Esercizi

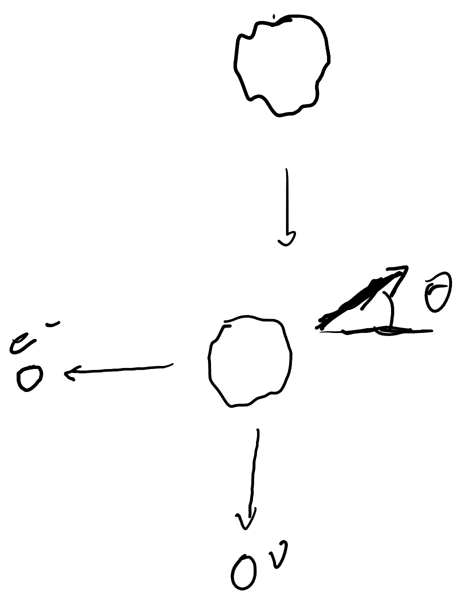
Prof. Pierre Thibault
pthibault@units.it

90. Un dato nucleo radioattivo (nucleo padre) decade trasformandosi in un nucleo diverso (nucleo figlio) emettendo un elettrone e un neutrino. Il nucleo padre era fermo nell'origine di un sistema *xy* di coordinate. L'elettrone si allontana dall'origine con quantità di moto $(-1{,}2 \cdot 10^{-22}\ \mathrm{kg \cdot m/s})\mathbf{i}$; il neutrino si allontana dall'origine con quantità di moto $(-6{,}4 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{kg \cdot m/s})\mathbf{j}$. Quali sono (a) il modulo e (b) la direzione e il verso della quantità di moto del nucleo figlio? (c) Se il nucleo figlio ha una massa di $5{,}8 \cdot 10^{-26}$ kg, qual è la sua energia cinetica?

Conservazione della quantità di moto:

$$\vec{p}_i = 0 = \vec{p}_f + -1{,}2 \times 10^{-22}\ \mathrm{kgm/s}\ \hat{i} - 6{,}4 \times 10^{-23}\ \mathrm{kgm/s}\ \hat{j}$$

$$\Rightarrow \vec{p}_f = (1.2 \times 10^{-22}\ \hat{i} + 6.4 \times 10^{-23}\ \hat{j})\ \mathrm{kgm/s}$$

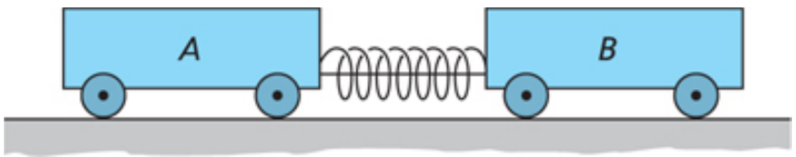


$$|p_f| = 1.4 \times 10^{-22}\ \mathrm{kgm/s}$$

$$\tan\theta = \frac{6.4 \times 10^{-23}}{1.2 \times 10^{-22}} \Rightarrow \theta = 28°$$

$$E_f = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = 1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Due carrelli, inizialmente in quiete, sono liberi di muoversi nella direzione x. Il carrello A ha una massa di 4.52 kg e il carrello B una massa di 2.37 kg. Essi sono legati l'uno all'altro in modo da comprimere una molla leggera interposta tra loro, come mostra la Figura E10.5. Quando la corda che li tiene insieme viene spezzata, il carrello A si allontana con una velocità di 2.11 m/s. (a) Con quale velocità si allontana il carrello B? (b) Quanta energia era immagazzinata nella molla prima che la corda si rompesse?



a) Conservazione della quantità di moto

$$\vec{P}_{tot\,i} = \vec{P}_{tot\,f}$$

$$\vec{0} = \vec{P}_A + \vec{P}_B$$

$$m_A v_{Ax} = -m_B v_{Bx}$$

$$v_{Bx} = -\frac{m_A}{m_B} v_{Ax}$$

$v_{Ax} = -2.11\ \mathrm{m/s}$

$$= 4.02\ \mathrm{m/s}$$

b) $E_i = E_f$

energia potenziale elastica

$$E_i = U_i + K_i \quad 0$$

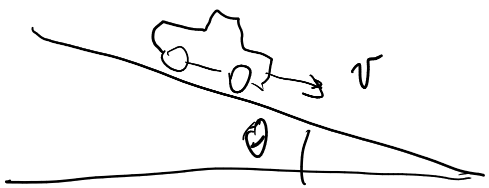
$$E_f = K_f$$

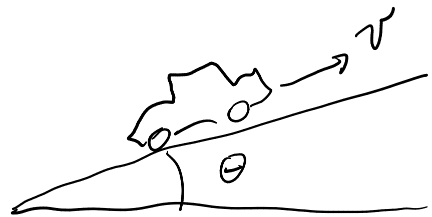
$$U_i = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

$$= 29.2\ \mathrm{J}$$

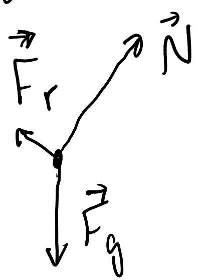
Un'automobile scende a motore spento lungo un declivio con la pendenza del 5% alla velocità di 36 km/h. (a) Si calcoli l'intensità della forza frenante totale dovuta alla resistenza dell'aria e ad altre forme di attrito. (b) Si calcoli la potenza minima erogata dal motore quando l'automobile sale per il medesimo pendio con la velocità costante di 36 km/h.

