UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE
Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche – 011SM Fisica
A.A. 2022/2023 Sessione Strarodinaria – VI Prova Scritta – 05.04.2024
Tempo a disposizione: 2 h e 30'

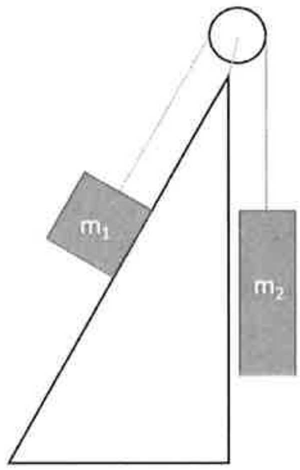
Cognome RIGON **Nome** LUIGI

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Un piano inclinato di $\theta = 60°$ rispetto all'orizzontale presenta nel suo punto più alto una carrucola, attraverso la quale è teso un filo. Ad un estremo del filo c'è un corpo di massa $m_1 = 1.0$ kg che poggia sul piano, mentre all'altro estremo è appeso un corpo di massa $m_2 = 2.0$ kg, che non tocca il piano, come in figura.



La carrucola è libera di ruotare attorno al suo perno senza attrito, è di massa trascurabile ed il filo la fa ruotare senza strisciare su di essa.

a) trascurando l'attrito dinamico tra la massa m_1 ed il piano inclinato, calcolare il modulo dell'accelerazione a e della tensione T del filo:

i) $a = g \dfrac{m_2 - m_1 \operatorname{sen}\theta}{m_1 + m_2}$ ii) $a =$ 3,70 m/s²

i) $T = m_2 (g - a)$ ii) $T =$ 12,2 N

b) se invece l'attrito dinamico tra la massa m_1 ed il piano inclinato non è trascurabile, ma è espresso da un coefficiente d'attrito $\mu_d = 0.4$, quali sono i nuovi valori dell'accelerazione a' e della tensione T' del filo ?

i) $a' = g \dfrac{m_2 - m_1(\operatorname{sen}\theta + \mu_d \cos\theta)}{m_1 + m_2}$ ii) $a' =$ 3,05 m/s²

i) $T' = m_2 (g - a')$ ii) $T' =$ 13,5 N

2) Un tubo di lunghezza $L = 4.0$ m e raggio $R = 5.0$ cm viene utilizzato per fare scorrere un liquido viscoso ($\eta = 0.035$ Pa·s) da un recipente A ad un recipente B, tra i quali esiste una differenza di pressione $p_A - p_B = 1200$ Pa. Calcolare

a) La portata in volume Q del flusso nel tubo:

i) $Q = \dfrac{\pi}{8} \dfrac{R^4}{\eta} \dfrac{(p_A - p_B)}{L}$ ii) $Q =$ 21,0 ℓ/s

b) La velocità (media) v con cui il liquido fluisce nel tubo:

i) $v = \dfrac{1}{8} \dfrac{R^2}{\eta} \dfrac{(p_A - p_B)}{L}$ ii) $v =$ 2,68 m/s

c) Si supponga ora di sostituire il tubo di cui sopra con un sistema di due tubi identici tra di loro, anch'essi di lunghezza L, ma di raggio $r < R$. I due tubi sono disposti in parallelo, ovvero ciascuno di essi fa scorrere il liquido viscoso direttamente da A a B, e rimane vero che $p_A - p_B = 1200$ Pa.

Si determini il valore di r tale per cui la portata complessiva del flusso attraverso i due tubi rimane la stessa Q calcolata in precedenza per un solo tubo.

i) $r = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} R$ ii) $r =$ 4.2 cm

3) Una quantità n = 1.80 mol di gas perfetto si espande isotermicamente e reversibilmente alla temperatura t = 100 °C, finchè la pressione finale p_f diventa 1/4 della pressione iniziale p_i. Il volume iniziale è V_i = 40 litri.

a) Quanto vale la pressione finale ?

