

INTERAZIONI DEBOLI

Le interazioni deboli nello SM sono dovute all'interazione con i bosoni W (corrente carica) e Z (corrente neutra).

$$M_W \simeq 80.4 \text{ GeV}, \quad M_Z \simeq 91 \text{ GeV}$$

A basse energie il loro effetto può essere descritto con una **TEORIA EFFETTIVA** in

termini di **OPERATORI NON-RINORMALIZZABILI** $\mathcal{O}_i^{(d)}$

con "dimensione di scaling" $d > 4$:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \mathcal{L}_{(d \leq 4)} + \sum_{d > 4} \sum_i \frac{C_i^{(d)}}{\Lambda^{d-4}} \mathcal{O}_i^{(d)}$$

Λ è il "cutoff" della teoria effettiva, ovvero la scala al di sopra della quale la descrizione non è più valida ed occorre passare alla teoria ultravioletta.

INTERLUZIO: DIMENSIONE DI SCALING.

Supponiamo di riscalare le coordinate $x^\mu \rightarrow \lambda^{-1} x^\mu$,
dato che $p^\mu \sim \frac{\partial}{\partial x^\mu}$ abbiamo $p^\mu \rightarrow \lambda p^\mu$; $[p^\mu] = [\partial_\mu] = 1$

L'azione $S = \int d^d x \mathcal{L}$ è adimensionale $[\hbar = c = 1]$

quindi $S \rightarrow \lambda^0 S$: $[S] = 0$ e $[\mathcal{L}] = 4$.

Prendiamo una teoria scalare:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4 - \gamma \phi^2 (\partial_\mu \phi)^2$$

$$[\mathcal{L}] = 4 \rightarrow [(\partial_\mu \phi)^2] = 4 = 2 [\partial_\mu] + 2 [\phi] = 2 + 2 [\phi]$$

$$\rightarrow [\phi] = 1$$

$$\bullet d = [\phi^2] = 2 \text{ e quindi } [m^2] = 2 > 0$$

ϕ^2 è un
operatore
RILEVANTE

$$\bullet d = [\phi^4] = 4 \rightarrow [\lambda] = 0 : \phi^4 \text{ è un op. MARGINALE}$$

$$\bullet d = [\phi^2 (\partial_\mu \phi)^2] = 6 \rightarrow [\gamma] = -2 < 0 : \phi^2 (\partial_\mu \phi)^2 \text{ è un op. IRRILEVANTE}$$

BONUS:

Una teoria è rinormalizzabile se NON ci sono operatori IRRILEVANTI, altrimenti è non-rinormalizzabile.

$$\text{Per un fermione: } \mathcal{L}_{\text{kin}} = \bar{\psi} i \not{\partial} \psi$$

$$\rightarrow [\bar{\psi} i \not{\partial} \psi] = 2 [\psi] + 1 = 4 \rightarrow [\psi] = \frac{3}{2}$$

Le ampiezze di scattering generate da operatori effettivi sono soppresse per Energie $E \ll \Lambda$:

$$A \sim \frac{1}{\Lambda^{d-4}} E^{d-4} = \left(\frac{E}{\Lambda}\right)^{d-4}$$

Per energie sufficientemente piccole ogni teoria sembra rinormalizzabile.

L'effetto di operatori con d più grande è sempre più soppresso. Data una certa precisione finita posso quindi considerare un numero finito di operatori.

Questo ci permette di studiare teorie non rinormalizzabili anche a livello quantistico.

⇒ Le interazioni deboli non sono deboli perché l'accoppiamento è piccolo ma perché sono misurate a scale di energia molto minori della scala elettrodebole (il cutoff).

INTERAZIONI DEBOLI DI CORRENTE CARICA

Sperimentalmente si è visto che i decadimenti β sono ben descritti dalla Lagrangiana effettiva seguente:

$$\mathcal{L}_{cc}^{\text{eff}} = -4 \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_c \sum_{c'} \bar{\psi}_c \gamma^\mu \psi_{c'}$$

COSTANTE DI FERMI

$$G_F \approx 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

$$\sum_c \gamma^\mu = \bar{u}_a \overset{\text{COLORE}}{\gamma^\mu} \frac{(1-\gamma_5)}{2} d^a + \bar{\nu} \gamma^\mu \frac{(1-\gamma_5)}{2} e = \bar{u}_L \gamma^\mu d_L + \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L$$

↓
CORRENTE CARICA (per 1 generazione di fermioni.)