$m = 1000\ kg$





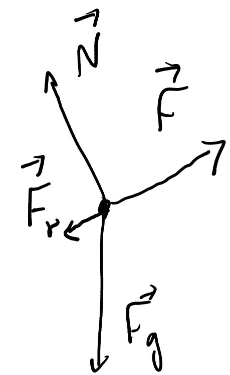
1) $\vec{a} = 0 \Rightarrow \sum \vec{F} = 0$



lungo la strada:

$$F_r = mg\sin\theta = 490\ N$$

2) $\vec{a} = 0 \quad \sum \vec{F} = 0$



lungo la strada:

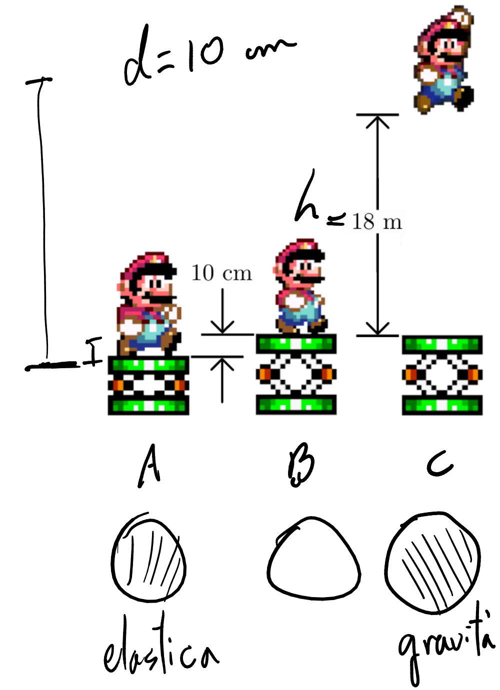
$$F - \underbrace{mg\sin\theta}_{= F_r} - F_r = 0$$

$$F = 2F_r$$

$$W = F \cdot l$$

$$P = \frac{dW}{dt} = Fv = 2F_r v = 9800\ W$$

In Super Mario World, Mario poteva utilizzare un trampolino (che altro non è che una grande molla) per saltare molto in alto. Mario (che ha una massa di 97 kg) può utilizzare il trampolino per raggiungere un'altezza massima di 18 m sopra la posizione di equilibrio della molla, dopo l'aver compressa di 0.10 m sotto la sua posizione di equilibrio. In Mario World non c'è attrito.



(a) Qual è la costante elastica della molla?

$$E_A = E_C$$

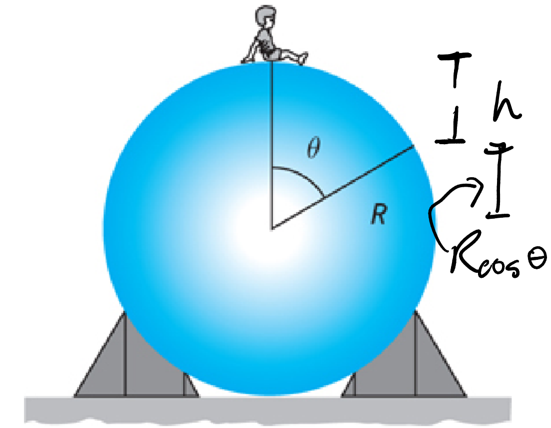
$$\frac{1}{2} k d^2 = mg(h+d) \Rightarrow k = \frac{2mg(h+d)}{d^2} = 3.4 \times 10^6 \ N/m$$

(b) Qual è l'accelerazione massima di Mario durante questo salto, espressa in multipli di g?

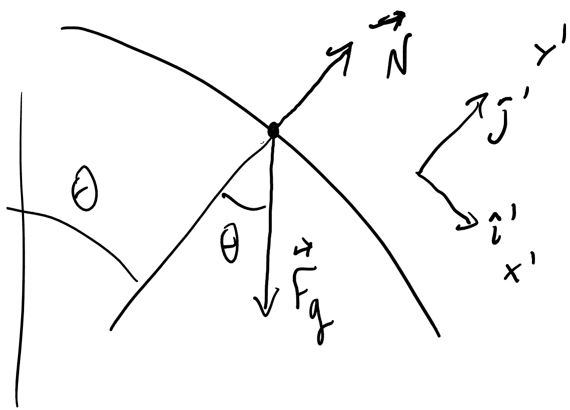
$$a_{max} = \frac{kd}{m} = 3.5 \times 10^3 \ m/s^2 = 360 g$$

$$m a_{max} = kd - mg \Rightarrow a_{max} = \frac{kd}{m} - g \approx 360 g$$

Un bambino sta seduto in cima a un serbatoio cilindrico di raggio R, come mostra la Figura E9.10. La superficie è molto liscia e il bambino comincia a scivolare con attrito trascurabile. Si determini il valore dell'angolo in corrispondenza del quale il bambino si stacca dalla superficie cilindrica.



