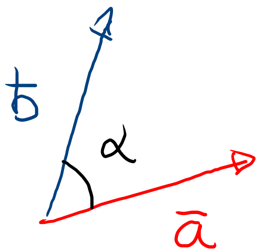
# PRODOTTO SCALARE TRA $\bar{a}$ e $\bar{b}$

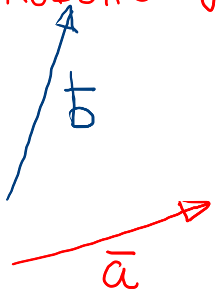



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

é commutativo.

# PRODOTTO VETTORIALE TRA DUE VETTORI



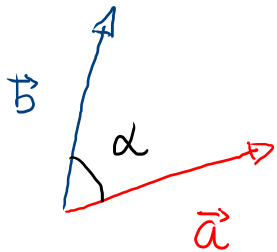

$$\vec{v} = \vec{a} \times \vec{b} \qquad (\vec{v} = \vec{a} \wedge \vec{b})$$

$$|\vec{v}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \operatorname{sen}\alpha$$

direzione: $\perp$ al piano di $\bar{a}$ e $\bar{b}$

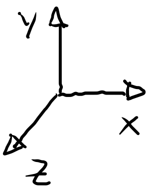
verso: regola della mano dx

($\vec{v}$ uscente dalla lavagna)




$$\vec{b} \times \vec{a} = -\vec{v} = -\bar{a} \times \bar{b}$$

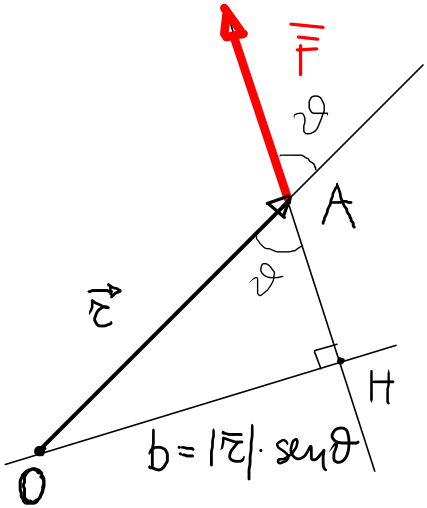
(è anticommutativo)




$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$$

$$\bar{v} \begin{cases} v_x = +a_y b_z - b_y a_z \\ v_y = -a_x b_z + b_x a_z \\ v_z = +a_x b_y - b_x a_y \end{cases}$$

# MOMENTO DI $\vec{F}$ rispetto ad O




b è il braccio di $\vec{F}$ rispetto ad O

$$\vec{r} = \vec{A} - \vec{O}$$

$$\boxed{\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}}$$

direzione : ⊥ alla lavagna

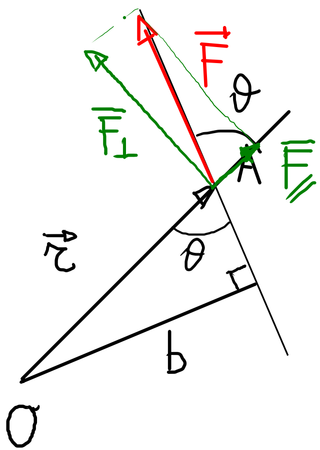
verso : uscente

$$|\vec{M}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \operatorname{sen}\vartheta = |F| \cdot b$$

$|F| \to N$, $b \to m$

$$[\vec{M}] = N \cdot m$$

# MOMENTO DI $\vec F$ rispetto ad O




$$\boxed{\vec M = \vec r \times \vec F} \qquad [\vec M] = N \cdot m$$

$$|\vec M| = |\vec r| \cdot |\vec F|\, \text{sen}\,\vartheta = b \cdot |\vec F|$$

$$b = |\vec r| \cdot \text{sen}\,\theta$$

$$\bar F_\parallel + \bar F_\perp = \bar F \qquad |\bar F_\parallel| = |\bar F| \cdot \cos\vartheta \qquad |\bar F_\perp| = |\bar F| \cdot \text{sen}\,\theta$$

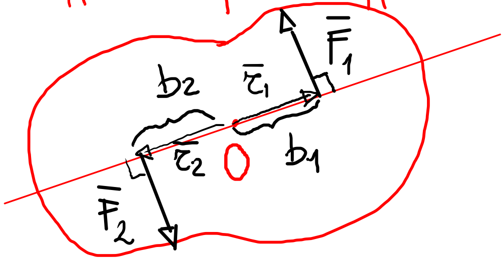
$$\vec M = \vec r \times \bar F = \vec r \times (\bar F_\parallel + \bar F_\perp) \overset{!}{=} \underbrace{\vec r \times \vec F_\parallel}_{\bar M_\parallel} + \underbrace{\vec r \times \vec F_\perp}_{\bar M_\perp} = 0 + \vec M_\perp = 0 + \vec M = \vec M$$

