

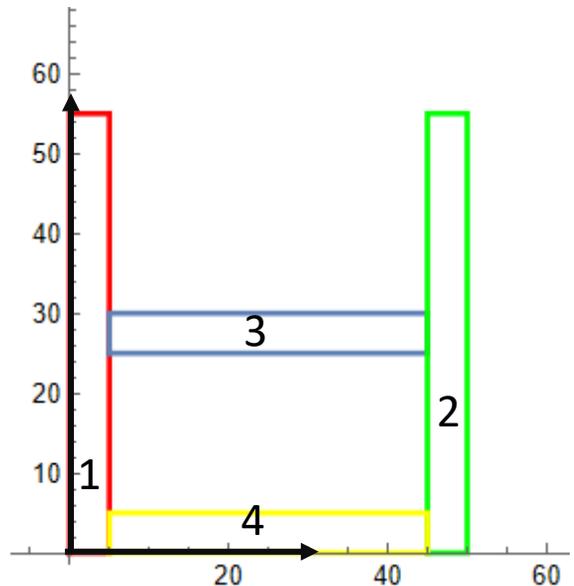
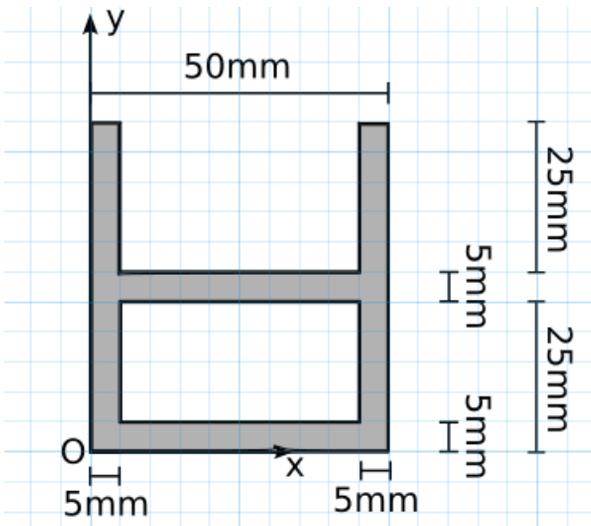
Esame di STATICA (036AR) – Prof. M. Gei, Prof. L. Cabras

I Parte, a.a. 2023/24, 19 settembre 2024

Soluzione

Quesito n. 1 [6/15]. Per la sezione in figura:

- individuare la posizione del baricentro;
- calcolare l'angolo d'inclinazione degli assi principali d'inerzia;
- calcolare i momenti principali d'inerzia.



Momenti statici e baricentro

$$A1 := 5 \cdot 55$$

$$xg1 := 2.5$$

$$yg1 := 27.5$$

$$Sx1 := A1 \cdot yg1$$

$$Sy1 := A1 \cdot xg1$$

$$A2 := 5 \cdot 55.$$

$$xg2 := 47.5$$

$$yg2 := 27.5$$

$$Sx2 := A2 \cdot yg2$$

$$Sy2 := A2 \cdot xg2$$

$$A3 := 5 \cdot 40$$

$$xg3 := 25$$

$$yg3 := 27.5$$

$$Sx3 := A3 \cdot yg3$$

$$Sy3 := A3 \cdot xg3$$

$$A4 := 5 \cdot 40$$

$$xg4 := 25$$

$$yg4 := 2.5$$

$$Sx4 := A4 \cdot yg4$$

$$Sy4 := A4 \cdot xg4$$

$$Atot = A1 + A2 + A3 + A4 \quad 950.$$

$$Sxtot = Sx1 + Sx2 + Sx3 + Sx4 \quad 21125.$$

$$Sytot = Sy1 + Sy2 + Sy3 + Sy4 \quad 23750.$$

$$xg = Sytot / Atot \quad 25.$$

$$yg = Sxtot / Atot \quad 22.2368$$

Momenti d' inerzia rettangoli

$I_{xxg1} = 1 / 12 * 5. * 55^3$	69322.9
$I_{yyg1} = 1 / 12 * 55. * 5^3$	572.917
$I_{xxg2} = 1 / 12 * 5. * 55^3$	69322.9
$I_{yyg2} = 1 / 12 * 55. * 5^3$	572.917
$I_{xxg3} = 1 / 12 * 40. * 5^3$	416.667
$I_{yyg3} = 1 / 12 * 5. * 40^3$	26666.7
$I_{xxg4} = 1 / 12 * 40. * 5^3$	416.667
$I_{yyg4} = 1 / 12 * 5. * 40^3$	26666.7

