Introduzione alla fisica
261SM
Energia

Prof. Pierre Thibault
pthibault@units.it

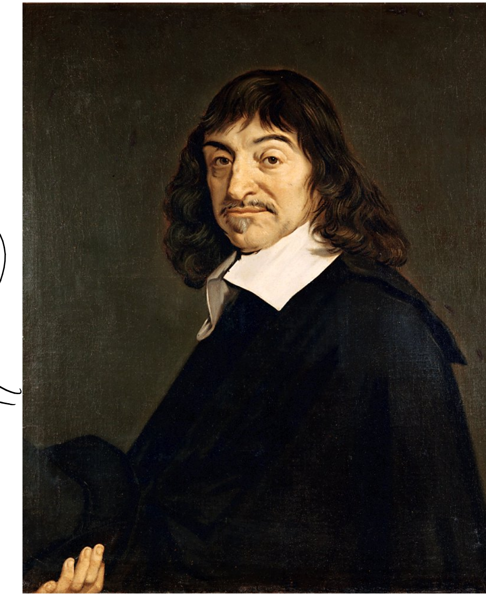
Vis viva

Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716)

mv^2

$m|v|$

quantità di moto $\neq$ energia



René Descartes (1596-1650)

Thomas Young: "energy"

Coriolis: "énergie cinétique" $\frac{1}{2}mv^2$

Energia cinetica

$K = \frac{1}{2} m v^2$ ← punto materiale di massa m

$K = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$ ← insieme di punti materiali

* Unità: $1\,J = 1\,kg\,m^2/s^2$

* Energia: scalare! $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (\vec{v} \cdot \vec{v})$

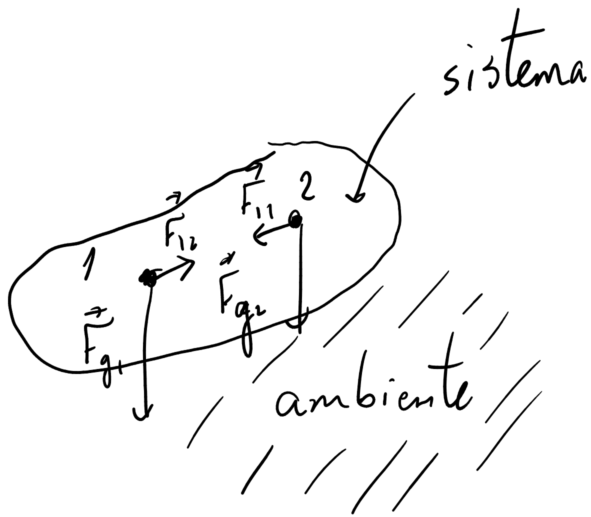
Esempio:

macchina di 1000 kg a 50 km/h : $K = \frac{1}{2} 1000\,kg \cdot \left(\frac{50}{3.6} \frac{m}{s}\right)^2$

$= 97\,kJ$

a 60 km/h $K = 140\,kJ$

Sistema e ambiente



$\vec{F}_{12}$, $\vec{F}_{21}$: forze interne

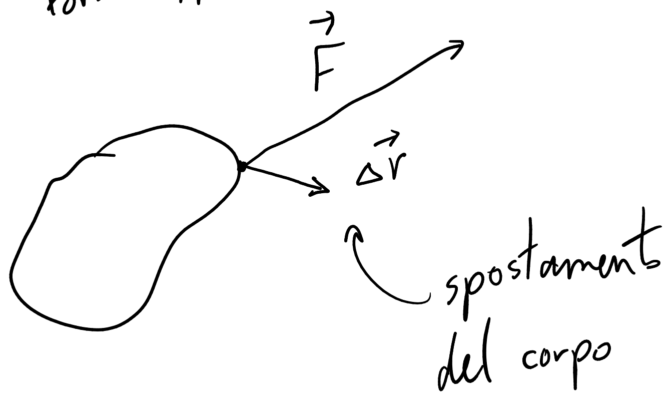
$\vec{F}_{g1}$, $\vec{F}_{g2}$: forze esterne

sistema : insieme di corpi delimitato da una superficie immaginaria

ambiente : tutto il resto (fuori del sistema)

Lavoro

forza applicata sul corpo

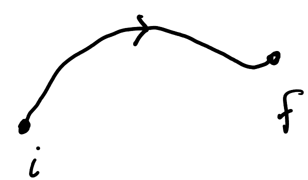


Lavoro compiuto dalla forza:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

più generalmente

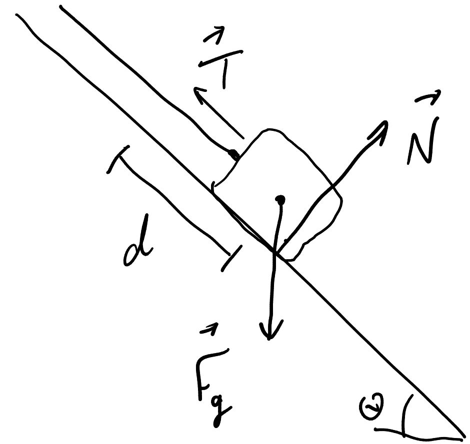
$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r}$$



- Unità del lavoro: $\mathrm{kg}\,\frac{m^2}{s^2} = J$
- $\vec{F}$ parallela a $\Delta\vec{r}$: $W = F\Delta r$
- $\vec{F}$ perpendicolare a $\Delta\vec{r}$ $W = 0$
- $\vec{F}$ verso opposto a $\Delta\vec{r}$ $W = -F\Delta r$

Esempio

Un blocco trascinato da un cavo su una distanza d



* Lavoro compiuto dalla forza di tenzione:

$$W_T = T d$$

* Lavoro compiuto dalla forza normale?

