eE}{m}\hat{j}$

* verso il basso
* costante



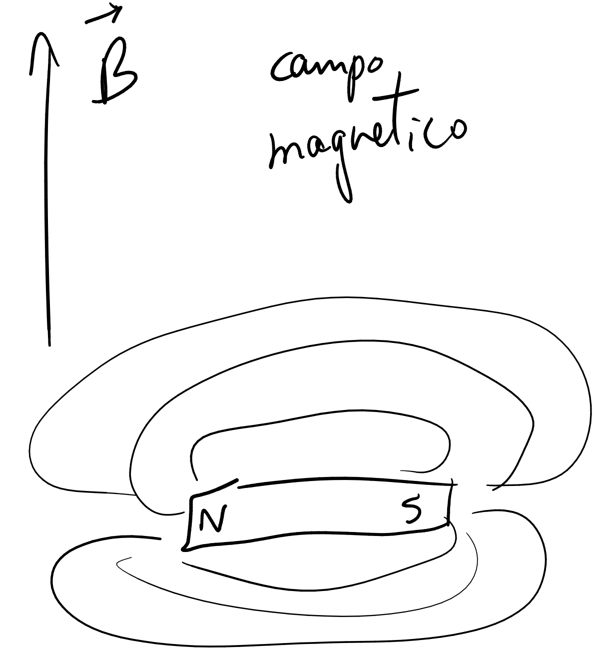
tubo cattodico

strato fluorescente

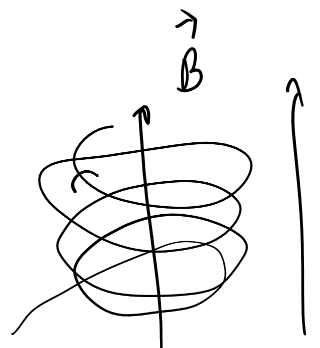
Interazioni magnetiche

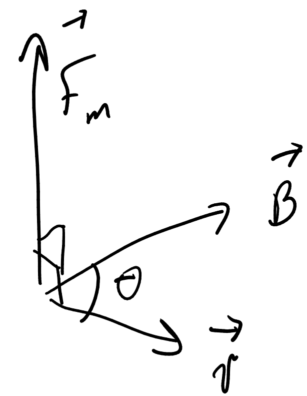
$$|F_m| \propto |q\vec{v}|$$

$$|F_m| \propto |\vec{B}|$$



$$\vec{F} = q\underbrace{\vec{v} \times \vec{B}}_{\text{prodotto vettoriale}}$$





$$|\vec{v} \times \vec{B}| = |v||B|\sin\theta$$

Forza di Lorentz : $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$