$$I_{xxg} = I_{xxg1} + A1 * (yg1 - yg)^2 + I_{xxg2} + A2 * (yg2 - yg)^2 + I_{xxg3} + A3 * (yg3 - yg)^2 + I_{xxg4} + A4 * (yg4 - yg)^2$$

$$I_{yyg} = I_{yyg1} + A1 * (xg1 - xg)^2 + I_{yyg2} + A2 * (xg2 - xg)^2 + I_{yyg3} + A3 * (xg3 - xg)^2 + I_{yyg4} + A4 * (xg4 - xg)^2$$

$$I_{xyg} = A1 * (yg1 - yg) * (xg1 - xg) + A2 * (yg2 - yg) * (xg2 - xg) + A3 * (yg3 - yg) * (xg3 - xg) + A4 * (yg4 - yg) * (xg4 - xg)$$

238163.

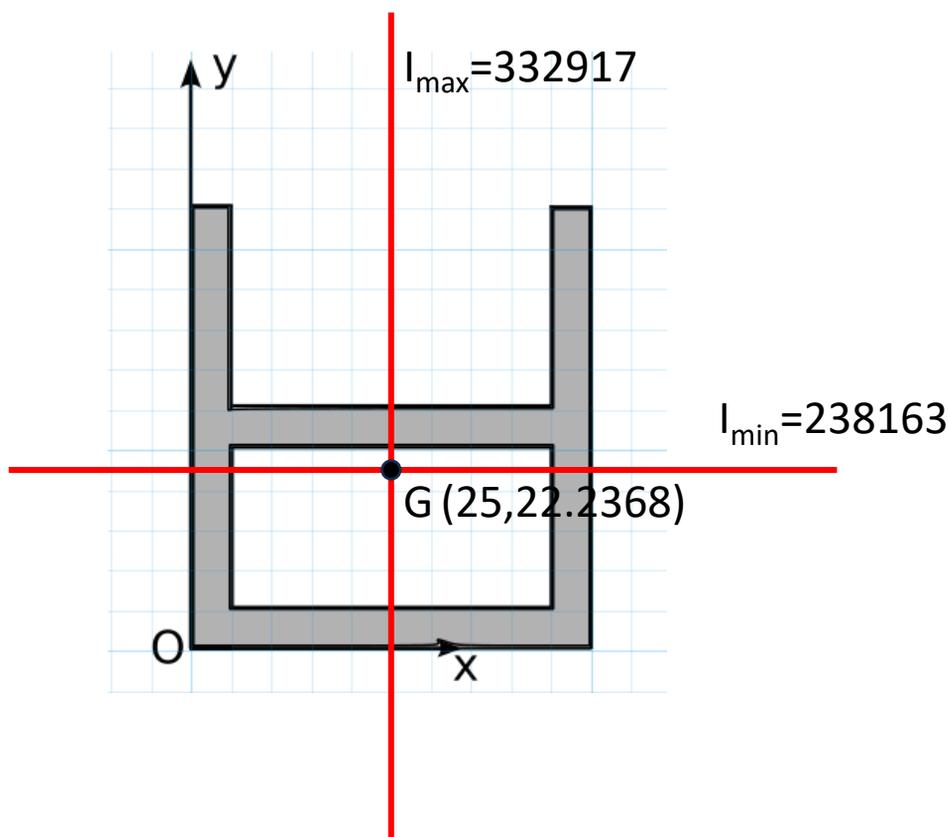
Minimo

332917.