i) $p_f = \frac{1}{4} p_i = \frac{1}{4} \frac{nRT}{V_i}$ ii) $p_f =$ 35 000 Pa

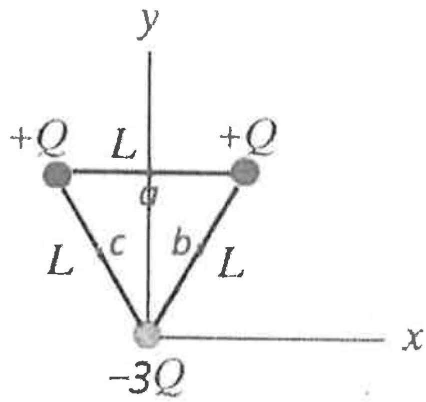
b) Quanta energia viene ceduta al gas sotto forma di calore Q ?

i) $Q = -\mathcal{L} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$ ii) $Q =$ 7740 J

c) Quanto vale la variazione di entropia ΔS del gas ?

i) $\Delta S = \frac{Q}{T}$ ii) $\Delta S =$ 20,7 J/K

4) Tre cariche puntiformi $+Q$, $+Q$ e $-3Q$, con Q = 1.0 nC, sono poste nei vertici di un triangolo equilatero di lato L = 2.0 cm, come illustrato in figura.



Si calcoli:

a) il valore del potenziale elettrostatico V_a, V_b e V_c nei *punti medi* dei tre lati, indicati in figura con le lettere a, b, e c.

i) $V_a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{L/2} + \frac{Q}{L/2} - \frac{3Q}{L\sqrt{3}/2}\right)$ ii) $V_a =$ 241 V

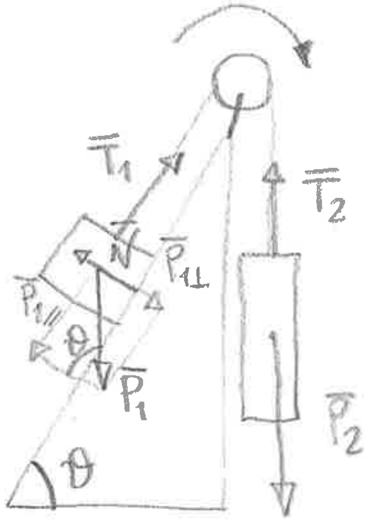
i) $V_b = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{L/2} - \frac{3Q}{L/2} + \frac{Q}{L\sqrt{3}/2}\right)$ ii) $V_b =$ − 1280 V

i) $V_c = V_b$ ii) $V_c =$ − 1280 V

b) il vettore campo elettrico $\boldsymbol{E}_a$ nel punto medio del lato superiore del triangolo, indicato in figura con la lettera a.

i) $\boldsymbol{E}_a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{-3Q}{\left(\frac{L\sqrt{3}}{2}\right)^2} \hat{j}$ ii) $\boldsymbol{E}_a =$ $-9{,}0 \cdot 10^4 \frac{N}{C} \hat{j}$

(1)



$|\bar{T}_1| = |\bar{T}_2| = T$

$|\bar{P}_{1//}| = m_1 g \operatorname{sen}\theta$

$|\bar{P}_{1\perp}| = m_1 g \cos\theta = |\bar{N}|$

$|\bar{P}_2| = m_2 g$

$m_1 = 1{,}0 \text{ kg}$

$m_2 = 2m_1 = 2{,}0 \text{ kg}$

a) Le forze in gioco sono quelle indicate in figura. Essendo $m_2 > m_1$ il sistema evolverà facendo ruotare la carrucola in verso orario.
Applicando la II legge di Newton a m_1 ed m_2 separatamente (segno + per le forze che favoriscono il moto, segno − per quelle che lo ostacolano) si ha

m_1: $\quad |T_1| - |\bar{P}_{1//}| = m_1 |\bar{a}|$

$$T - m_1 g \operatorname{sen}\theta = m_1 a \qquad (1)$$

m_2: $\quad |\bar{P}_2| - |\bar{T}_2| = m_2 |\bar{a}|$

$$m_2 g - T = m_2 a \qquad (2)$$

Sommando membro a membro (1) e (2) si ha:

$$\cancel{T} - m_1 g \operatorname{sen}\theta + m_2 g - \cancel{T} = m_1 a + m_2 a$$

