Geometria 2

Anno accademico 2023-2024

Foglio di esercizi n.4

27 marzo 2024

1) Dire se l'applicazione $f : \mathbb{A}^2_{\mathbb{R}} \to \mathbb{A}^2_{\mathbb{R}}$

$$f(x, y) = \left(x + 2y - 1, -\frac{3}{2}x - 3y + 16\right)$$

è un'affinità del piano.

2) Determinare l'equazione vettoriale e quella scalare dell'omotetia $\omega_{2,O}$ di centro O e rapporto 2 del piano affine $\mathbb{A}^2_{\mathbb{R}}$. Determinare le immagini, tramite $\omega_{2,O}$, dei punti $A = (3, -1)$, $B = (1, -4)$ e della retta r passante per tali punti.

3) Caratterizzare tutte e sole le rette $r \subset \mathbb{A}^2_{\mathbb{R}}$ tali che

$$\omega_{c,O}(r) = r.$$

Tale caratterizzazione dipende da $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$?

4) Siano dati i triangoli T di vertici $\{(0, 0), (1, 2), (1, -1)\}$ e T' di vertici $\{(2, 0), (1, 1), (0, -2)\}$ nel piano affine $\mathbb{A}^2_{\mathbb{R}}$. Determinare un'affinità f di $\mathbb{A}^2_{\mathbb{R}}$ tale che $f(T) = T'$.

5) Siano $r\colon\ x + y - 2i = 0$ e $s\colon\ 2x - iy + 1 = 0$ due rette del piano affine $\mathbb{A}^2_{\mathbb{C}}$. Determinare un'affinità f di $\mathbb{A}^2_{\mathbb{C}}$ tale che $f(r) = s$ e $f(s) = r$.

6) Sia $f \in \mathrm{Aff}(\mathbb{A}^2_{\mathbb{C}})$ definita nel modo seguente:

$$f(x, y) = (x + y, y + 1).$$

Dimostrare che non esiste nessuna retta affine r in $\mathbb{A}^2_{\mathbb{C}}$ tale che $f(r) = r$.

Esercizi delle dispense: da A9 a A17.