$$W_N = 0 \qquad \vec{F}_N \perp \text{spostamento}$$

* Lavoro compiuto dalla forza di gravità

$$W_g = \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{r}$$

$$= -F_g d \sin\theta$$

$$W_{tot} = W_T + W_g + W_N$$

$$= (F_T - F_g \sin\theta) d$$

Teorema lavoro-energia cinetica

2ª legge di Newton per punto materiale di massa m: $\sum_i \vec{F} = m\vec{a}$

$$dW = \sum_i \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$d\vec{r}$ spostamento infinitesimale

$$= m\vec{a}\cdot d\vec{r} \qquad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$= \underbrace{m\vec{a}\cdot\vec{v}}\,dt \qquad \underbrace{\frac{d}{dt}v^2} = \frac{d}{dt}(\vec{v}\cdot\vec{v}) = \frac{d\vec{v}}{dt}\cdot\vec{v} + \vec{v}\cdot\frac{d\vec{v}}{dt} = \underbrace{2\vec{a}\cdot\vec{v}}$$

$$= m\left(\underbrace{\frac{1}{2}\frac{d}{dt}v^2}\right)dt$$

$$W_{tot} = \int_i^f dW = \int_i^f \left(\sum_i \vec{F}\right)\cdot d\vec{r} = \int_{t_i}^{t_f} \frac{1}{2}m\,\frac{d}{dt}(v^2)\,dt = \frac{1}{2}m\left(v_f^2 - v_i^2\right)$$

$$W_{tot} = K_f - K_i \qquad \boxed{W_{tot} = \Delta K}$$

Teorema lavoro-energia cinetica

Osservazioni

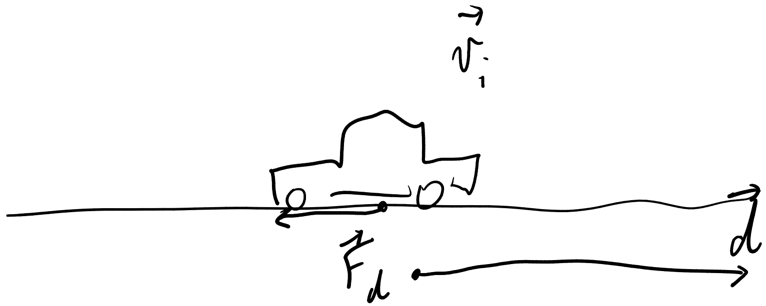
* conseguenza diretta di $\sum \vec{F} = m\vec{a}$
  ↳ si applica a punti materiali

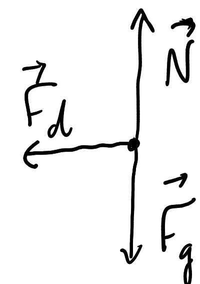
* non è coserrazione dell'energia anche se dà risultati uguali in casi importanti

* W_{tot} non è "lavoro" nel senso termodinamico

Esempio

La distanza di arresto di una macchina (slittando sulla strada)





$$W_{tot} = \vec{F}_d \cdot \vec{d} = -F_d\, d \qquad (F_d = \mu_d N = \mu_d m g)$$

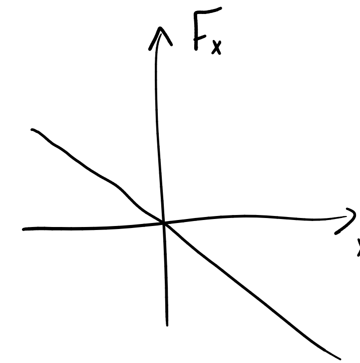
$$W_{tot} = \Delta K = K_f - K_i = 0 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$-F_d\, d = -\frac{1}{2} m v_i^2 \longrightarrow d = \frac{m v_i^2}{F_d} = \frac{v_i^2}{2 \mu_d g}$$

Lavoro compiuto da una forza variabile

Robert Hooke (1635-1703)

Legge di Hooke: $F_x = -kx$

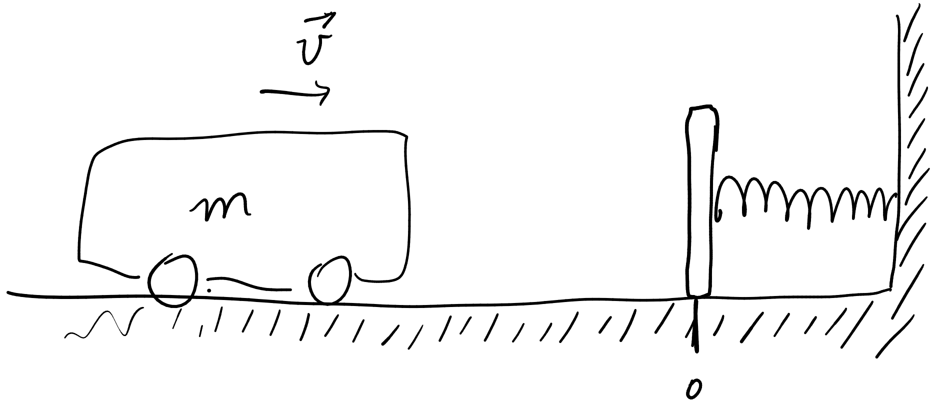


$$W = \int_i^f \vec{F}_x \cdot d\vec{r} = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx$$

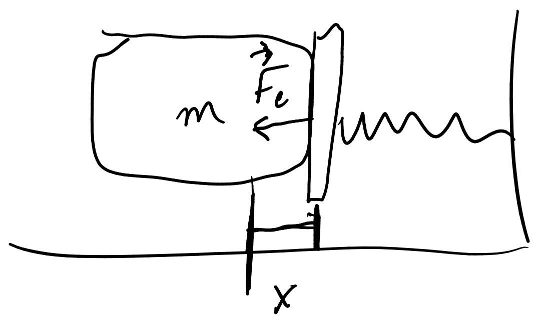
$$= \int_{x_i}^{x_f} -kx \, dx$$

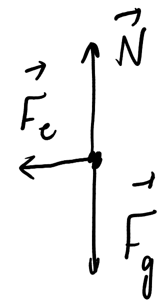
$$= -\frac{k}{2}\left(x_f^2 - x_i^2\right)$$

Esempio



Quale deve essere la costante di richiamo (k) della molla in tal modo che l'accelerazione sia al massimo a_{max}?