$\vec M_\parallel = \vec r \times \bar F_\parallel = 0$ perché $\vec r$ e $\bar F_\parallel$ sono paralleli

il braccio di $\bar F_\parallel$ rispetto ad O è 0

$$\bar M_\perp = \vec r \times \bar F_\perp = \left\{ \begin{array}{l} |\vec M_\perp| = |\vec r| \cdot |\bar F_\perp| \cdot \text{sen}\frac{\pi}{2} = |\vec r| \cdot |\bar F_\perp| = |\vec r| \cdot |\bar F| \cdot \text{sen}\,\vartheta \\ \text{direzione ortogonale, verso uscente} \end{array} \right\} = \vec M$$

coppia di forze applicata ad un corpo esteso




$$\vec{F}_1 + \bar{F}_2 = 0 \qquad \bar{F}_2 = -\bar{F}_1$$

$$F_2 = F_1 = F$$

$$b_1 = b_2 = b$$

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 = 0$$

equilibrio traslazionale

$$|\bar{M}_1| = |\bar{r}_1 \times \bar{F}_1| = |\vec{r}_1| \cdot |\vec{F}_1| \cdot \operatorname{sen}\frac{\pi}{2} = |\bar{r}_1| \cdot |\bar{F}_1| = b \cdot F$$

$$|\vec{M}_2| = |\bar{r}_2 \times \bar{F}_2| = |\bar{r}_2| \cdot |\bar{F}_2| \cdot \operatorname{sen}\frac{\pi}{2} = |\bar{r}_2| \cdot |\bar{F}_2| = b \cdot F$$

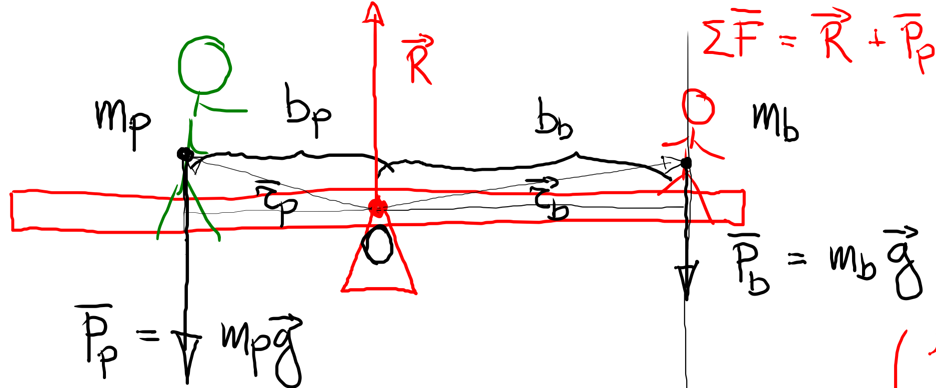
$$\vec{M}_1 = \vec{M}_2 = \vec{M}$$

$$\sum \vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = 2 \cdot \vec{M} \neq 0$$

$\Rightarrow$ non c'è equilibrio rotazionale $\Rightarrow$ il corpo ruota!

$\sum \bar{M} = 0 \Rightarrow$ c'è equilibrio rotazionale.

$$\Sigma \vec{F} = \vec{R} + \vec{P}_p + \vec{P}_b = 0$$




$b_p < b_b$

(il momento di $\vec{R}$ rispetto al O è nullo)

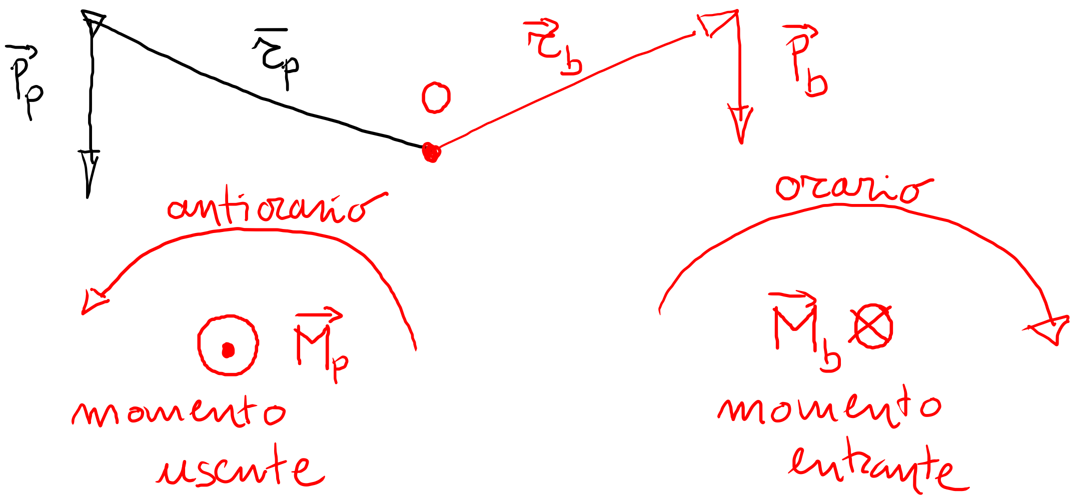
$$|\vec{M}_b| = |\vec{\tau}_b \times \vec{P}_b| = |\vec{P}_b| \cdot b_b = m_b b_b g$$

$$|\vec{M}_p| = |\vec{\tau}_p \times \vec{P}_p| = |\vec{P}_b| \cdot b_p = m_p b_p g$$

