Esercitazione 8
Fisica generale 1
Anna Murello
23/04/24

Esercizio 1

Sapendo che il momento d'inerzia di una sfera cava che ruota attorno ad una asse passante per il suo centro è $I_{CM} = \frac{2}{3}MR^2$, determinare:

a) il momento d'inerzia di una sfera cava rispetto all'asse passante per il punto di contatto mentre rotola,
b) l'energia cinetica complessiva di tale sfera,
c) la frazione dell'energia cinetica dovuta alla traslazione del centro di massa e quella dovuta alla rotazione attorno al centro di massa.

(es. simili: 12.27 pag. E57, 12.36 pag. E58)

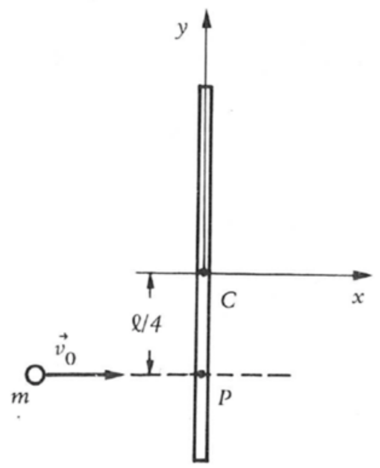
Esercizio 2

Una pattinatrice gira su sé stessa con le braccia unite sopra la testa, con una velocità angolare di 10 rad/s, poi allarga le braccia. Il momento d'inerzia iniziale della pattinatrice rispetto all'asse di rotazione è di 0.6 kg m^2, mentre quello finale è di 1.7 kg m^2.

a) Determinare la velocità angolare finale della pattinatrice, trascurando gli attriti tra pattini e ghiaccio.
b) Se la pattinatrice avesse eseguito lo stesso esercizio con due manubri in mano la variazione della velocità sarebbe stata maggiore o minore?

(es. simile: 13.22 pag. E62)

Esercizio 3 (Prova d'esame del 12/06/18)



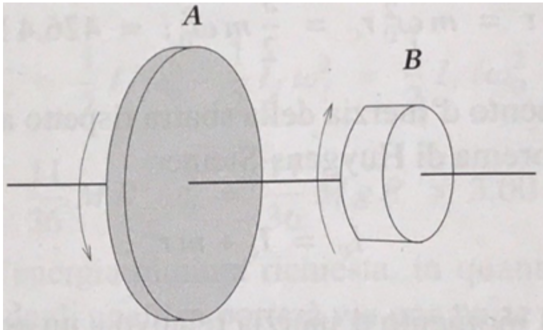
Una sbarra omogenea di massa m = 0.200 kg e lunghezza ℓ = 100 cm, libera di muoversi su un piano orizzontale liscio (con attrito trascurabile) e inizialmente in quiete, viene colpita da una pallina di ugual massa, che viaggia sul piano con una velocità perpendicolare alla sbarra, di modulo v_0 = 2.00 m/s in un punto P a distanza ℓ /4 dal suo centro di massa C, come mostrato in figura.

Nel caso l'urto sia totalmente anelastico e la sferetta si conficchi nell'asta rimanendovi attaccata, si determinino:

(a) le coordinate x* e y* del centro di massa C* del sistema complessivo (sbarra+pallina), all'istante dell'urto;
(b) le componenti v_x* e v_y* della velocità del centro di massa C*, dopo l'urto;
(c) la velocità angolare ω acquisita dal sistema dopo l'urto (suggerimento: considerare il momento angolare totale del sistema, rispetto al centro di massa C*).

Esercizio 4 (Prova d'esame del 12/07/2018)

Due dischi A e B di massa uguale e raggio diverso (3r e r rispettivamente) ruotano in senso opposto, senza attrito con uguale modulo della velocità angolare ω_0, attorno a un asse comune, come si vede in figura. I due dischi sono portati lentamente a contatto; le forze di attrito fra le superfici di contatto fanno sì che entrambi raggiungano una comune velocità angolare finale ω_f.



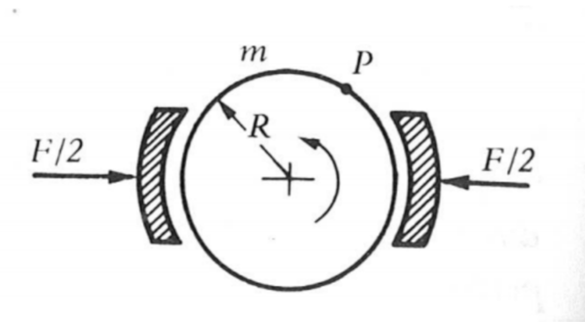
Si determinino le espressioni simboliche di:

(a) momento di inerzia finale I_f del sistema dei due dischi a contatto rispetto all'asse di rotazione;
(b) velocità angolare finale ω_f;
(c) il rapporto fra energia cinetica totale finale e iniziale K_f / K_0.

