

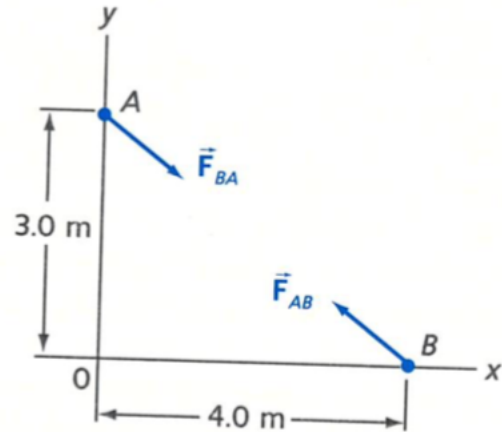
Esercitazione 7
Fisica generale 1
Anna Murello
18/04/24

Esercizio 1 (Prova d'esame del 15/01/2019)

Due punti A e B che formano un sistema isolato, esercitano l'uno sull'altro una forza di intensità 14 N come mostrato in figura.

Determinare:

- (a) Modulo, direzione e verso del momento esercitato da B su A rispetto all'origine.
- (b) Modulo, direzione e verso del momento esercitato da A su B rispetto all'origine.
- (c) Il momento risultante applicato al sistema dei due punti per effetto della loro interazione, giustificando il risultato.



Esercizio 2

Si consideri una lamina piana, quadrata, omogenea, di lato l , massa m e spessore z .

- a) Determinare il momento d'inerzia della lamina rispetto ad un asse passante per il suo centro e parallelo ad uno dei suoi lati.
- b) Determinare il momento d'inerzia della stessa lamina rispetto ad un asse passante per uno dei suoi lati.

(es. simili: dal 12.19 al 12.21 pag. E57)

Esercizio 3

Uno yo-yo viene appoggiato su un piano con l'asse di rotazione parallelo al piano e il suo filo, avvolto per metà, viene tirato in modo che la tensione del filo sia T . A seconda dell'angolo formato dal filo con il piano si può osservare che esso si arrotola oppure si srotola.

Modellizzando lo yo-yo come due dischi omogenei di raggio R uniti al centro tramite un cilindro di raggio r , composto dello stesso materiale:

- a) scrivere le condizioni che determinano la situazione di arrotolamento, srotolamento o traslazione pura (esprimendole in funzione della forza d'attrito, della tensione del filo e dei raggi R e r);
- b) determinare il valore massimo della forza d'attrito in funzione dell'angolo formato dal filo con il piano; in che modo questo valore influenza il moto dello yo-yo?

Esercizio 4

Quando si gioca con uno yo-yo esso scende rotolando attorno al filo, man mano che esso si svolge. Si consideri uno yo-yo fatto di plastica (densità 1.0 g/cm^3), avente il raggio dei dischi esterni $R=5.0 \text{ cm}$, il raggio del cilindro interno $r=1.0 \text{ cm}$, gli spessori dei dischi e del cilindro tutti uguali a $d=1.0 \text{ cm}$. Trascurando lo spessore e la massa del filo, calcolare:

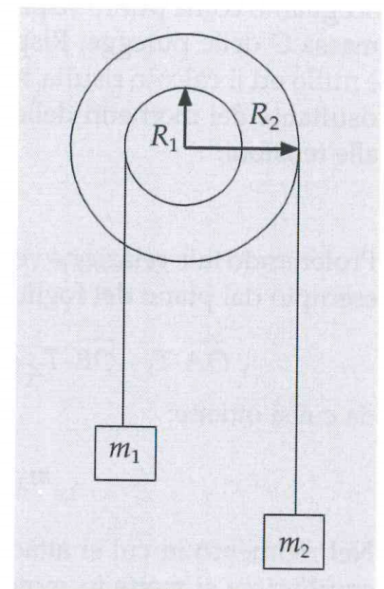
- il momento d'inerzia dello yo-yo
- l'accelerazione del centro di massa dello yo-yo
- la tensione del filo
- l'energia cinetica del corpo, quando, partendo da fermo, il filo si è srotolato di 30 cm .
- confrontare la velocità lineare del centro di massa con quella di caduta libera dello stesso yo-yo dalla stessa altezza.