$\overline{M}_b$ e $\overline{M}_p$ hanno stessa direzione MA verso opposto.

$$\Sigma \vec{M} = 0 \iff m_b b_b \cancel{g} = m_p b_p \cancel{g}$$

$$b_p = b_b \frac{m_b}{m_p}$$




$\sum \vec{M} = 0$ no rotazione

# LEVE

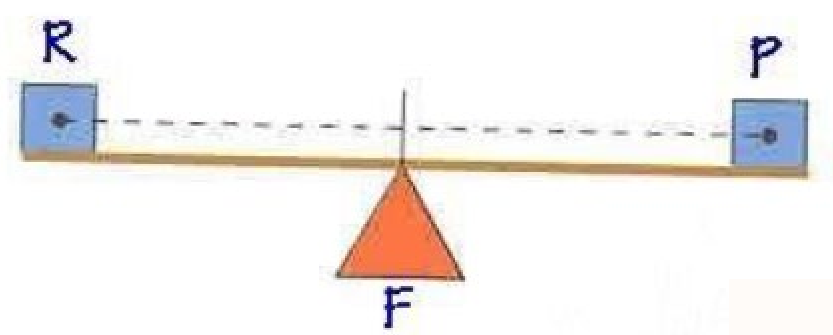
forza applicata (o forza motrice) [POTENZA] P

forza resistente [RESISTENZA] R

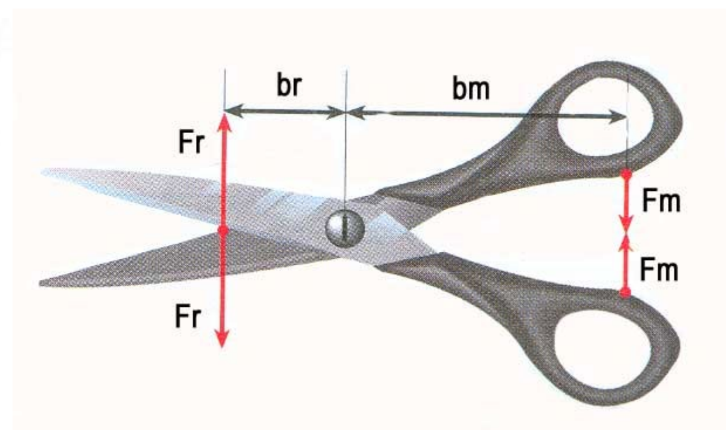
| genere | cosa c'è al centro? | |
|---|---|---|
| I | fulcro | F |
| II | resistenza | R |
| III | potenza | P |

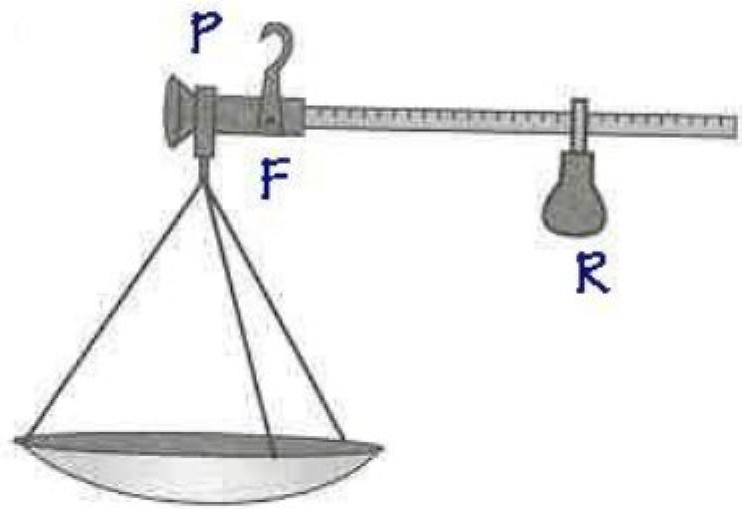
# Leve di primo genere

Nelle leve di primo genere la posizione centrale e’ occupata dal fulcro.
Le leve di primo genere possono essere vantaggiose, svantaggiose o neutre a seconda della lunghezza dei bracci della “potenza” (= forza motrice) e della “resistenza” (= forza resistente).