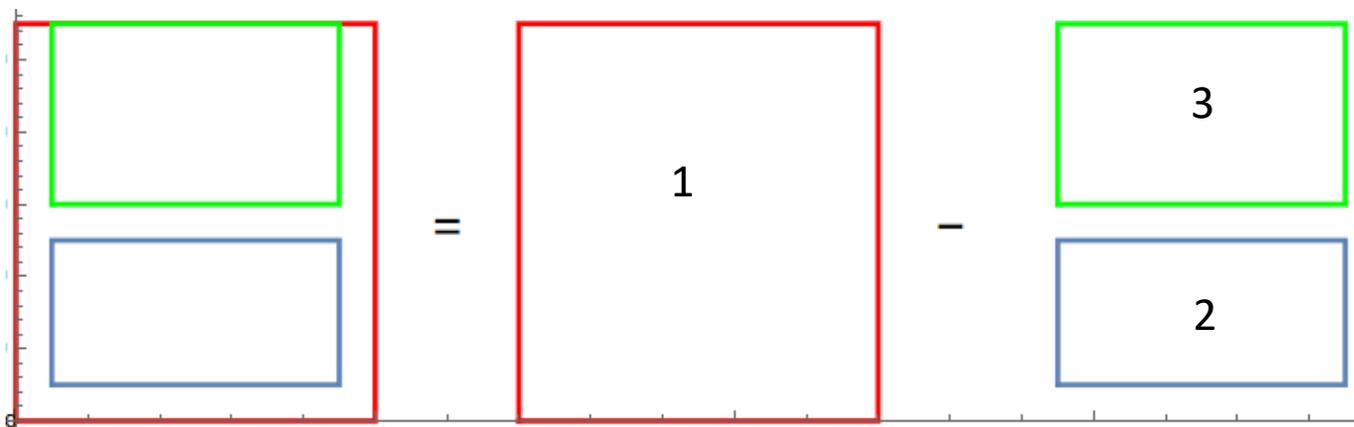
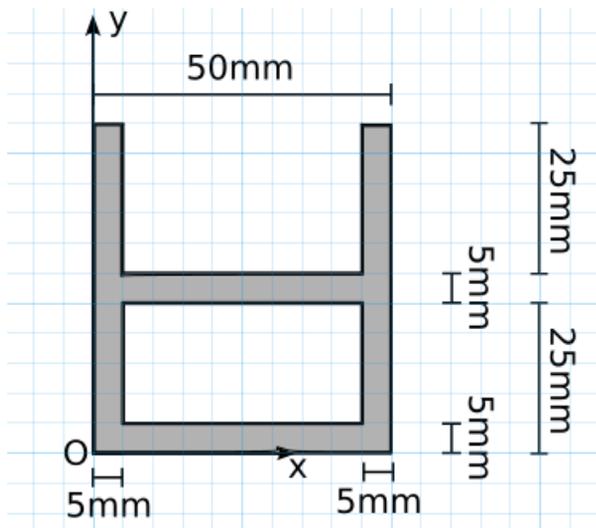
Massimo

0.

Sistema di riferimento iniziale è anche principale ($I_{xyg}=0$), angolo di rotazione = 0



Alternativa



Momenti statici e baricentro

```

A1 := 50 * 55
xg1 := 25
yg1 := 27.5
Sx1 := A1 * yg1
Sy1 := A1 * xg1
A2 := 20 * 40.
xg2 := 25
yg2 := 15
Sx2 := A2 * yg2
Sy2 := A2 * xg2
A3 := 25 * 40
xg3 := 25
yg3 := 42.5
Sx3 := A3 * yg3
Sy3 := A3 * xg3
    
```

Attenzioni ai segni. I contributi delle aree mancanti (2 e 3) si sottraggono

```

Atot = A1 - A2 - A3           950.
Sxtot = Sx1 - Sx2 - Sx3     21125.
Sytot = Sy1 - Sy2 - Sy3     23750.
xg = Sytot / Atot           25.
yg = Sxtot / Atot          22.2368
    
```

Momenti d'inerzia rettangoli

$I_{xxg1} = 1 / 12 * 50. * 55^3$	693 229.
$I_{yyg1} = 1 / 12 * 55. * 50^3$	572 917.
$I_{xxg2} = 1 / 12 * 40. * 20^3$	26 666.7
$I_{yyg2} = 1 / 12 * 20. * 40^3$	106 667.
$I_{xxg3} = 1 / 12 * 40. * 25^3$	52 083.3
$I_{yyg3} = 1 / 12 * 25. * 40^3$	133 333.