È facile vedere che $\mathcal{L}_{cc}^{\text{eff}}$ è invariante sotto $SU(3)_c \times U(1)_{em}$

Pillola di storia:

- Pauli (30) Postulata la presenza dei neutrini ν dallo spettro dei decadimenti- β
- Fermi (33) Interazione locale a 4 Fermioni: solo γ^μ
- Lee, Yang, Wu (56): Parità violata: termine $\gamma^\mu \gamma^5$
- Ulteriori sviluppi hanno poi chiarito la struttura V-A $\propto \gamma^\mu (1-\gamma^5)$.

Estendendo a 3 generazioni occorre introdurre una matrice per permettere accoppiamenti tra generazioni diverse (ad esempio decadimenti dei $K^0(d\bar{s}) \rightarrow \pi^-(d\bar{u})e^+\nu_e$)

$$\mathcal{L}_c^M = V_{ij} \bar{u}_{iL} \gamma^M d_{jL} + \bar{\nu}_{iL} \gamma^M e_{iL}$$

• V : **MATRICE CKM** (3x3), unitaria $V^\dagger V = \mathbb{1}$
Cabibbo-Kobayashi-Maskawa

• L'analoga matrice per i neutrini non è fisica se i neutrini hanno massa nulla.

Per energie $E \ll G_F^{-2}$ la fisica è descritta molto bene da $\mathcal{L}_{SM}^{\text{eff}} = \mathcal{L}_{\text{QCD}+\text{QED}} + \mathcal{L}_{\text{CC}}^{\text{eff}}$

Il Modello Standard \mathcal{L}_{SM} può essere visto come il completamento ultravioletto minimale e rinormalizzabile che riproduce $\mathcal{L}_{SM}^{\text{eff}}$ a basse energie.

DECADIMENTO DEL MUONE $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$

→ Vedi nota dedicata

SIMMETRIE DELLA TEORIA A BASSI ENERGIE

Studiamo le simmetrie "accidentali" (non imposte a mano) della teoria

$$\mathcal{L}_{SM}^{\text{eff}} \equiv \mathcal{L}_{\text{QED}+\text{QCD}} + \mathcal{L}_{\text{CC}}^{\text{eff}}$$

DISCRETE SPAZIO-TEMPORALI:

La Lagrangiana di interazione debole, che coinvolge solamente fermioni LH, ROMPE SIA PARITÀ P CHE CONIUGAZIONE DI CARICA C.

Nella base di Weyl:

$$P: \psi \rightarrow \gamma_0 \psi, \quad A^\mu \rightarrow A_\mu \leftarrow \begin{matrix} \text{se:} \\ \eta_{\mu\nu} = (+, -, -, -) \end{matrix}$$

$$C: \psi \rightarrow -i\gamma_2 \psi^*, \quad A^\mu \rightarrow -A^\mu$$

in questo modo C è una simmetria della QED

Esercizio:

Mostrare che:

- $\bar{\psi} \gamma^\mu \psi' \xrightarrow{P} \bar{\psi} \gamma_\mu \psi', \quad \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \psi' \xrightarrow{P} -\bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \psi'$
- $\bar{\psi} \gamma^\mu \psi' \xrightarrow{C} -\bar{\psi}' \gamma^\mu \psi, \quad \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \psi' \xrightarrow{C} \bar{\psi}' \gamma^\mu \gamma_5 \psi$

Da questo si trova:

$$\bar{J}_C^M = \bar{\Psi}_L \gamma^M \Psi'_L = \frac{1}{2} \bar{\Psi} (\gamma^M - \gamma^M \gamma_5) \Psi' = \frac{1}{2} (\bar{J}_V^M - \bar{J}_A^M) : V-A$$

Correnti:
vettore assiale
↓ ↓

$$\frac{1}{2} (\bar{J}_V^M - \bar{J}_A^M) \begin{array}{l} \xrightarrow{P} \frac{1}{2} (\bar{J}_{V\mu}^M + \bar{J}_{A\mu}^M) = \bar{\Psi}_R \gamma_\mu \Psi'_R \\ \searrow C \quad - \frac{1}{2} (\bar{J}_V^{M\dagger} + \bar{J}_A^{M\dagger}) = -\bar{\Psi}'_R \gamma^M \Psi_R \end{array}$$

Entrambe mandano correnti LH in correnti RH, il che non è invariante per $\mathcal{L}_{CC}^{\text{eff}}$.