$$F_e = -kx$$

$$ma_x = F_e = -kx$$

$$a_x = -\frac{k}{m}x$$

$$|a_x| < a_{max} \leftarrow \text{condizione}$$

$$\left|\frac{k}{m}x\right| < a_{max}$$

$$x_{max} = \frac{m}{k}a_{max}$$

Esempio

Teorema lavoro-energia cinetica

$$W_{tot} = \Delta K$$

iniziale: $\vec{v}_i = \vec{v}$

$x_i = 0$

finale: $\vec{v}_f = 0$

$x_f = ?$

$$-\frac{k}{2}(x_f^2 - 0^2) = 0 - \frac{1}{2}mv^2$$

$$kx_f^2 = mv^2$$

$$x_f = \sqrt{\frac{m}{k}}\, v$$

$$\sqrt{\frac{m}{k}}\, v = x_f \leq x_{max} = \frac{m}{k} a_{max}$$

$$\sqrt{\frac{m}{k}}\, v \leq \frac{m}{k} a_{max}$$

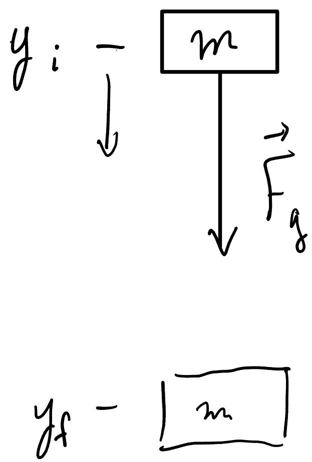
$$v \leq \sqrt{\frac{m}{k}}\, a_{max}$$

$$v^2 \leq \frac{m}{k} a_{max}^2$$

$$\frac{N}{m} = \frac{kg}{s^2}$$

$$\boxed{k \leq m\, \frac{a_{max}^2}{v^2}}$$

Lavoro compiuto dalla forza di gravità



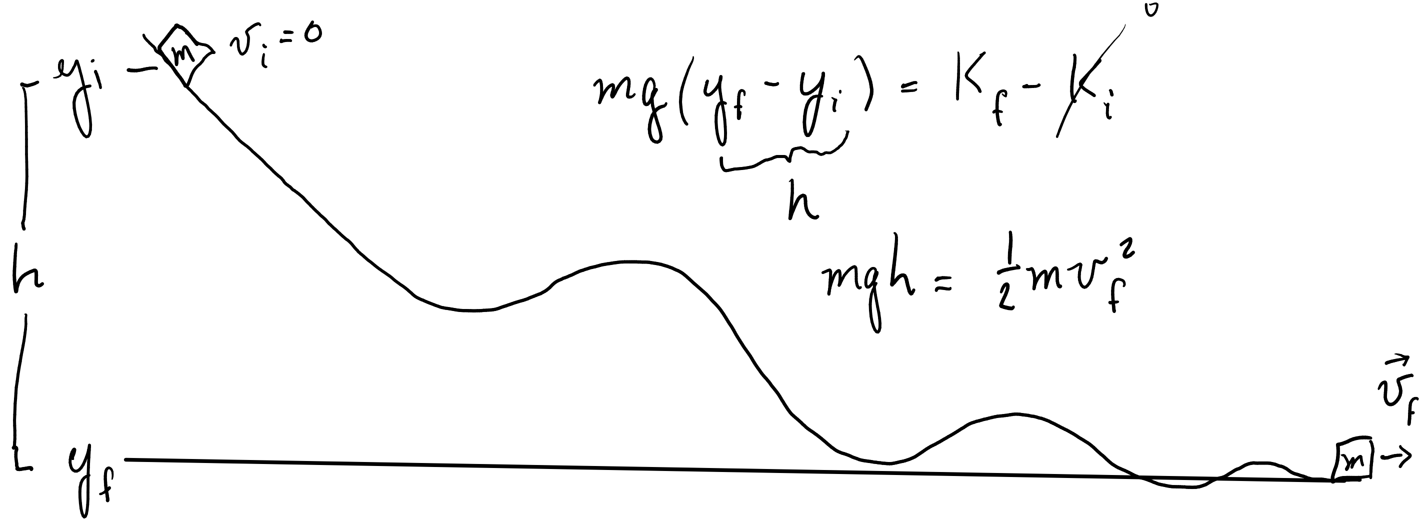
$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{y_i}^{y_f} mg\,dy = mg\,(y_f - y_i)$$

independente del percorso!

$$W = \Delta K$$

$$mg(\underbrace{y_f - y_i}_{h}) = K_f - \cancel{K_i}^{\,0}$$

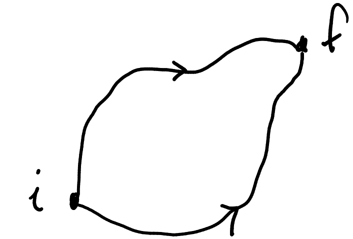
$$mgh = \frac{1}{2} m v_f^2$$



$$v_f = \sqrt{2gh}$$

Forze conservative

Una forza è definita come conservativa se



$*$ $\int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r}$ è independente del percorso (camino di integrazione)

$\Updownarrow$

$*$ $\int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_f^i \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$