(es. simile: 12.12 pag. E60)

Esercizio 5 (Prova d'esame del 21/06/2023)

Due corpi di massa $m_1 = 24 \text{ kg}$ e m_2 sono appesi mediante fili ideali a due pulegge solidali tra loro e girevoli attorno ad un asse comune (vedi Figura). Il momento di inerzia complessivo delle pulegge rispetto all'asse è $I = 40 \text{ kg m}^2$ ed i raggi dei dischi sono rispettivamente $R_1 = 0.4 \text{ m}$ e $R_2 = 1.2 \text{ m}$. I fili non slittano sulle pulegge.

- Si ricavano le equazioni per l'equilibrio statico del sistema.
- Si determini il valore della massa m_2 perché il sistema sia fermo in equilibrio.
- Attaccando una ulteriore massa $m_3 = 12 \text{ kg}$ alla massa m_1 , si calcolino l'accelerazione angolare delle pulegge e le tensioni dei fili.



(es. simile: 13.30 pag. E64)

Esercizio 6

Un sistema è costituito da due sfere di massa m , collegate da una barretta inestensibile, di lunghezza $2r$ e di massa trascurabile.

L'intero sistema ruota con velocità angolare costante ω attorno a una retta perpendicolare alla barretta passante per il suo centro.

Calcolare, rispetto al centro di massa:

- la quantità di moto del sistema
- il momento angolare del sistema.

(es. simile: 13.8 pag. E61)

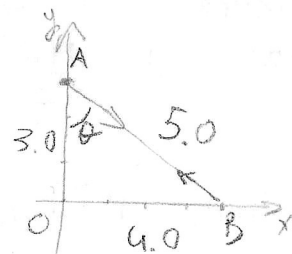
$$1) a) \vec{\tau}_{BA} = \vec{r}_A \times \vec{F}_{BA}$$

$$|\vec{r}_A| = 3 \text{ m}$$

$$|\vec{F}_{BA}| = 16 \text{ N}$$

$$\sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$|\vec{\tau}_{BA}| = 3 \text{ m} \cdot 16 \text{ N} \cdot \frac{4}{5} = 38.4 \text{ Nm}$$



$\perp$ piano xy , verso entrante
 $\vec{\tau}_{BA} = -38.4 \text{ Nm } \hat{k}$

b)

$$\vec{\tau}_{AB} = \vec{r}_B \times \vec{F}_{AB}$$

$$|\tau_{AB}| = 4.0 \text{ m} \cdot 16 \text{ N} \cdot \frac{3}{5} = 38.4 \text{ Nm}$$

$\perp$ piano xy , verso uscente
 $\vec{\tau}_{AB} = 38.4 \text{ Nm } \hat{k}$

c) Il sistema è isolato, quindi il momento risultante deve essere nullo:

$$\vec{\tau}_{AB} + \vec{\tau}_{BA} = 0$$

$$2) I = \int_V \rho R^2 dV$$

$$a) dV = z dx$$

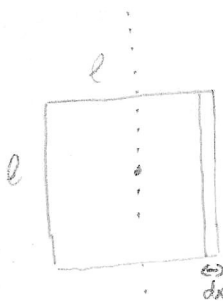
$$I = \int_{-l/2}^{l/2} \rho x^2 z dx = \rho z l \int_{-l/2}^{l/2} x^2 dx = \rho z l \cdot \left. \frac{x^3}{3} \right|_{-l/2}^{l/2}$$

$$I = \rho z l \left(\frac{l^3}{8 \cdot 3} + \frac{l^3}{24} \right)$$

$$V = l^2 z$$

$$\rho V = M$$

$$I = \frac{M l^2}{12}$$

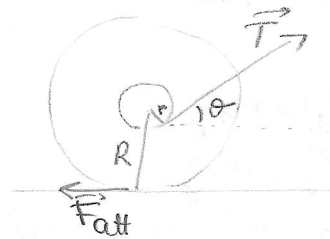


b) Per il teorema degli assi paralleli:

$$I_p = I_{ox} + M \left(\frac{l}{2} \right)^2 = \frac{M l^2}{12} + \frac{M l^2}{4} = \frac{1+3}{12} M l^2 = \frac{4}{12} M l^2 = \frac{M l^2}{3}$$

3)

$$a) \quad rT - RF_{att} \begin{cases} > 0 & \text{Srotolamento} \\ = 0 & \text{Traslazione} \\ < 0 & \text{Arrotolamento} \end{cases}$$



b)

$$F_{att} = \mu N = \mu (mg - T \sin \theta)$$

Per angoli piccoli la forza d'attrito può assumere valori maggiori, risultando nell'arrotolamento del filo, viceversa per angoli grandi la forza d'attrito assume valori minori risultando nello srotolamento.