Attenzioni ai segni. I contributi delle aree mancanti (2 e 3) si sottraggono

Momenti d'inerzia sezione intera

$$I_{xxg} = I_{xxg1} + A1 * (yg1 - yg)^2 - (I_{xxg2} + A2 * (yg2 - yg)^2) - (I_{xxg3} + A3 * (yg3 - yg)^2)$$

$$I_{yyg} = I_{yyg1} + A1 * (xg1 - xg)^2 - (I_{yyg2} + A2 * (xg2 - xg)^2) - (I_{yyg3} + A3 * (xg3 - xg)^2)$$

$$I_{xyg} = A1 * (yg1 - yg) * (xg1 - xg) - A2 * (yg2 - yg) * (xg2 - xg) - A3 * (yg3 - yg) * (xg3 - xg)$$

238 163.

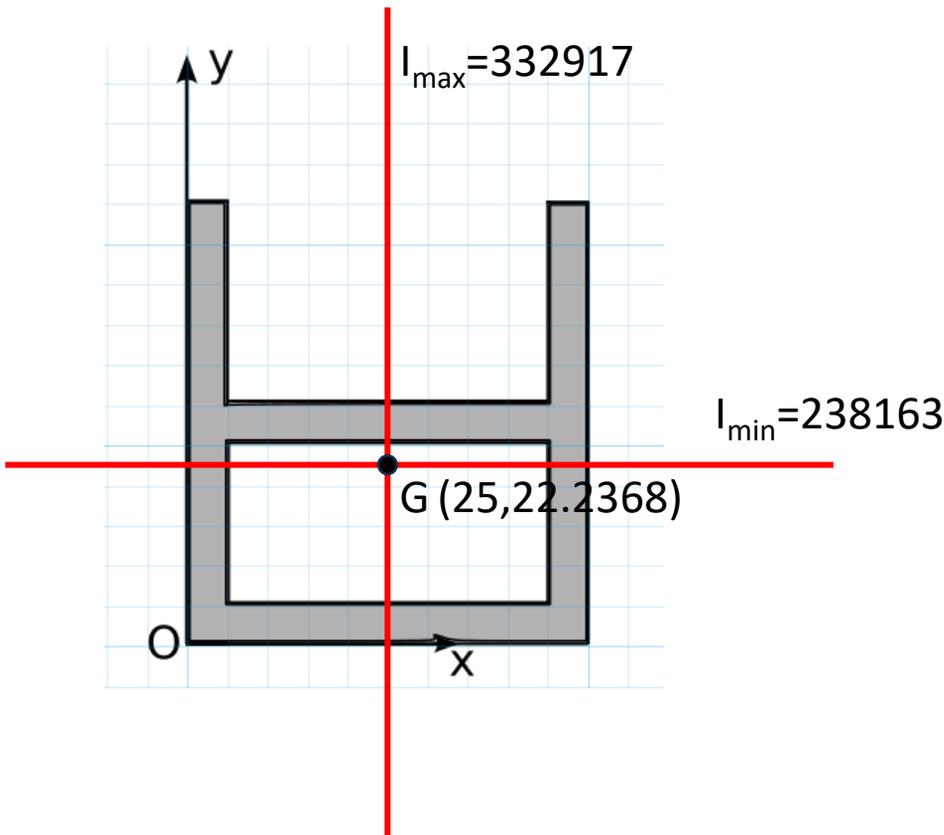
Minimo

332 917.