$\Updownarrow$

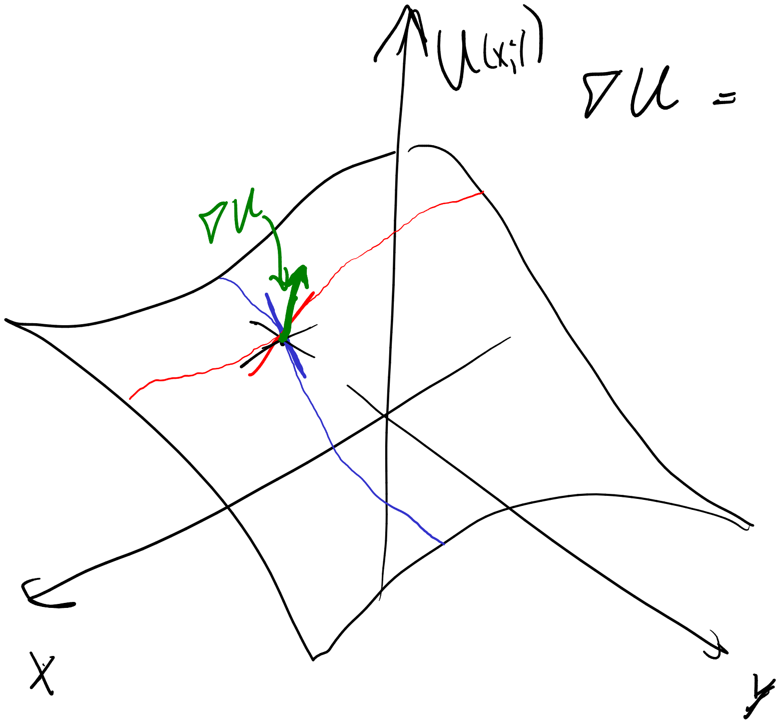
integrale su un percorso chiuso

$*$ $\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$

$\Updownarrow$

$*$ esiste una funzione $U(\vec{r})$ tale che $\vec{F} = \nabla U$

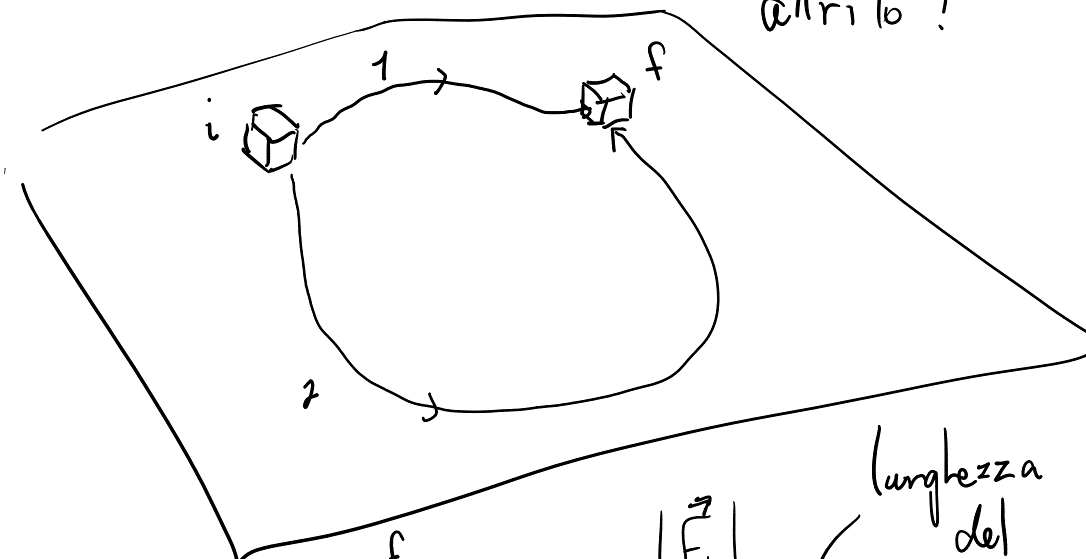
Forze conservative



$$\nabla U = \frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}$$

esempio di forza non-conservativa:

attrito!



$$W = \int_i^f \vec{F}_k \cdot d\vec{r} = \underbrace{(\mu N)}_{|\vec{F}_k|} \cdot s$$

lunghezza del camino

Forze conservative e non conservative

Conservative

- Forza elastica
- Forza di gravità
- Forza elettrica
- ...

macroscopiche

Non-conservative

- Attrito
- Resistenza dall'aria
- Forza compiuta da una persona

Abbiamo speso un tempo considerevole per discutere le forze conservative; che cosa diremo delle forze non conservative? Approfondiremo l'argomento più di quanto non si faccia solitamente, e stabiliremo che non esistono forze non conservative! In realtà, tutte le forze fondamentali nella natura appaiono conservative. Questa non è una conseguenza delle leggi di Newton. Infatti, per quanto ne sapeva Newton, le forze avrebbero potuto essere non conservative, come apparentemente è l'attrito. Quando diciamo che l'attrito *apparentemente* lo è, usiamo un punto di vista moderno, essendo stato scoperto che tutte le forze elementari, le forze fra le particelle a livello fondamentale, sono conservative.

Energia potenziale

Forza conservativa: $W_{if} = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r}$ dipende solo da $\vec{r}_i$ e $\vec{r}_f$