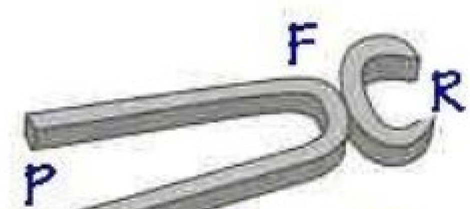



R= resistenza
P= potenza
F= fulcro



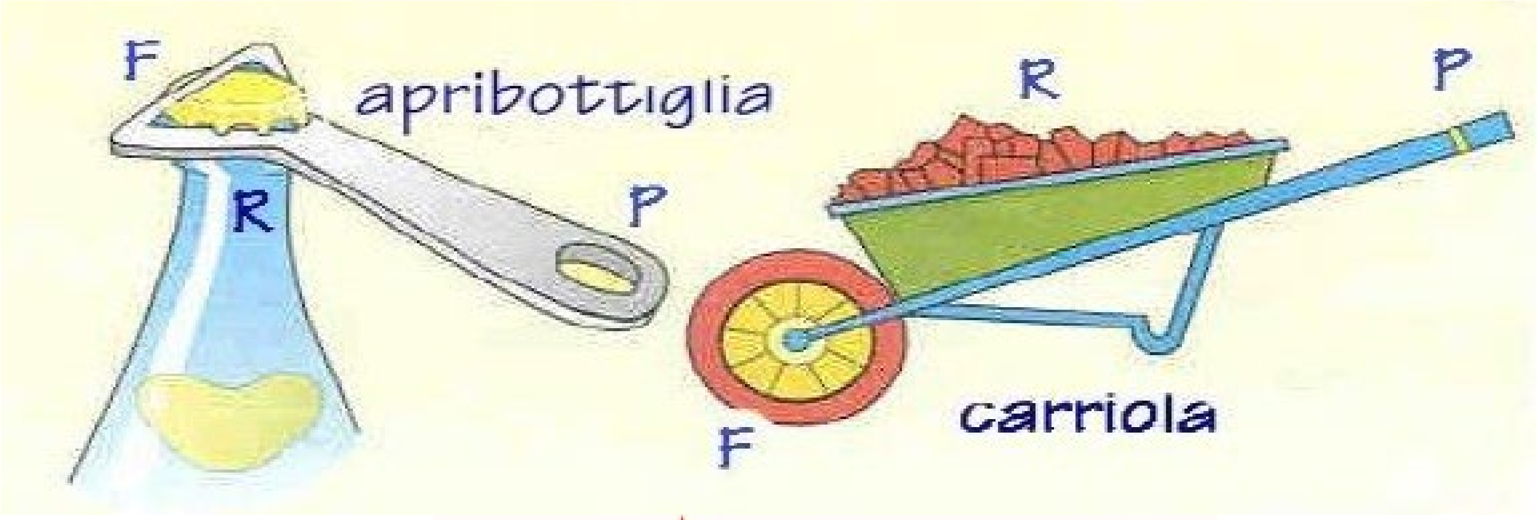

stadera

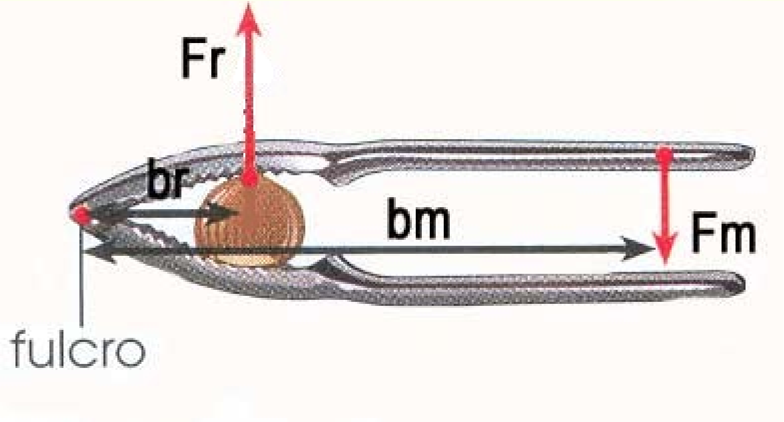



tenaglie

# Leve di secondo genere

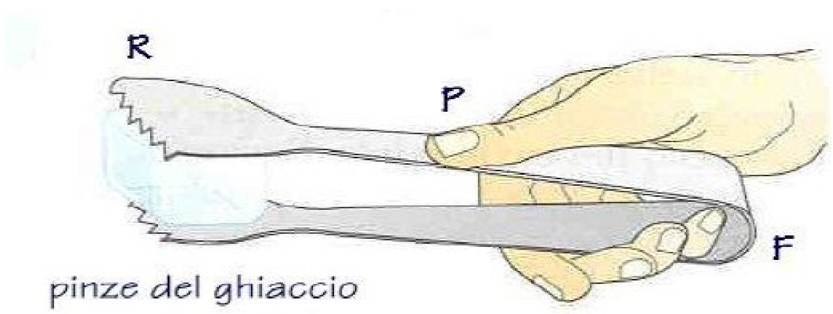
Nelle leve di secondo genere la posizione centrale e’ occupata dalla “resistenza” (= forza resistente).
Pertanto il braccio della “potenza” (= forza motrice) e’ sempre maggiore di quello della “resistenza” (= forza resistente) e la leva di secondo genere e’ sempre vantaggiosa.