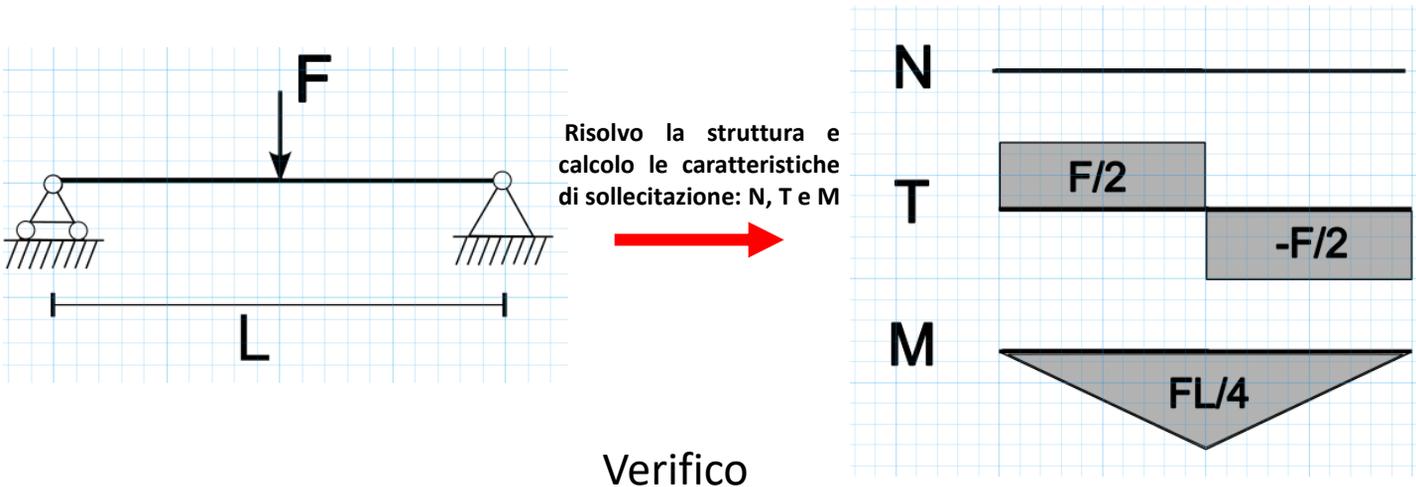
Massimo

0.

Sistema di riferimento iniziale è anche principale ($I_{xyg}=0$), angolo di rotazione = 0



Quesito n. 2 [5/15]. Ricavare le equazioni indefinite di equilibrio di una trave; verificare che siano soddisfatte nel caso della struttura in figura.



Verifico

$$1) \frac{dN(x)}{dx} = -p(x) \quad 2) \frac{dT(x)}{dx} = -q(x) \quad 3) \frac{dM(x)}{dx} = T(x)$$

Carichi distribuiti nulli sulla trave (solo concentrati) quindi $p(x)=0$ e $q(x)=0$

$$1) \frac{dN(x)}{dx} = 0 \quad 2) \frac{dT(x)}{dx} = 0 \quad 3) \frac{dM(x)}{dx} = T(x)$$