• Sotto la **COMBINAZIONE CP**:

$$\bar{J}_C^M = \bar{\Psi}_L \gamma^M \Psi'_L \xrightarrow{P} \bar{\Psi}_R \gamma_\mu \Psi'_R \xrightarrow{C} \bar{\Psi}'_L \gamma_\mu \Psi_L = \bar{J}_{C\mu}^{\dagger}$$

Quindi un termine di Lagrangiana debole con due correnti trasforma come:

$$\mathcal{L}_{CC}^{\text{eff}} \supset C_{AB} \bar{J}_A^M \bar{J}_{B\mu}^{\dagger} + C_{AB}^* \bar{J}_A^{M\dagger} \bar{J}_{B\mu}$$

$$\xrightarrow{CP} C_{AB} \bar{J}_{A\mu}^{\dagger} \bar{J}_B^M + C_{AB}^* \bar{J}_{A\mu} \bar{J}_B^{M\dagger}$$

È INVARIATA SE IL COEFFICIENTE DELLE CORRENTI È REALE.

ovvero \Rightarrow Se LA MATRICE CKM è REALE (non lo è)
Lo vedremo esplicitamente più avanti

SIMMETRIE INTERNE GLOBALI

$\mathcal{L}_{\text{quark}} + \mathcal{L}_{\text{lepton}}$ era simmetrica sotto un $U(1)_\gamma$ per ciascun tipo di quark e leptoni $\psi = (u_i, d_i, e_i, \nu_i)$

\mathcal{L}_{eff} rompe questa simmetria a:

$$U(1)_B \times U(1)_e \times U(1)_\mu \times U(1)_\tau$$

trasm. di fase di tutti i quark

$$q_i \rightarrow e^{i\frac{1}{3}d_B} q_i$$

trasm. di fase, indipendenti, dei 3 leptoni e neutrini associati

$$l_e \rightarrow e^{i d_e} l_e \quad (l_e = e, \nu_e)$$

e simile per μ, τ .

Le CARICHE CONSERVATE associate sono

B : numero bariónico $B(q) = -B(\bar{q}) = \frac{1}{3}$

$L_{e,\mu,\tau}$: numeri di ciascun tipo di leptone

$$L_e(e) = L_e(\nu_e) = -L_e(\bar{e}) = -L_e(\bar{\nu}_e) = 1$$

identico per $e \rightarrow \mu, \tau$.

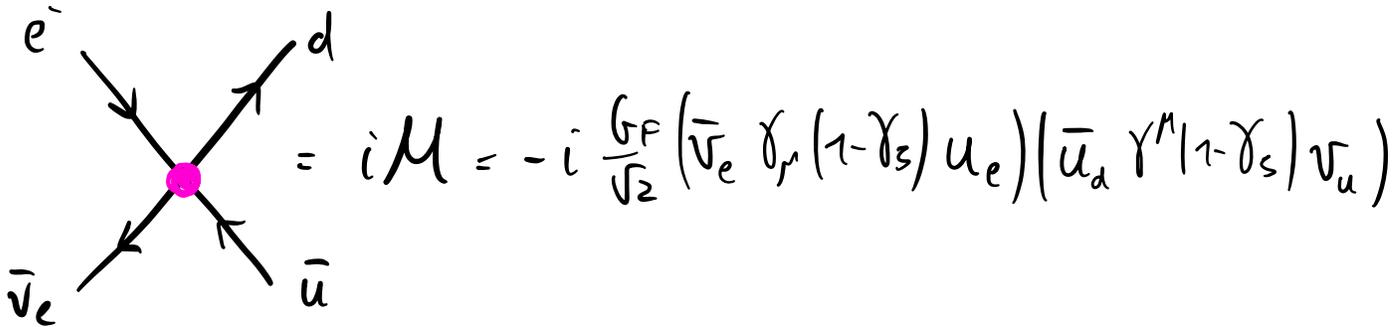
ESTRAPOLANDO LE INTERAZIONI DEBOLI AD ALTE E

Supponiamo di studiare lo scattering

$e^- \bar{\nu}_e \rightarrow d \bar{u}$ in funzione dell'energia del centro di massa \bar{E} .