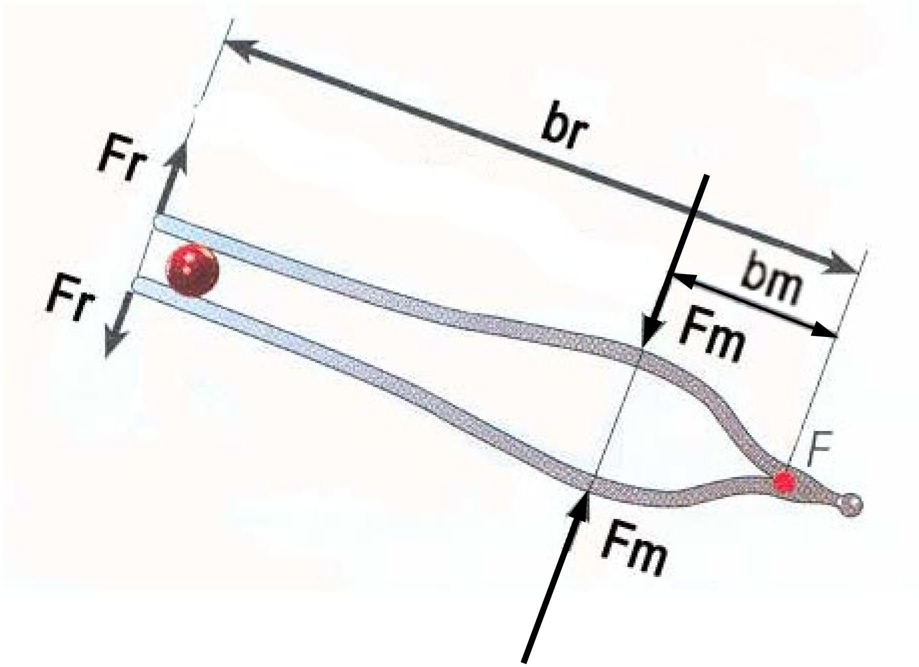


# Leve di terzo genere

Nelle leve di terzo genere la posizione centrale e' occupata "potenza" (= forza motrice). Pertanto il braccio della "potenza" (= forza motrice) e' sempre minore di quello della "resistenza" (= forza resistente) e la leva di terzo genere e' sempre svantaggiosa.