6)

$$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$$

a)

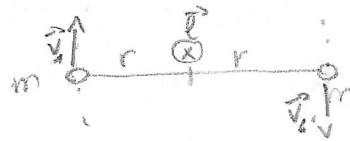
$$mv - mv = 0$$

b)

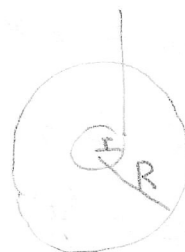
$$\vec{L} = \vec{r}_1 \times m\vec{v}_1 + \vec{r}_2 \times m\vec{v}_2$$

$$|\vec{L}| = 2mvr = 2m\omega r^2$$

verso entrante.



4) Momento d'inerzia di un disco che ruota attorno all'asse di simmetria: $I = \frac{MR^2}{2}$



a) $I = I_{\text{cilindro}} + 2I_{\text{dischi}}$

$$M = \pi R^2 d \rho = \pi (5 \text{ cm})^2 (1 \text{ cm}) (1 \text{ g/cm}^3) = 78.5 \text{ g} \text{ massa disco}$$

$$m = \pi r^2 d \rho = 3.1 \text{ g}$$

massa cilindro centrale

La rotazione avviene attorno al filo, per cui:

$$I = \left(\frac{mr^2}{2} + 2 \frac{MR^2}{2} \right) + (m+2M)r^2 = \frac{3}{2}mr^2 + M(R^2 + 2r^2) = 2124 \text{ g cm}^2$$

b) Seconda equazione cardinale:

$$(m+2M)g \cdot r = I \alpha$$

$$a_{\text{cm}} = \alpha r = \frac{(m+2M)g r^2}{I} = 0.74 \text{ m/s}^2 \text{ verso il basso}$$

$$\sum \tau_z = I \alpha$$

(corpo rigido che ruota attorno ad un asse fisso)

c) $\sum \vec{F} = (m+2M)a$

$$(m+2M)a_{\text{cm}} = (m+2M)g - T$$

$$T = (m+2M)(g - a_{\text{cm}}) = 1.5 \text{ N}$$

d) $K = \frac{1}{2} I \omega^2$

Per la conservazione dell'energia:

$$(m+2M)gh = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad K = 0.47 \text{ J}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2K}{I}}$$

e) $v_c = \omega r = \sqrt{\frac{2K}{I}} \cdot r = 0.67 \text{ m/s}$

In caduta libera:

$$(m+2M)gh = \frac{1}{2} (m+2M) v_c^2$$

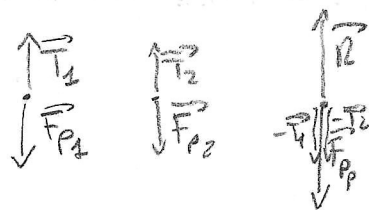
$$v_c = \sqrt{2gh} = 2.4 \text{ m/s}$$

5) a) Per l'equilibrio statico: $\begin{cases} \sum \vec{F} = 0 \\ \sum \vec{\tau} = 0 \end{cases}$

$$|\vec{T}_1| = m_1 g$$

$$|\vec{T}_2| = m_2 g$$

$$|\vec{T}_1| + |\vec{T}_2| + M_p g = |\vec{R}| \quad (\text{reazione vincolare})$$



b) $m_2 = m_1 \frac{R_1}{R_2} = 8.0 \text{ kg}$

c) $\sum \vec{\tau} = I \alpha$

$$I \alpha = R_1 T_1 - R_2 T_2 \quad (\text{positivo uscente})$$

$$(m_1 + m_3) a_1 = T_1 - (m_1 + m_3) g$$

$$m_2 a_2 = T_2 - m_2 g$$

Per la struttura geometrica

$$a_1 = -\alpha R_1 \quad a_2 = \alpha R_2$$

$$-(m_1 + m_3) \alpha R_1 + (m_1 + m_3) g = T_1$$

$$T_2 = m_2 \alpha R_2 + m_2 g$$

$$I \alpha = R_1 (m_1 + m_3) (g - \alpha R_1) - R_2 m_2 (g + \alpha R_2)$$

$$\alpha (I + R_1^2 (m_1 + m_3) + R_2^2 m_2) = R_1 g (m_1 + m_3) + R_2 g m_2$$

$$\alpha = \frac{g [(m_1 + m_3) R_1 + m_2 R_2]}{I + (m_1 + m_3) R_1^2 + m_2 R_2^2} = 0.85 \text{ s}^{-2}$$