$$= \left[-U(\vec{r}_f)\right] - \left[-U(\vec{r}_i)\right]$$

In altre parole: $-\int \vec{F} \cdot d\vec{r} = U(\vec{r}) + \text{costante}$

$$\boxed{U(\vec{r}) = -\int \vec{F} \cdot d\vec{r} + \text{costante}}$$

energia potenziale

$$W_{if} = -\Delta U_{if}$$

Energia potenziale = potenziale di compiere lavoro

Energia potenziale

* Modo di immagazzinare energia per poi usarla per compiere un lavoro

* Gravità $\vec{F}_g = m\vec{g} = -mg\,\hat{j}$

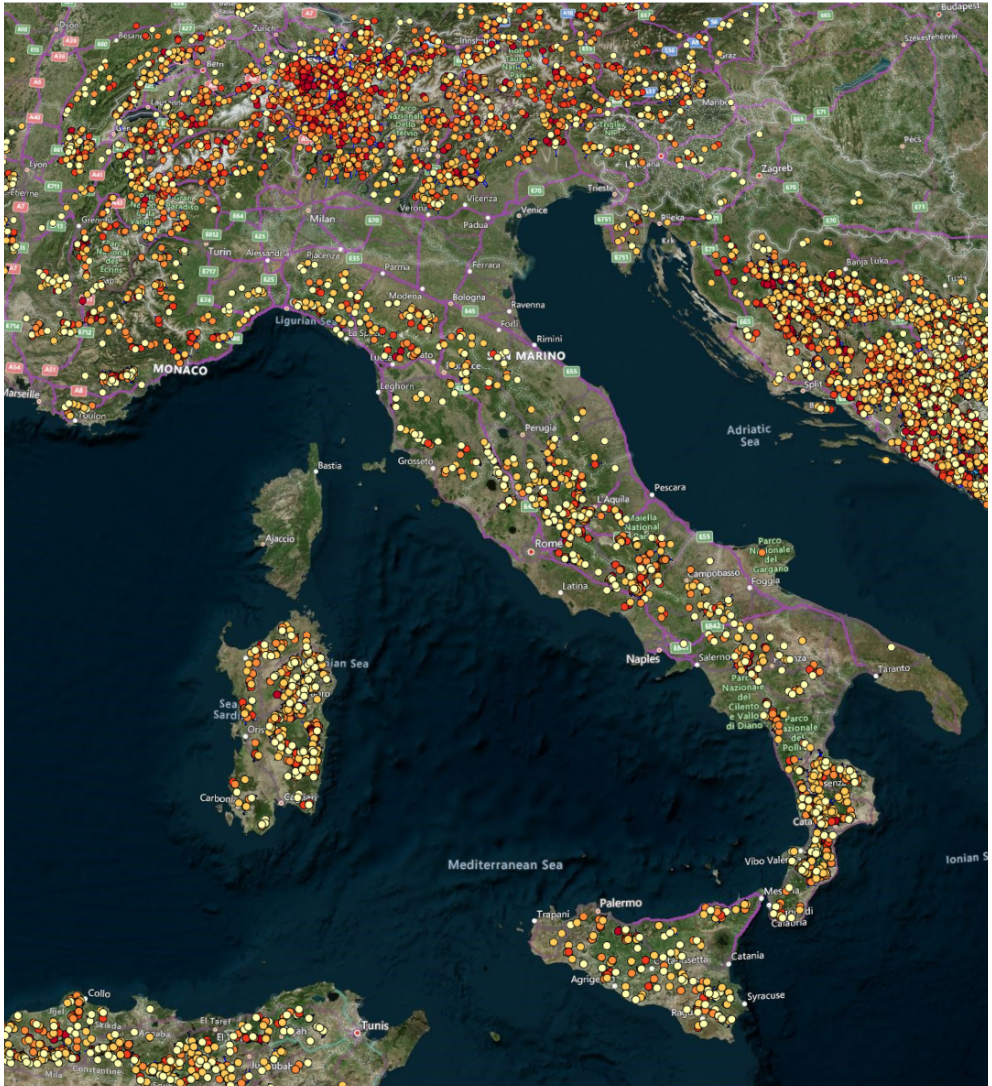
$$U(y) = -\int \vec{F}\cdot d\vec{r} = mgy + cst$$

$$\boxed{U(y) = mgy}$$

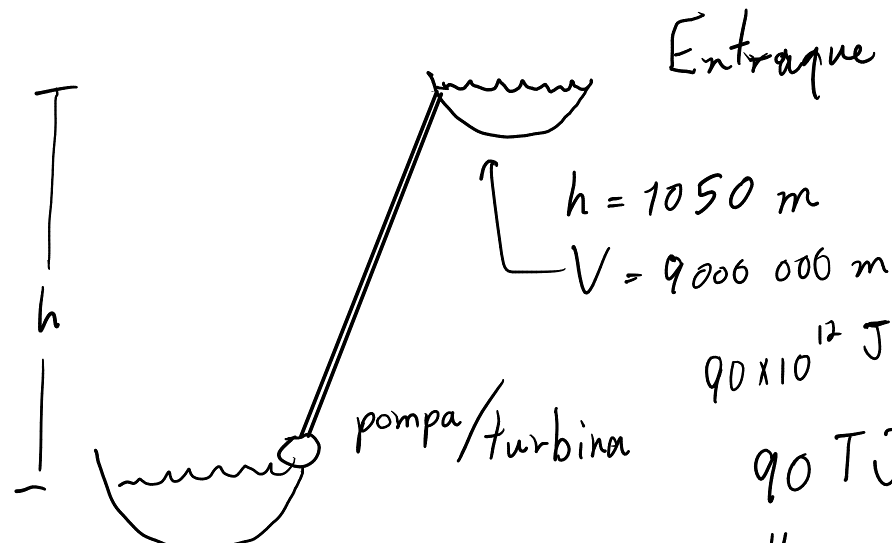
* Elastica: $U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + cst$

$$\boxed{U(x) = \frac{1}{2}kx^2}$$

Pompaggio idroelettrico



- Fonti di energia rinnovabile spesso variabile
- Stoccagio è essenziale
- Pompaggio idroelettrico in Italia: capacità 8 TWh annui.



90×10^{12} J

90 TJ

$$U = mgh = \rho V g h = 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot V \cdot 9.8 \frac{m}{s^2} \cdot h$$

Potenza

$P = \frac{dW}{dt}$: quantità di energia trasferita per unità di tempo

Unità : Watt $\quad 1W = 1J/1s$

Unità di energia elettrica commune : $kWh = 1000\,W \cdot 3600\,s$

$= 3.6\ MJ$

$90\ TJ = 25\ GWh = 25 \times 10^6\ kWh$

Entraque : flusso massimo per la turbina : $130\ m^3/s$ $\quad$ 1.4 MW

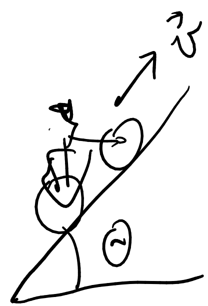
Potenza massima ? $P = \left|\frac{dW}{dt}\right| = \left|\frac{dU}{dt}\right| = \frac{d}{dt} mgh = \frac{dm}{dt} gh = \rho \frac{dV}{dt} gh$

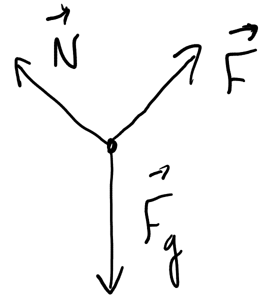
Esercizio

Una macchina di $10^3\,\text{kg}$ necessita $16\,\text{hp}$ di potenza per andare a velocità costante di $80\,\text{km/h}$. Quale potenza è necessaria per salire una pendenza di $10°$? ($1\,\text{hp} = 746\,\text{W}$)