$$g(m_2 - m_1 \operatorname{sen}\theta) = a(m_1 + m_2) \qquad (3)$$

(che poi è la II legge di Newton applicata al sistema nel suo insieme). Da (3) si ottiene:

$$a = g\,\frac{m_2 - m_1 \operatorname{sen}\theta}{m_1 + m_2} = g\,\frac{\cancel{m_1}(2 - \operatorname{sen}\theta)}{3\cancel{m_1}}$$

$$\stackrel{!}{=} 9{,}8\ \text{ms}^{-2}\left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\frac{1}{3} = 3{,}70\ \text{m/s}^2$$

Per trovare T riparto dalla (2):

$$T = m_2(g-a) \qquad \text{con} \quad a = g\,\frac{(2-\text{sen}\vartheta)}{3}$$

$$\overset{|}{=} m_2\left(g - g\,\frac{(2-\text{sen}\vartheta)}{3}\right)$$

$$\overset{|}{=} m_2 g\left(\frac{3-2+\text{sen}\vartheta}{3}\right) = m_2 g\,\frac{1+\text{sen}\vartheta}{3}$$

$$\overset{|}{=} 2{,}0\ \text{Kg}\cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2}\cdot\frac{1+\sqrt{3}/2}{3}$$

$$\overset{|}{=} 9{,}8\cdot\frac{2+\sqrt{3}}{3}\ N = 12{,}2\ N$$

b) Se l'attrito non è trascurabile, si ha

$$F_a = \mu_d N = \mu_d\, m_1 g\cos\vartheta$$

e la forza d'attrito è orientata come $P_{1//}$ e si somma ad essa. Quindi (1) diventa (1')

$$T' - m_1 g\,\text{sen}\vartheta - \mu_d m_1 g\cos\vartheta = m_1 a' \qquad (1')$$

Mentre (2) diventa (2')

$$m_2 g - T' = m_2 a' \qquad (2')$$

La somma (1')+(2') dà:

$$\cancel{T'} - m_1 g\,\text{sen}\vartheta - \mu_d m_1 g\cos\vartheta + m_2 g - \cancel{T'} = (m_1+m_2)a' \qquad (3')$$

Da cui:

$$a' = g\,\frac{m_2 - m_1(\text{sen}\vartheta + \mu_d\cos\vartheta)}{m_1+m_2}$$

$$\overset{|}{=} g\,\frac{2-(\text{sen}\vartheta+\mu_d\cos\vartheta)}{3}$$

$$\overset{|}{=} g\,\frac{2-(\sqrt{3}/2 + 0{,}4\cdot 1/2)}{3} = 3{,}05\ \frac{m}{s^2}$$

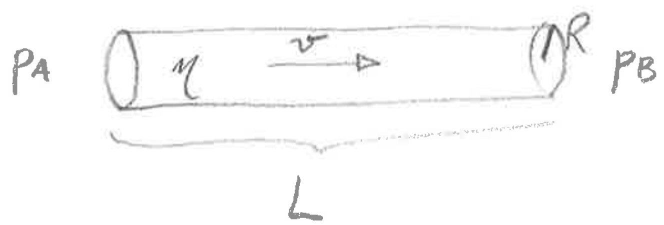
Infine, sostituendo in (2') si trova T':

$$T' = m_2(g-a') = m_2 g\left(1 - \frac{2-(\sqrt{3}/2 + 0{,}4\cdot 1/2)}{3}\right)$$

$$\overset{|}{=} m_2 g\left(\frac{3-2+(\sqrt{3}/2+0{,}4\cdot 1/2)}{3}\right) =$$

$$\overset{|}{=} 2{,}0\ \text{Kg}\ 9{,}8\ \frac{m}{s^2}\cdot\left(\frac{1+\sqrt{3}/2+0{,}2}{3}\right) = 13{,}5\ N$$

(2)