(es. simili: 13.5, 13.28 pag. E63)

Esercizio 5 (Prova d'esame del 2/09/2019)

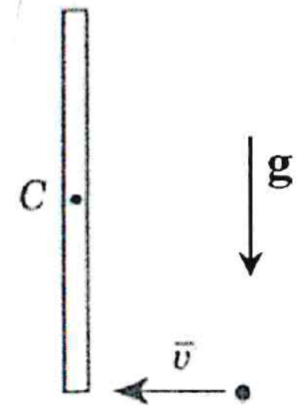
Un cilindro omogeneo di massa m = 75 kg e raggio R = 0.25 m ruota inizialmente con velocità angolare $\omega_0 = 10\pi$ rad/s attorno ad un asse fisso orizzontale disposto come in Figura.
All'istante iniziale t_0, due ferodi vengono messi a contatto con la superficie del cilindro e vengono premuti radialmente verso l'asse.



La forza normale di contatto tra ciascuno dei due ferodi e il cilindro ha modulo costante F/2=50 N. Conoscendo il coefficiente di attrito cinetico $\mu_k = 0.60$ tra le superfici a contatto, determinare:

a) il diagramma di corpo libero e l'accelerazione angolare α del cilindro;
b) il numero n di giri compiuti dal cilindro prima di fermarsi;
c) il lavoro totale W esercitato dalle forze d'attrito dall'istante iniziale t_0 fino all'arresto del cilindro.

Esercizio 6 (Prova d'esame del 13/02/2020)



Problema 2. Una sbarra lineare omogenea <u>posta verticalmente</u>, di massa $M = 1.2$ kg e lunghezza $L = 20$ cm, può ruotare senza attrito attorno ad un asse passante per il suo centro C e perpendicolare alla sbarra (v. Figura). Un proiettile di massa $m = M/3$, che si muove con velocità costante $\vec{v}$ perpendicolare alla sbarra, con il verso indicato in figura e modulo $v = 15$ m/s, colpisce la sbarra in un estremo e vi rimane agganciato.

Determinare:

(a) rispetto all'asse passante per C, il momento di inerzia I_0 della sbarra prima dell'urto e quello del sistema in rotazione dopo l'urto (I_1);

(b) la velocità angolare con cui inizia a ruotare il sistema immediatamente dopo l'urto;

(c) il lavoro W compiuto da un agente esterno che arresti il sistema in tre giri e mezzo.

1)

a) $I_P = I_{CM} + MR^2$

$I_P = \frac{2}{3}MR^2 + MR^2 = \frac{5}{3}MR^2$

b) $K = \frac{1}{2} I_P \omega^2 = \frac{5}{6} MR^2\omega^2$

c) $K = \frac{1}{2} I_{CM}\omega^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2$

$v_{CM} = \omega R$

$K = \frac{1}{2} I_{CM}\omega^2 + \frac{1}{2} M\omega^2 R^2$

$= \frac{1}{2}\frac{2}{3} MR^2\omega^2 + \frac{1}{2} M\omega^2 R^2 = \frac{5}{6} MR^2\omega^2$

$= \frac{2}{6} MR^2\omega^2 + \frac{3}{6} M\omega^2 R^2$

$K_{TRASLAZIONE} = \frac{3}{5} K$ (60%)

$K_{ROTAZIONE} = \frac{2}{5} K$ (40%)

2) $\omega_{in} = 10$ rad/s
$I_{in} = 0.6$ Kg/m²
$I_{fin} = 1.7$ kg/m²

a) $I_{in}\,\omega_{in} = I_{fin}\,\omega_{fin}$

$\omega_{fin} = \frac{I_{in} \cdot \omega_{in}}{I_{fin}} = \frac{0.6 \text{ Kg/m}^2 \cdot 10 \text{ rad/s}}{1.7 \text{ kg/m}^2} = 3.5$ rad/s

b) Maggiore perchè aumenterebbe la variazione nel momento d'inerzia.