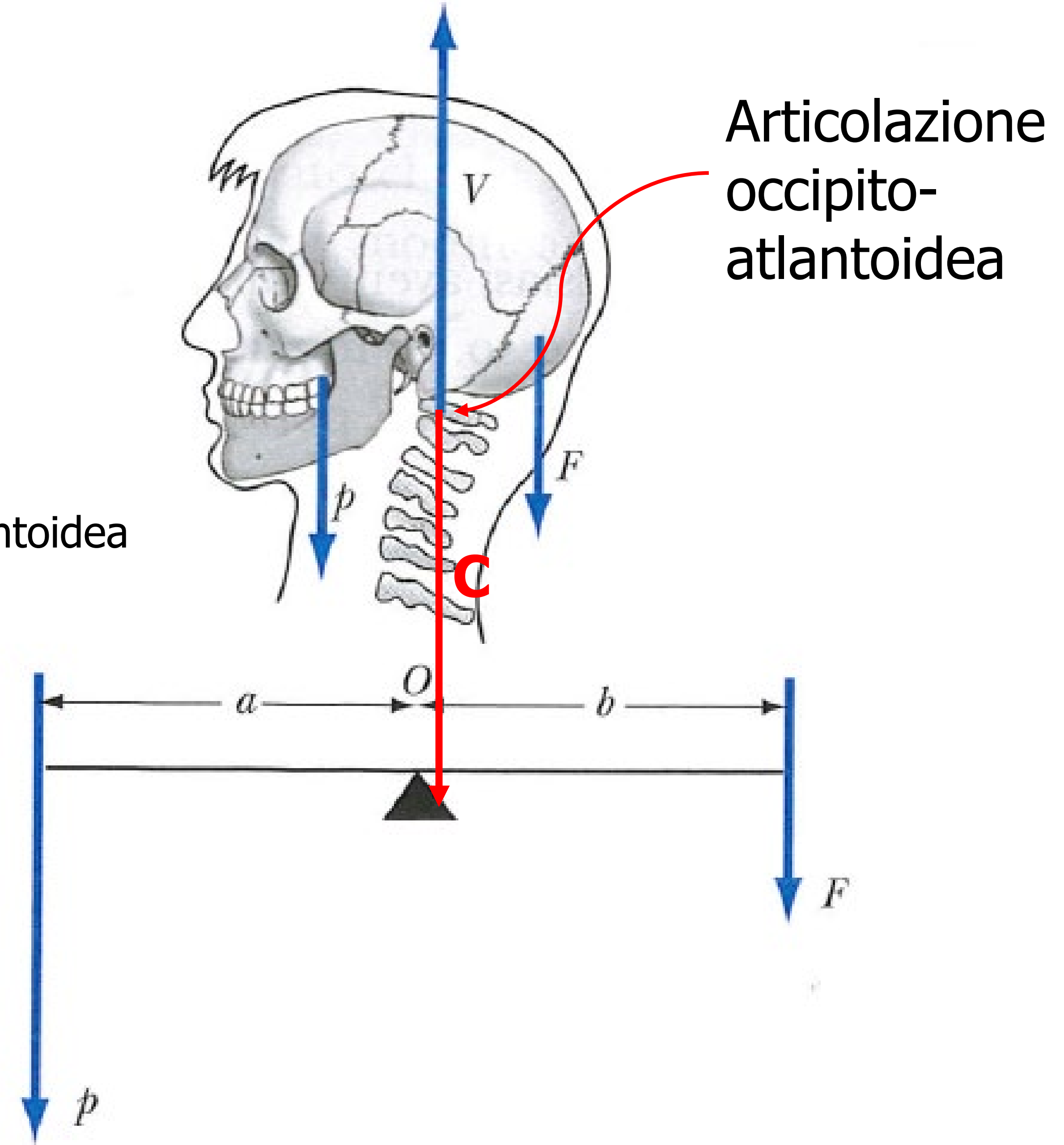


# La testa

**V** = reazione vincolare
**C** = sforzo compressionale
**V**=-**C**

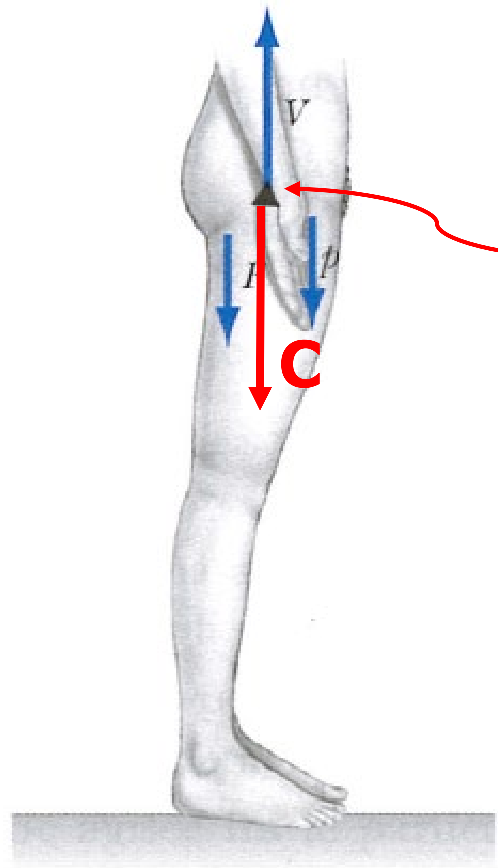
Nota: le forze in blu agiscono sulla testa; la forza C invece sull'articolazione occipito-atlantoidea (per il terzo principio)



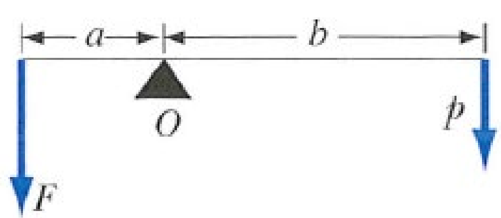
# Il tronco

**V** = reazione vincolare
**C** = sforzo compressionale
**V**=-**C**

Nota: le forze in blu agiscono sulla tronco; la forza C invece sulla settima vertebra dorsale (per il terzo principio)