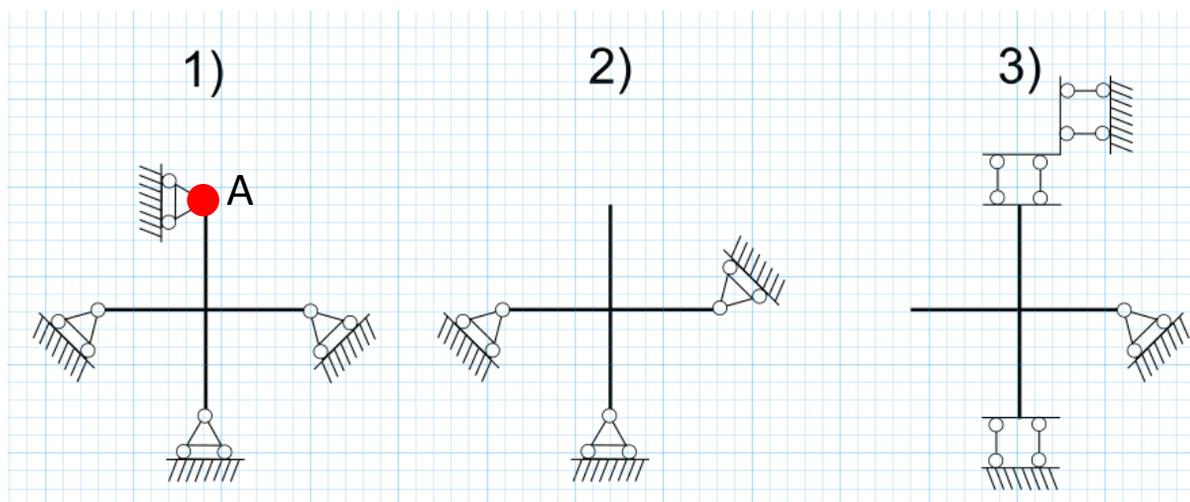
$$\text{In } 0 \leq x \leq L/2$$

- $N(x)=0$ quindi la 1 è verificata
- $T(x) = \frac{F}{2}$ (costante) $\frac{dT(x)}{dx} = 0$, quindi la 2 è verificata
- $M(x) = \frac{F}{2}x$ $\frac{dM(x)}{dx} = \frac{F}{2} = T(x)$, quindi la 3 è verificata

$$\text{In } L/2 \leq x \leq L$$

- $N(x)=0$ quindi la 1 è verificata
- $T(x) = -\frac{F}{2}$ (costante) $\frac{dT(x)}{dx} = 0$, quindi la 2 è verificata
- $M(x) = \frac{F}{2}x - F\left(x - \frac{L}{2}\right)$ $\frac{dM(x)}{dx} = -\frac{F}{2} = T(x)$, quindi la 3 è verificata

Quesito n. 3 [3/15]. Determinare per ciascuna struttura se risulta isostatica, iperstatica o labile. Se presente individuare la posizione del centro di istantanea rotazione.

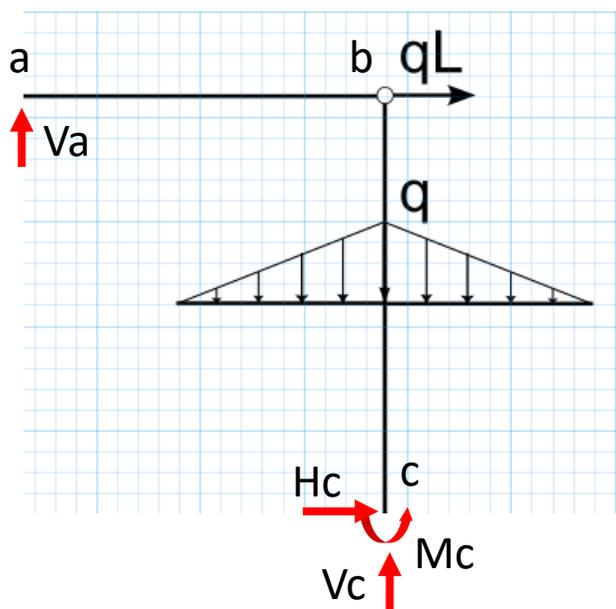
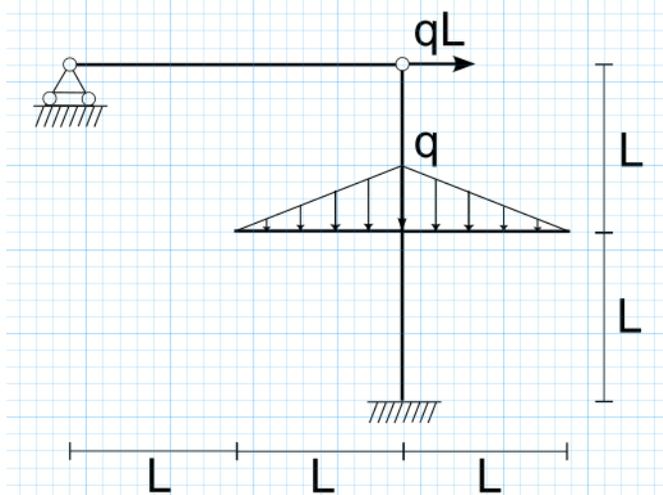