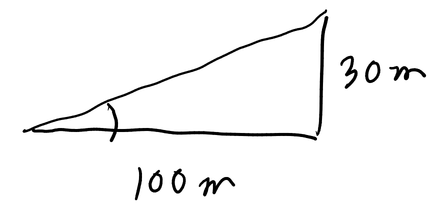
Esercizio

Qual è la velocità massima di un motorino elettrico di potenza 3 kW in salita di 30%. La massa motorino + guidatore = 200 kg





$\theta = ?$

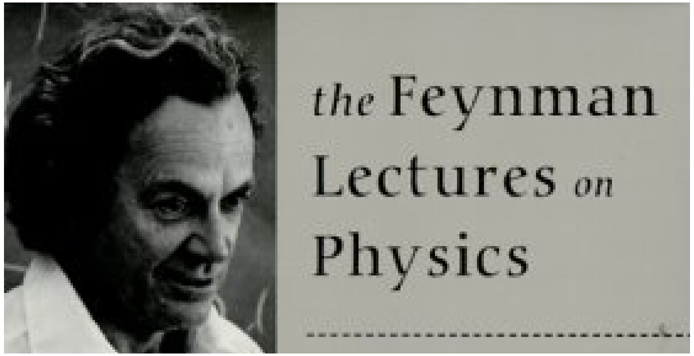


$\tan\theta = 0.3 \Rightarrow \theta = 16{,}7^\circ$

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}(mgy) = mg v_y = mg v \sin\theta$$

$$v = \frac{P}{mg\sin\theta} = 19 \text{ km/h}$$

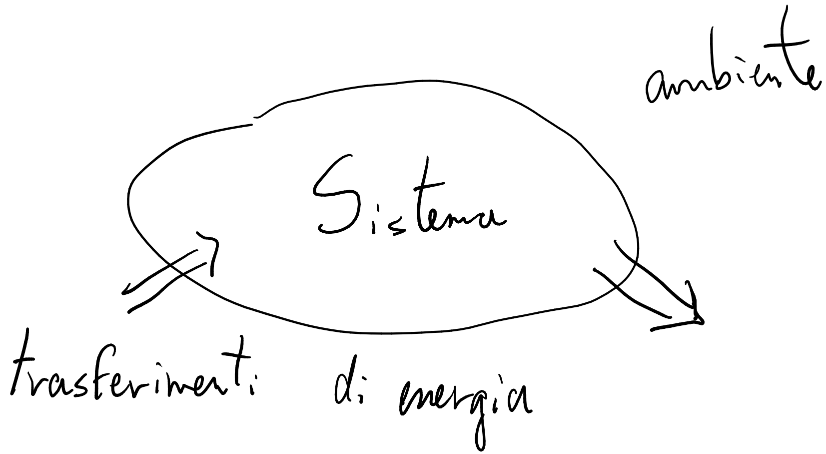
Conservazione dell'energia



There is a fact, or if you wish, a *law*, governing all natural phenomena that are known to date. There is no known exception to this law—it is exact so far as we know. The law is called the *conservation of energy*. It states that there is a certain quantity, which we call energy, that does not change in the manifold changes which nature undergoes.

It is important to realize that in physics today, we have no knowledge of what energy *is*.

Conservazione dell'energia



$$\Delta E_{sistema} = \sum \text{trasferimenti}$$

$$E_{sistema} = \underbrace{K + U}_{\text{energia meccanica}} \left[+ \; U_0 \right]$$

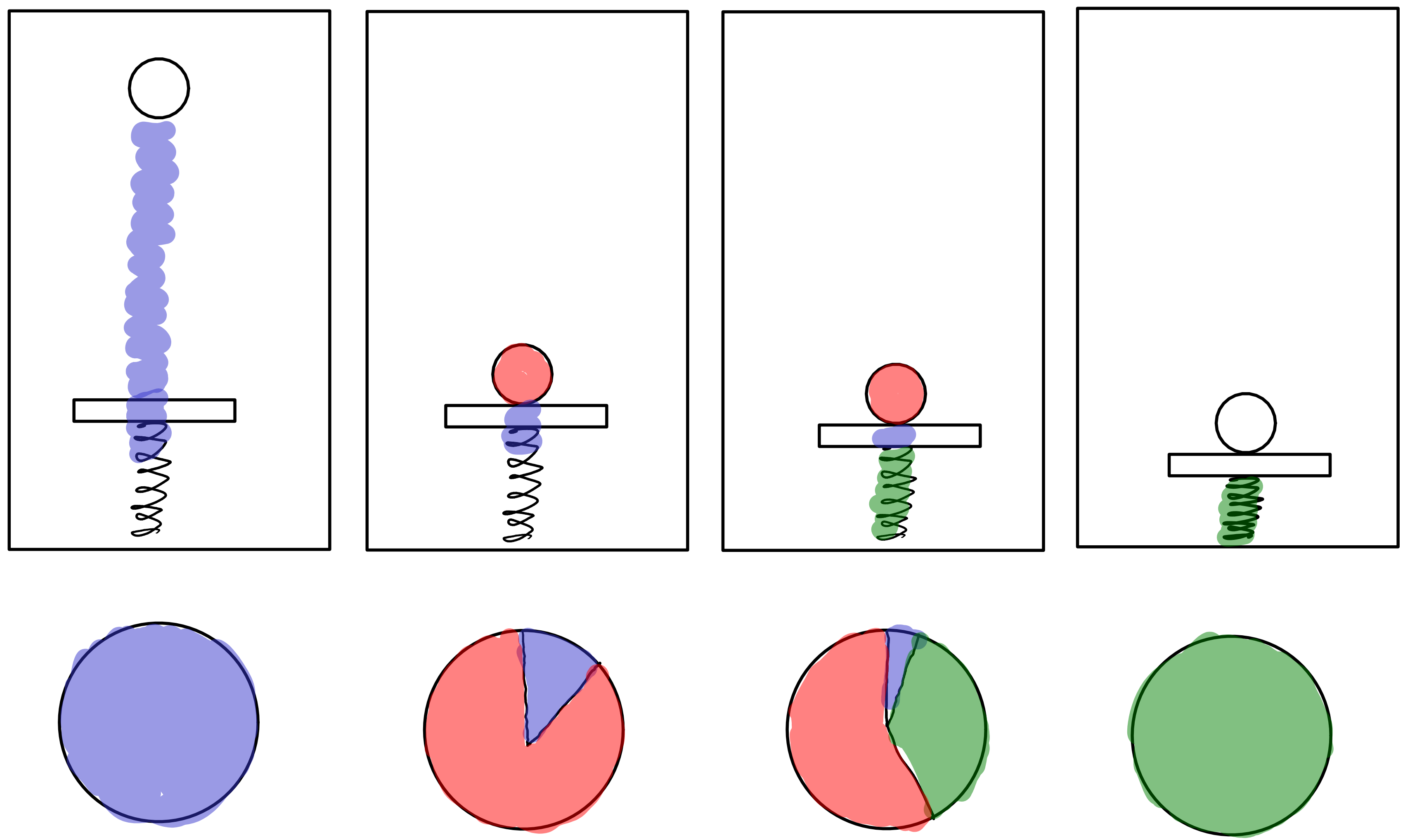
energia interna (termodinamica)