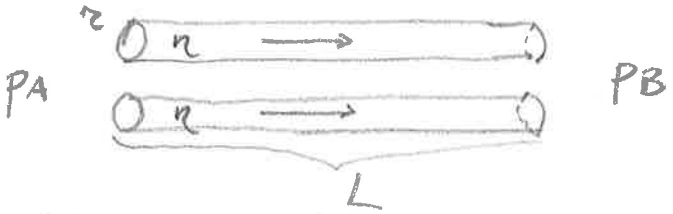
$L = 4.0\ m$
$R = 5.0\ cm = 5.0 \cdot 10^{-2}\ m$
$\eta = 0{,}035\ Pa \cdot s$
$\Delta p = p_A - p_B = 1200\ Pa$

Per la legge di Poiseville:

a) $$Q = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{R^4}{\eta} \cdot \frac{\Delta p}{L} = \frac{\pi}{8} \frac{(5{,}0 \cdot 10^{-2} m)^4}{3{,}5 \cdot 10^{-2}\ \cancel{Pa} \cdot s} \cdot \frac{1{,}2 \cdot 10^3\ \cancel{Pa}}{4.0\ m} = \frac{\pi}{8} \frac{5{,}0^4 \cdot 1{,}2}{3{,}5 \cdot 4{,}0} \cdot \frac{10^{-8}\ 10^3}{10^{-2}}\ 10^{-3}\ \frac{m^3}{s} = 21{,}0 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s} = 21{,}0\ l/s$$

b) $$v = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{1}{8} \frac{R^2}{\eta} \frac{\Delta p}{L} = \frac{1}{8} \frac{(5{,}0 \cdot 10^{-2} m)^2}{3{,}5 \cdot 10^{-2}\ \cancel{Pa}\ s} \cdot \frac{1{,}2 \cdot 10^3\ \cancel{Pa}}{4{,}0\ m} = \frac{25 \cdot 1{,}2}{8 \cdot 3{,}5\ 4{,}0} \cdot \frac{10^{-4} \cdot 10^3}{10^{-2}}\ 10\ \frac{m}{s} = 2{,}68\ \frac{m}{s}$$

c)



Il flusso si dividerà equamente sui due tubi
La portata di ciascuno di essi deve quindi essere $\frac{Q}{2}$:

$$\frac{\pi}{8} \frac{r^4}{\eta} \frac{\Delta p}{L} = \frac{Q}{2} = \frac{1}{2} \frac{\pi}{8} \frac{R^4}{\eta} \frac{\Delta p}{L}$$

Quindi: $r^4 = \frac{1}{2} R^4$

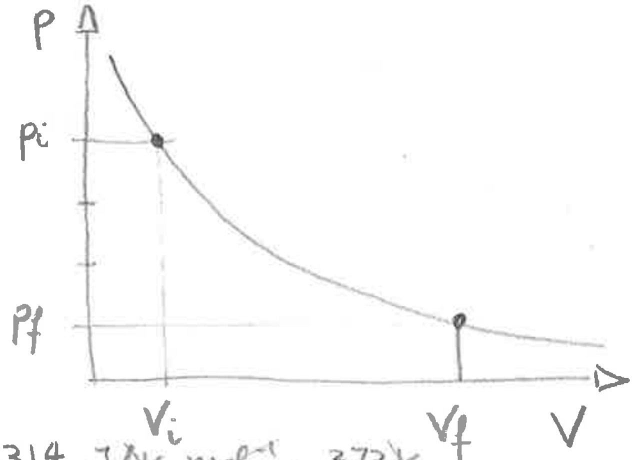
$$r = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} R \cong 0{,}84 \cdot 5.0\ cm = 4{,}2\ cm$$

(3) $n = 1{,}80 \text{ mol}$

$t = 100\ °C \Rightarrow T = 373\ K$

$p_f = \frac{1}{4} p_i$

$V_i = 40\ \ell = 4{,}0 \cdot 10^{-2}\ m^3$



a) $p_i = \frac{nRT}{V_i} = \frac{1{,}80 \text{ mol} \cdot 8{,}314 \text{ J/K mol}^{-1} \cdot 373 K}{4{,}0 \cdot 10^{-2}\ m^3} = 140.000\ Pa$