• *Labile*
c.i.r. in A Punto improprio orizzontale

• *Isostatica*
c.i.r. Non esiste

• *Iperstatica*
c.i.r. Non esiste

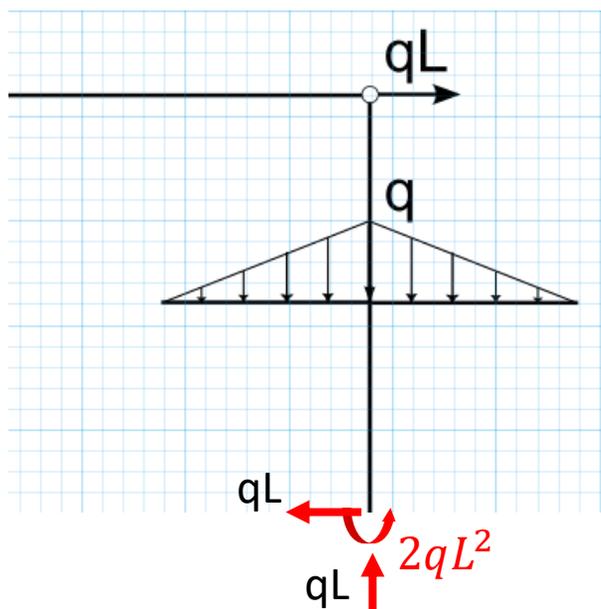
Quesito n. 4 [10/16]. Verificare l'isostaticità della struttura, calcolare le reazioni vincolari e tracciare i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione. .



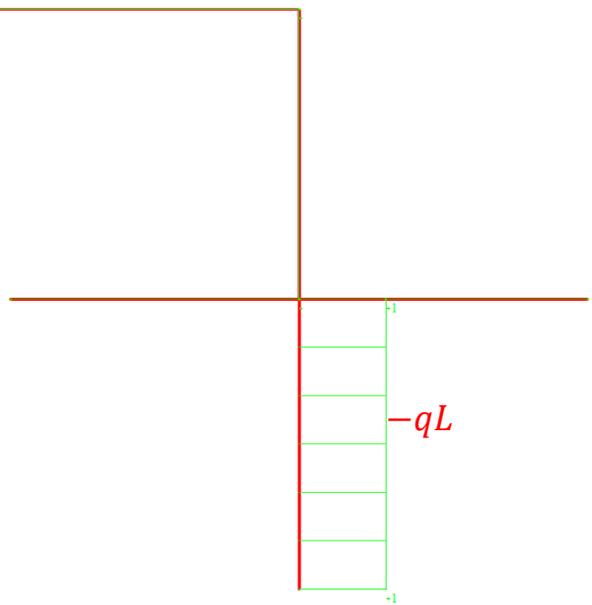
Reazioni vincolari

- $H_c + qL = 0$
- $V_c - \frac{qL}{2} - \frac{qL}{2} = 0$
- $M_c - V_a \cdot 2L - qL \cdot 2L = 0$ (In c)
- $V_a \cdot L = 0$ (Eq. ausiliaria, equilibrio alla rotazione asta 1 intorno alla cerniera b)

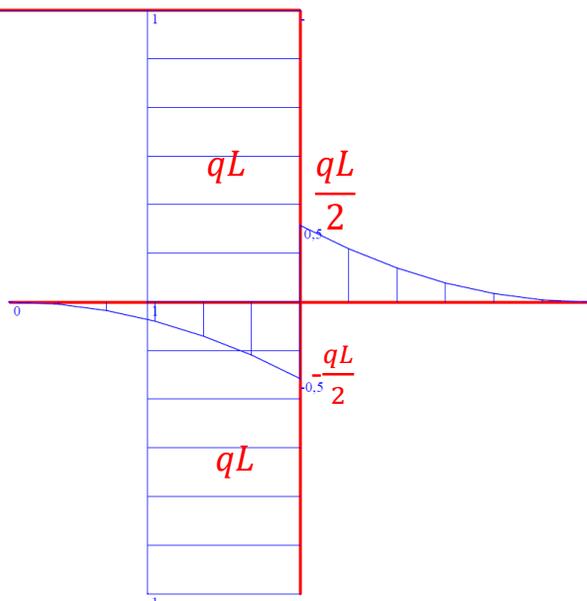
- $H_c = -qL$
- $V_c = qL$
- $M_c = 2qL^2$
- $V_a = 0$