Conservazione dell'energia meccanica:

$$\Delta E_{sistema} = \Delta K + \Delta U = W$$

lavoro compiuto sul sistema da forze esterne

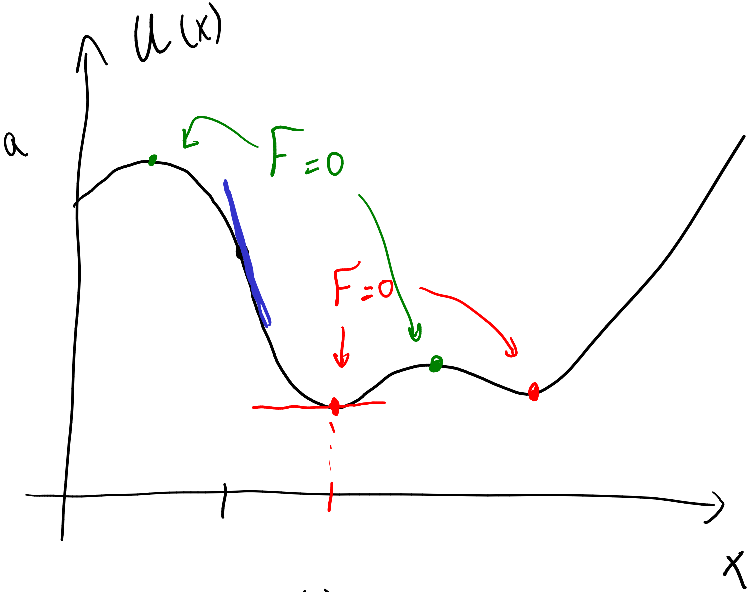
Conservazione dell'energia



Energia potenziale

$$U = -\int \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

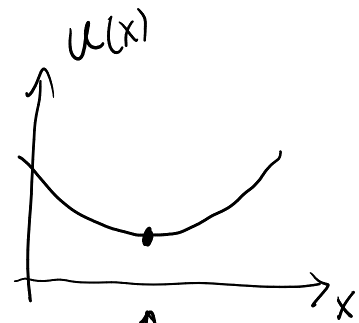
forza conservativa

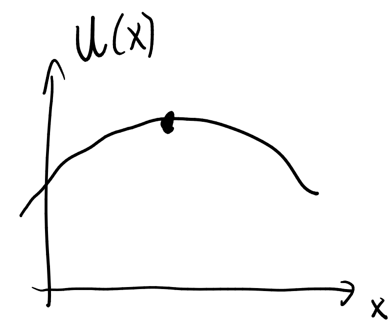


1D:

$$U(x) = -\int_0^x F_x\,dx$$

$$\frac{dU}{dx} = -F_x$$





$$\frac{d^2U}{dx^2} > 0 \rightarrow$$ equilibrio stabile

$$\frac{d^2U}{dx^2} < 0 \rightarrow$$ equilibrio instabile

Energia potenziale gravitazionale

Legge universale della gravitazione

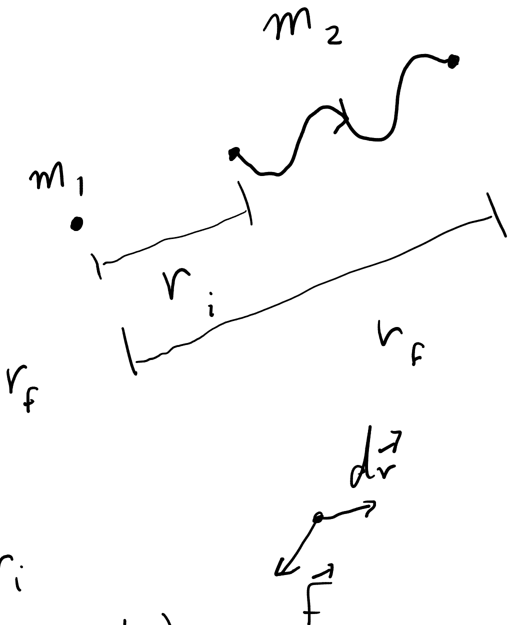
$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Lavoro compiuto da questa forza