$p_f = \frac{1}{4} p_i = 35\,000\ Pa \qquad V_f = 4 \cdot V_i = 160\ \ell$

b) Essendo la trasformazione isoterma, $\Delta E_{int} = 0 \Rightarrow$

$Q = -\mathcal{L} = \int_{V_i}^{V_f} p\,dV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V}\,dV = nRT \ln \frac{V_f}{V_i} = 1{,}80 \text{ mol} \cdot 8{,}314 \cdot \text{J/K mol}^{-1} \cdot 373 K \cdot \ln 4 = 7740\ J$

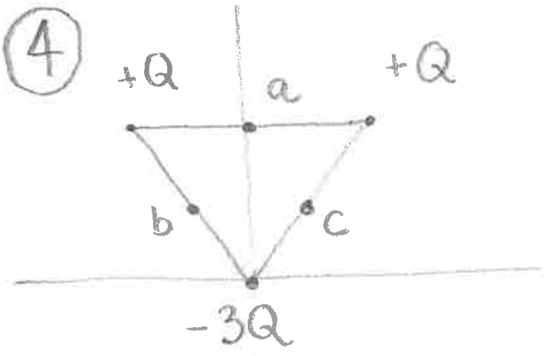
il segno è positivo, il che conferma che si tratta di calore ceduto al gas

c) Trattandosi di una trasformazione isoterma e reversibile si ha semplicemente:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{nRT \ln \frac{V_f}{V_i}}{T} = nR \ln \frac{V_f}{V_i} = 20{,}7\ \frac{J}{K}$$

Anche in questo caso $\Delta S > 0$ è coerente con l'espansione.

(4)



$L = 2{,}0 \text{ cm}$

$Q = 1{,}0 \text{ nC} = 1{,}0 \cdot 10^{-9} \text{ C}$

a) Per motivi di simmetria, notiamo subito $V_b = V_c$

Per V_a, notiamo che il punto a dista $\frac{L}{2}$ dalle due cariche $+Q$, mentre dista $L\frac{\sqrt{3}}{2}$ dalla carica $-3Q$.

Quindi:

$$V_a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{L/2} + \frac{Q}{L/2} - \frac{3Q}{L\sqrt{3}/2}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{4Q}{L} - \frac{6Q}{L\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{4Q}{L} - \frac{2\sqrt{3}Q}{L}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(4-2\sqrt{3}\right)\frac{Q}{L}$$

$$= 9\cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\cdot\left(4-2\sqrt{3}\right)\cdot\frac{1{,}0\cdot 10^{-9}\text{ C}}{2{,}0\cdot 10^{-2}\text{ m}} = 2{,}41\cdot 10^2 \text{ V}$$

Per V_b, notiamo che il punto b dista $\frac{L}{2}$ dalla carica $-3Q$, $\frac{L}{2}$ da una delle due cariche Q e $\frac{L\sqrt{3}}{2}$ dall'altra carica Q.

Quindi:

$$V_b = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{3Q}{L/2} + \frac{Q}{L/2} + \frac{Q}{L\sqrt{3}/2}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-4\frac{Q}{L} + \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\frac{Q}{L}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{3}\sqrt{3} - 4\right)\frac{Q}{L} =$$

$$= 9\cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\cdot\left(\frac{2}{3}\sqrt{3} - 4\right)\frac{1{,}0\cdot 10^{-9}\text{ C}}{2{,}0\cdot 10^{-2}\text{ m}} = -1{,}28\cdot 10^3 \text{ V}$$

b) Per motivi di simmetria, notiamo subito che il contributo al campo elettrico in a da parte delle due cariche positive è uguale e contrario, ovvero si annulla.
Resta quindi il solo contributo della carica negativa $-3Q$:

$$\bar{E}_a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(-3Q)}{\left(\frac{L\sqrt{3}}{2}\right)^2}\hat{j} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3Q\cdot 2^2}{3L^2}\hat{j} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Q}{L^2}\hat{j}$$

$$= -9\cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\cdot\frac{4{,}0\cdot 10^{-9}\text{ C}}{4{,}0\cdot 10^{-4}\text{ m}^2}\hat{j} = -9{,}0\cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}\hat{j}$$