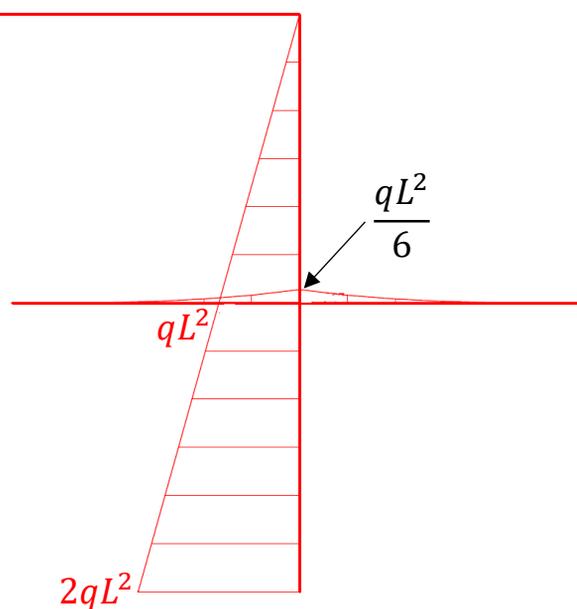
Azione
assiale



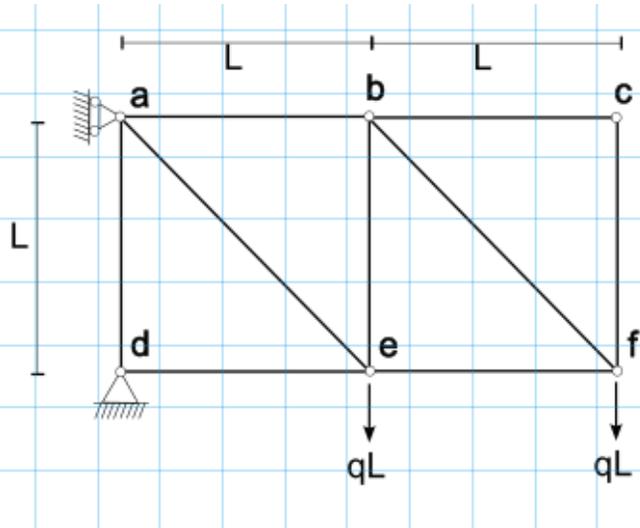
Taglio



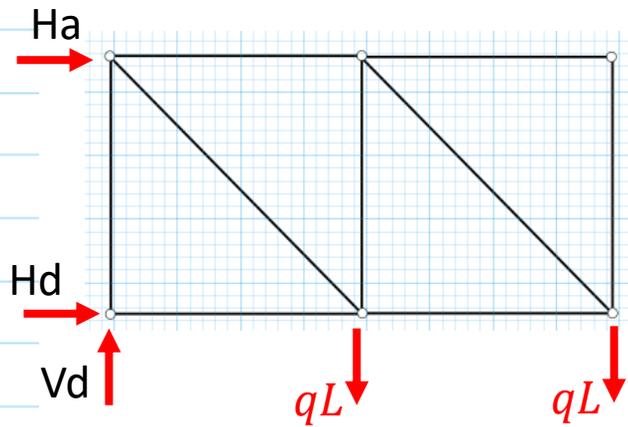
Momento
flettente



Quesito n.5 [6/16]. Verificare l'isostaticità della struttura reticolare in figura, calcolarne le reazioni vincolari e le caratteristiche di sollecitazione



Reazioni vincolari



- $H_a + H_d = 0$
- $V_d - 2qL = 0$
- $H_a \cdot L - qL \cdot L - qL \cdot 2L = 0$ (In d)

- $H_a = -3qL$
- $V_d = 2qL$
- $H_d = -3qL$