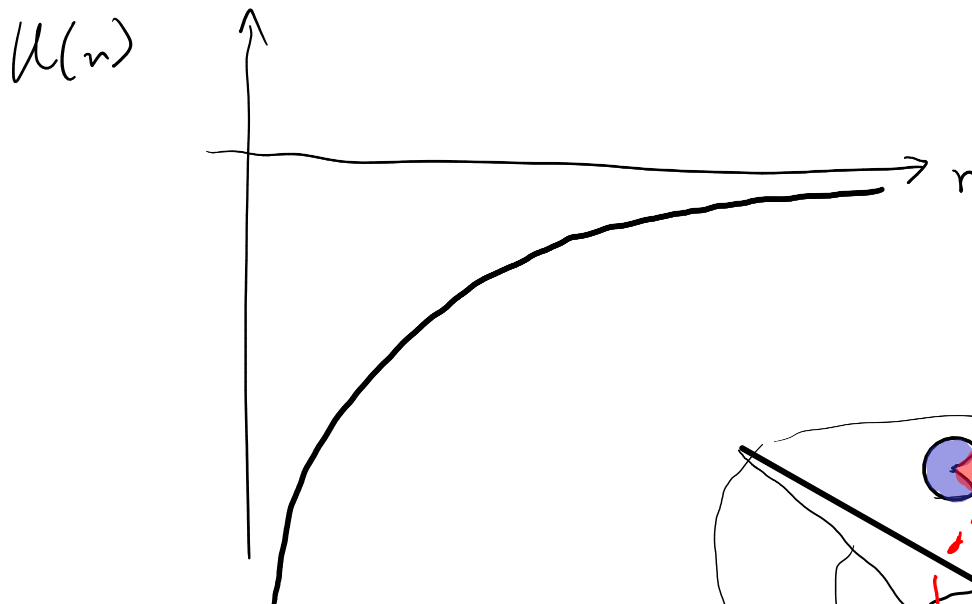
$$W = \int_i^f \vec{F}\cdot d\vec{r} = -G\int_{r_i}^{r_f}\frac{m_1 m_2}{r^2}\,dr = -G\frac{m_1 m_2}{r}\Big|_{r_i}^{r_f}$$

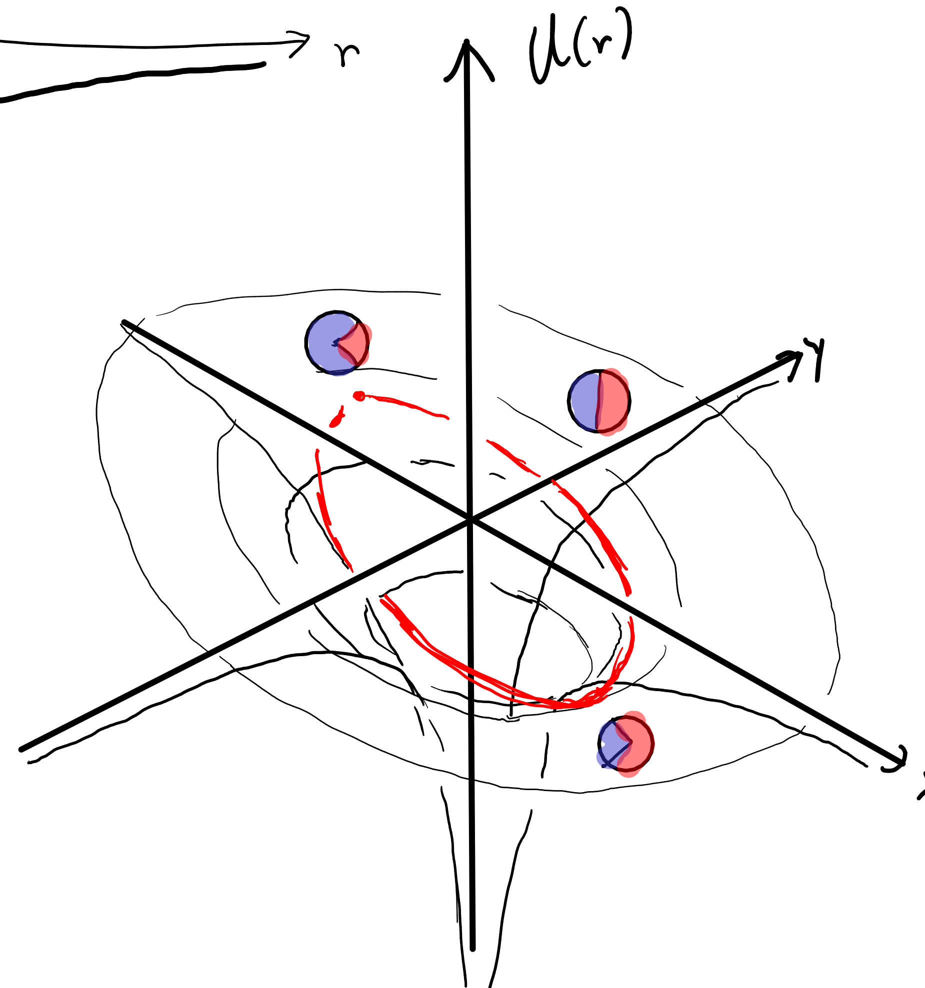
$$= -Gm_1m_2\left(\frac{1}{r_f}-\frac{1}{r_i}\right)$$

$$\boxed{U(r) = -W = -\frac{Gm_1m_2}{r}}$$



Energia potenziale gravitazionale





Energia totale:

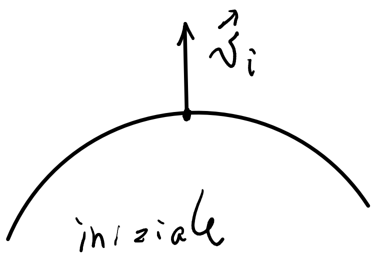
$\frac{1}{2}mv^2 + U(r)$

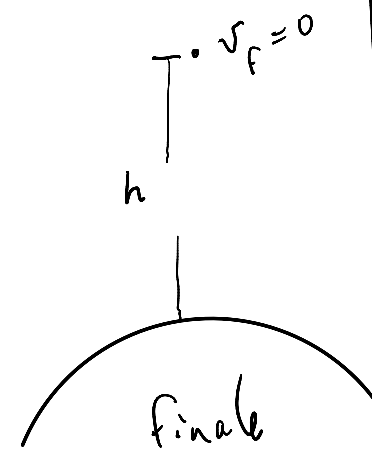
Velocità di fuga

Corpo in un campo gravitazionale: $E = K + U = \underline{\text{costante}}$

* no lavoro da forze esterne
* nessuna dissipazione

$\boxed{\text{velocità di fuga: } h \to \infty}$





$$E_i = K_i + U_i = \frac{1}{2} m v_i^2 - \frac{G m_T m}{R_T}$$

$$E_f = K_f + U_f = 0 - \frac{G m_T m}{R_T + h}$$