3) a) $x^* = \frac{x_s m_s + x_p m_p}{m_s + m_p} = 0.00$ m $\qquad m_s = m_p = m$

$y^* = \frac{y_s m_s + y_p m_p}{m_s + m_p} = -\frac{l}{8} = -0.125$ m

b) $m\vec{v}_0 = 2m\vec{v}^*$ (conservazione della quantità di moto)

$v_x = \frac{v_0}{2} = 1.0$ m/s

$v_y = 0.00$ m/s

c) $mv_0\frac{l}{8} = I^*\omega$ (conservazione del momento angolare

$I^* = I_{O1} = I_s + I_p = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{64}ml^2 + \frac{1}{64}ml^2 = \frac{8+3}{96}ml^2 = \frac{11}{96}ml^2$

$I_s = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{64}ml^2$

$\omega = \frac{mv_0 l}{8I^*} = \frac{12}{11}\frac{v_0}{l} = 2.18$ rad/s

4) a) $I_f = I_A + I_B = \frac{m(3r)^2}{2} + \frac{mr^2}{2} = 5mr^2$

b) $\vec{L}_0 = I_A\vec{\omega}_0 - I_B\vec{\omega}_0$

$\vec{L}_f = I_f\vec{\omega}_f$

Si conserva il momento angolare, per cui $\vec{L}_0 = \vec{L}_f$

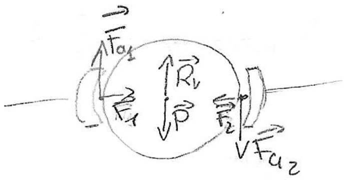
$$\omega_f = \frac{(I_A - I_B)\omega_0}{I_f} = \frac{\frac{9mr^2}{2} - \frac{mr^2}{2}}{5mr^2}\,\omega_0 = \frac{4}{5}\omega_0$$

c) $K_0 = \frac{1}{2}I_A\omega_0^2 + \frac{1}{2}I_B\omega_0^2 = \frac{1}{2}I_f\omega_0^2$

$K_f = \frac{1}{2}I_f\omega_f^2$

$$\frac{K_f}{K_0} = \frac{\omega_f^2}{\omega_0^2} = \frac{16}{25} = 0.64$$

5) a) $\sum \tau = I\alpha$



$-F_{a1}R - F_{a2}R = I\alpha$

$$\alpha = -\frac{\left(\frac{F}{2}\cancel{R}\mu_k + \frac{F}{2}\cancel{R}\mu_k\right)}{\frac{mR^{\cancel{2}}}{2}} = -\frac{2F\mu_k}{mR} = -6.4\ \text{rad/s}^2$$

b) $\begin{cases} \theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega(t) = \omega_0 + \alpha t \end{cases}$

$$t_f = -\frac{\omega_0}{\alpha} = \frac{10\pi\ \text{rad/s}}{6.4\ \text{rad/s}^2} = 4.9\ \text{s}$$

$$\Delta\theta = -\frac{\omega_0^2}{\alpha} + \frac{1}{2}\alpha\frac{\omega_0^2}{\alpha^2} = -\frac{\omega_0^2}{2\alpha} = +\frac{(10\pi\ \text{rad/s})^2}{2\cdot 6.4\ \text{rad/s}^2}$$

$$n = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{\overset{5025}{100\pi^{\cancel{2}}}}{2\cdot 6.4\cdot 2\cancel{\pi}} = 12.3\ \text{giri}$$

c) $W = -K_i = -\frac{1}{2}I\omega_0^2 = -\frac{mR^2}{4}\omega_0^2 = -1.16\ \text{kJ}$

oppure $W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau\, d\theta = -\mu_k F R\Delta\theta$

6) a) $I_0 = \frac{1}{12} ML^2 = 4 \cdot 10^{-3}\ Kg\,m^2$

$$I_1 = \frac{1}{12} ML^2 + \frac{M}{3}\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{2}{12} ML^2 = \frac{1}{6} ML^2 = 8 \cdot 10^{-3}\ Kg\,m^2$$

b) $L_i = \frac{L}{2} \cdot \left(\frac{M}{3} v\right) = L_f = I_1 \omega$

$$\frac{\cancel{L}\cancel{M}v}{\cancel{6}} = \frac{\cancel{M}L^{\cancel{2}}}{\cancel{6}}\omega$$

$$\omega = \frac{v}{L} = 75\ rad/s$$

c) $W_{TOT} = W_{ag.\,esterno} + W_{F_p} = \Delta K$

$W_{F_p} = 0$ ogni giro

$W_{F_p} = \pm \frac{M}{3} gL$ ogni mezzo giro

$W_{ag.\,esterno} = \Delta K - W_{F_p}$

$W_{F_p} = -\frac{M}{3} gL$

$\Delta K = -\frac{1}{2} I_1 \omega^2$

$W_{ag.\,esterno} = \frac{M}{3} gL - \frac{1}{2} \cdot I_1 \omega^2 = -21.7\ J$