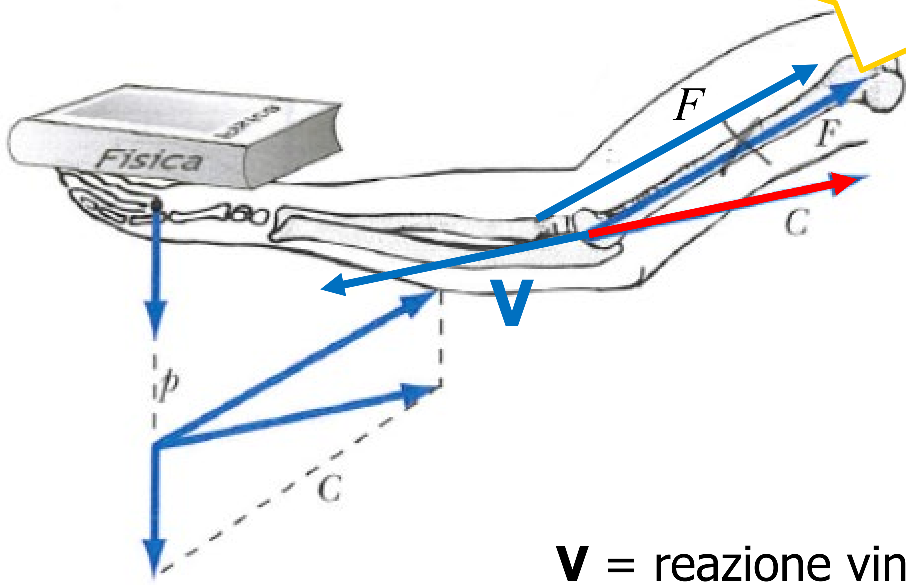


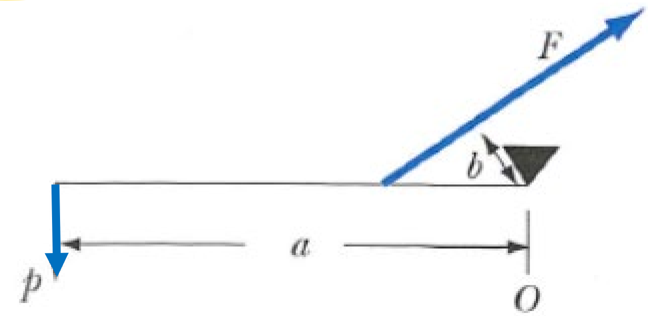

Settima vertebra dorsale ?



# L’avambraccio

Occhio all’errore
nella II ed. del libro !
(corretto nella III)

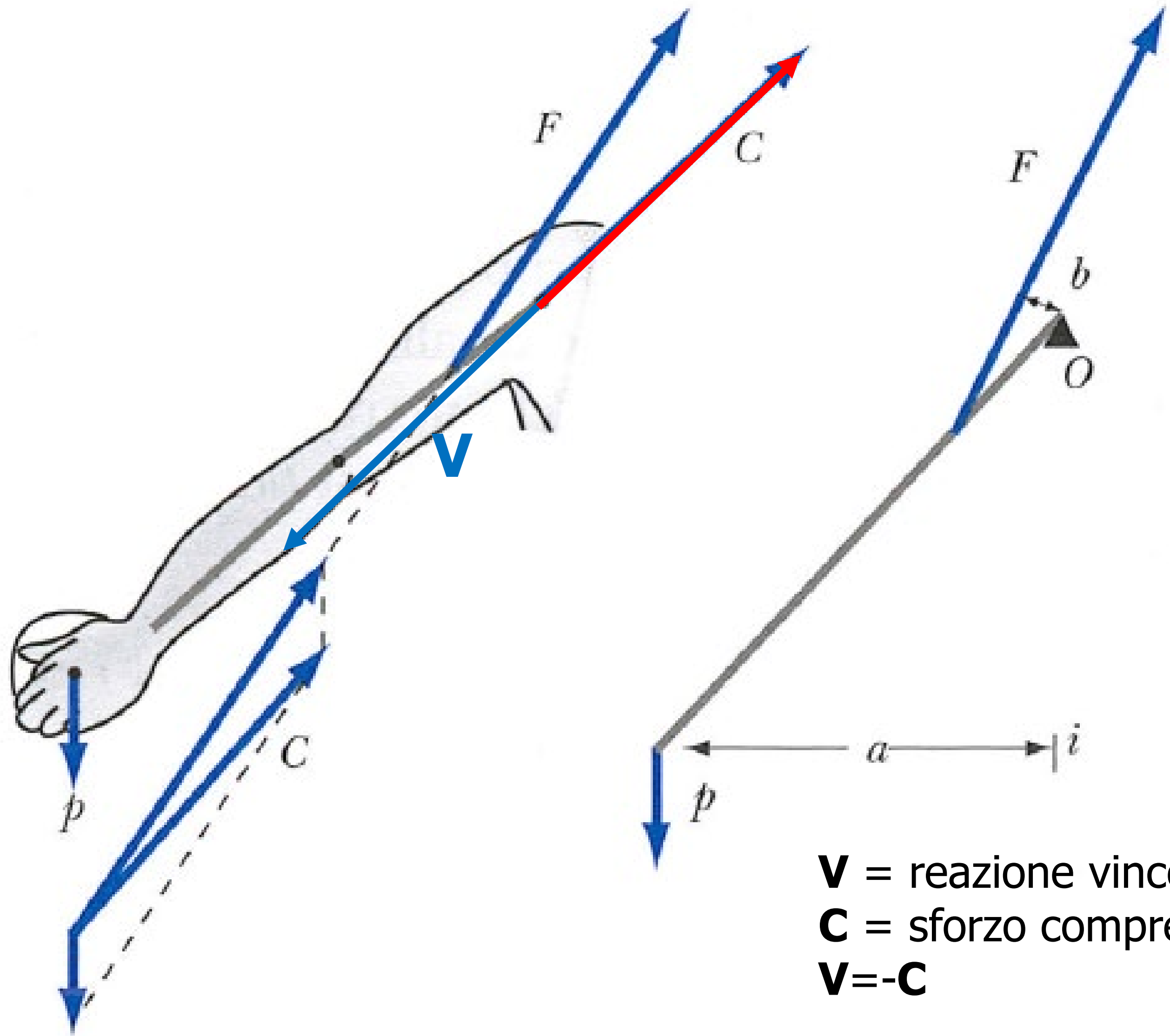



**V** = reazione vincolare
**C** = sforzo compressionale
**V**=-**C**

Nota: le forze in blu agiscono sull’avambraccio;
la forza C invece sull’omero (per il terzo principio)