Il termine di interazione rilevante viene da:

$$\mathcal{L}_{cc}^{\text{eff}} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_e \gamma_\mu (1-\gamma_5) e) (\bar{d} \gamma^\mu (1-\gamma_5) u) + \dots$$


$$= iM = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_e \gamma_\mu (1-\gamma_5) u_e) (\bar{u}_d \gamma^\mu (1-\gamma_5) \nu_u)$$

Prendiamo $\bar{E} \gg m_{e,u,d}$ (trascuriamo le masse) e stimiamo la dipendenza da \bar{E} .

- $M(\psi_1 \psi_2 \rightarrow \psi_3 \psi_4)$ è adimensionale (vedi $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$)
- $[G_F] = \bar{E}^{-2}$

\Rightarrow per compensare: $M \sim G_F \bar{E}^2$ Cresce con l'energia!

L'ampiezza di scattering è però limitata dal principio di unitarietà. [per approfondire: S.24.1.5]

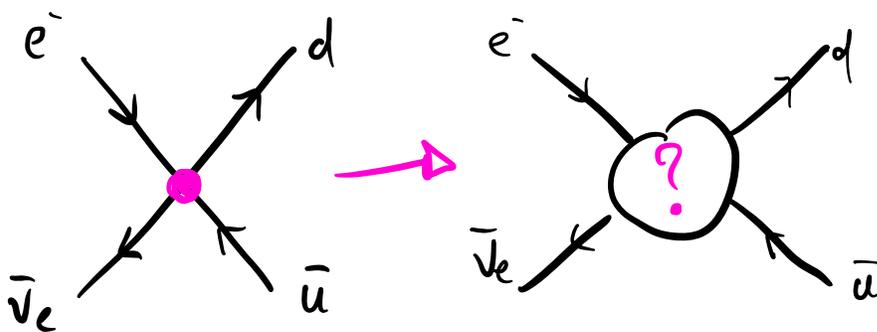
Trascurando la dipendenza angolare, questo si traduce in:

$$|M| \lesssim 16\pi \Rightarrow G_F E^2 \lesssim 16\pi$$

⇒ La teoria effettiva debole non dà risultati consistenti per energie $E \gtrsim \sqrt{16\pi} G_F^{-1/2} \sim 2 \text{ TeV}$

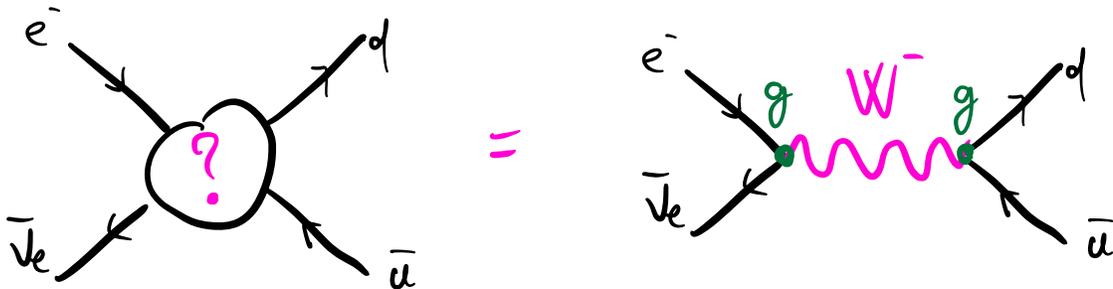
La teoria effettiva necessita di un

COMPLETAMENTO ULTRAVIOLETO per poter spiegare la fisica ad alte energie. Questo deve intervenire ad energie $E < E_{\text{MAX}} \sim 2 \text{ TeV}$, ma può anche essere molto prima in caso di teoria con accoppiamento debole.