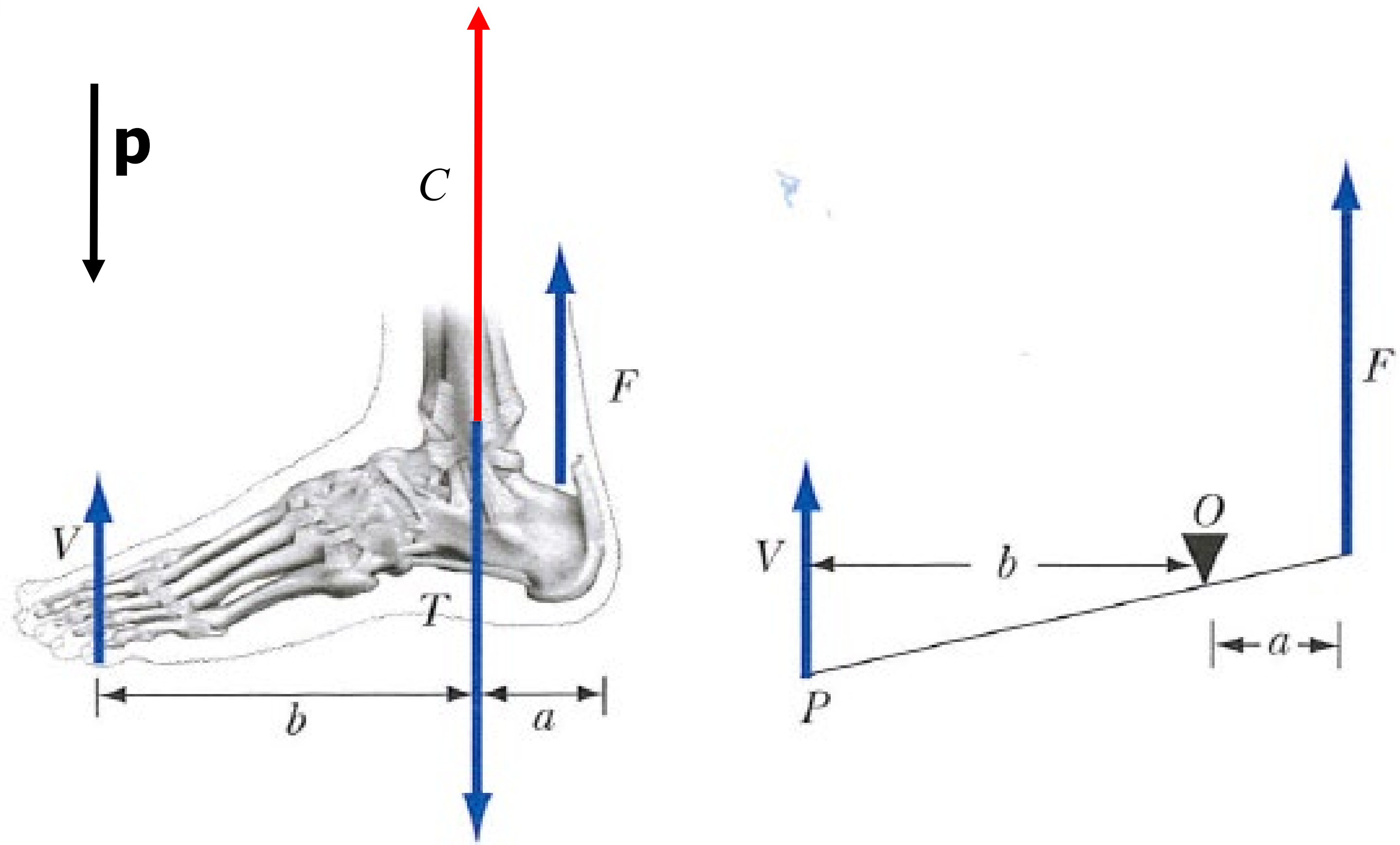
# La spalla




**V** = reazione vincolare
**C** = sforzo compressionale
**V**=-**C**

Nota: le forze in blu agiscono sul braccio;
la forza C invece sulla spalla (per il terzo principio)

# Il piede (poggiato in punta)




**V** = reazione vincolare esercitata dal pavimento sul metatarso
**C** = sforzo compressionale, **C**=-**T**
le forze in blu agiscono sul piede; la forza **C** invece sulla tibia (per il terzo principio)

**p** = peso del corpo, applicato sul baricentro del corpo, **V**=-**p**
Il corpo sta in equilibrio: **V** e **p** hanno stessa retta d'applicazione