ANSATZ:

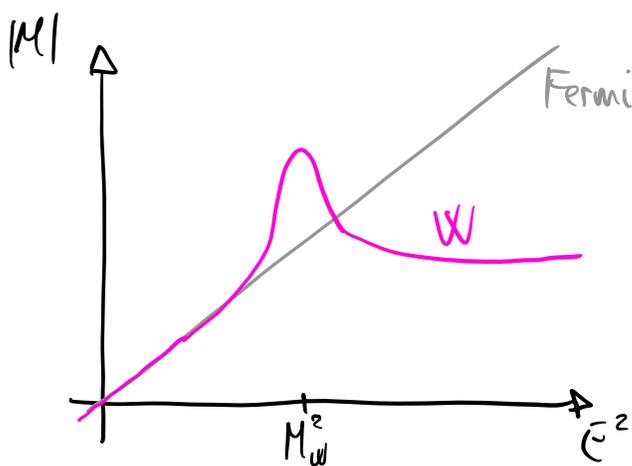
Per mantenere la struttura $\mathcal{L}_{cc}^{\text{eff}} \propto \sum_{cp} \sum_c$ in maniera MINIMALE la soluzione è un mediatore vettore di corrente carica:



In questo caso:
accoppiamento \rightarrow

$$M \sim \frac{g^2}{E^2 - M_W^2} E^2 \sim \begin{cases} -\frac{g^2}{M_W^2} E^2, & E \ll M_W \\ g^2, & E \gg M_W \end{cases}$$

Propagatore \rightarrow



- Ad alte energie è costante.
- A basse energie riproduce la teoria effettiva con

$$G_F \sim \frac{g^2}{M_W^2} \leftarrow \text{MATCHING}$$

- Predice una nuova particella di massa M_W ed accoppiamento g , però non possiamo dire quanto sia M_W , conosciamo solo il rapporto g^2/M_W^2 .

$$\Rightarrow \mathcal{L}_{cc} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{\Sigma}_c^M W_\mu^+ + \bar{\Sigma}_c^{M+} W_\mu \right)$$

$$\Sigma_c^M = V_{ij} \bar{u}_{iL} \gamma^M d_{jL} + \bar{\nu}_{iL} \gamma^M e_{iL}$$

I numeri quantici di W_μ^+ sono fissati da quelli di Σ_c^M e dall'invarianza di gauge + Lorentz:

	spin	$SU(3)_c$	$U(1)_{em}$
W_μ^+	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	1	+1

Esercizio

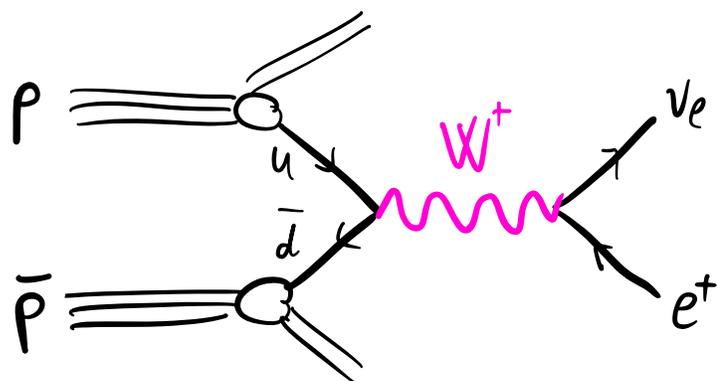
Scrivendo bene l'ampiezza per $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow d \bar{u}$ nella teoria effettiva ed in quella completa con il W trova la relazione

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}$$

FENOMENOLOGIA DEL BOSONE W

Prima di procedere con la costruzione dello SM vediamo come è possibile scoprire sperimentalmente il bosone W.

Struttiamo le sue interazioni con i fermioni:



- Produzione ON-SHELL da scattering protone - antiprotone

$$u \bar{d} \rightarrow W^+$$

- Decadimento $W^+ \rightarrow \nu_e e^+$

Per poter scoprire DIRETTAMENTE (vedere il picco) la particella occorre un'energia del centro di massa almeno $> M_W$.

Collisore SPS @ CERN : $P - \bar{P}$, $E_{cm} = 450 \text{ GeV}$