Cerchiamo l'angolo tale che $N = 0$



$$m\vec{a} = \vec{N} + \vec{F}_g$$

$\hat{i}'$: $\quad m a_{x'} = mg\sin\theta$

$\hat{j}'$: $\quad m a_{y'} = N - mg\cos\theta$

$a_{y'}$: accelerazione centripeta

$$a_{y'} = -\frac{v^2}{R} \qquad \frac{mv^2}{R} = -N + mg\cos\theta$$

$$N = 0 \iff \frac{\cancel{m}v^2}{R} = \cancel{m}g\cos\theta \qquad \frac{v^2}{R} = g\cos\theta \qquad (*)$$

Per trovare v: conservazione dell'energia!

$$E_i = E_f$$

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$0 + mg(2R) = \frac{1}{2}mv^2 + mg(2R-h)$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$h = R(1-\cos\theta)$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gR(1-\cos\theta)$$

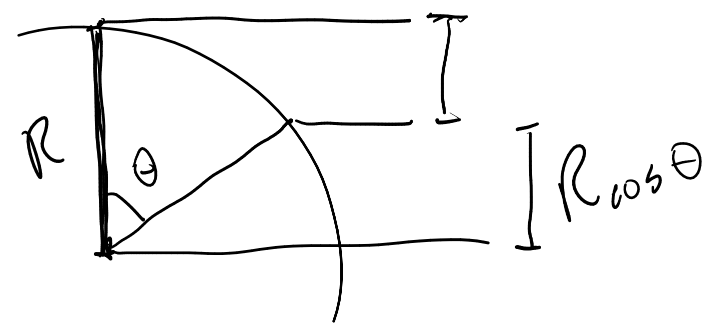
$$\frac{v^2}{R} = 2g(1-\cos\theta) \quad (**)$$

$$\cancel{g}\cos\theta = 2\cancel{g}(1-\cos\theta)$$

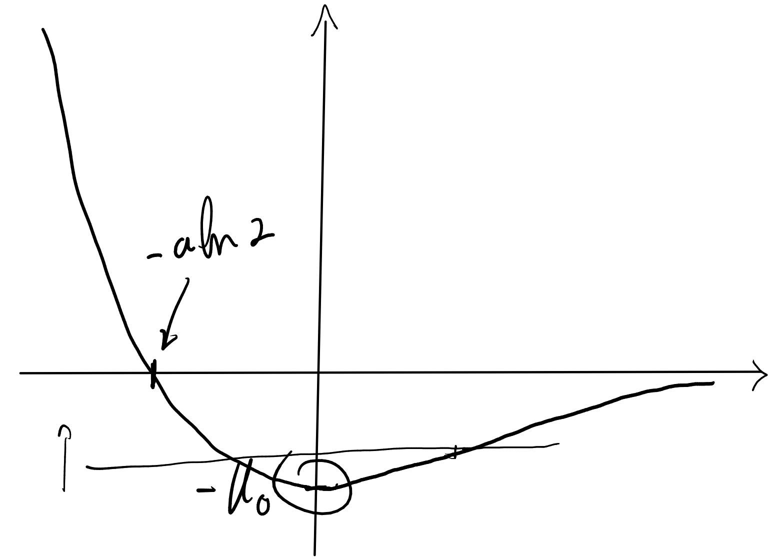
$$\cos\theta = 2 - 2\cos\theta$$

$$\boxed{\cos\theta = 2/3}$$

$$\boxed{\theta \simeq 48.2^\circ}$$



Un semplice modello della molecola d'idrogeno utilizza un'energia potenziale unidimensionale $U(x) = U_o(e^{-2x/a} - 2e^{-x/a})$, dove $U_o = 7.5 \times 10^{-19}$ J e $a = 7.0 \times 10^{-11}$ m. (a) Costruire un grafico di $U(x)$ in funzione di x per $-1.5 \le x/a \le 3$. In base al grafico, determinare i punti di inversione del moto se (b) $E = -2.5 \times 10^{-19}$ J e (c) $E = +2.5 \times 10^{-19}$ J.



$$U(x) = U_0\left(e^{-2x/a} - 2e^{-x/a}\right)$$

$$\frac{dU}{dx} = U_0\left(-\frac{2}{a}e^{-2x/a} + \frac{2}{a}e^{-x/a}\right)$$

$$0 = \left.\frac{dU}{dx}\right|_{x_0} = U_0\left(-\frac{2}{a}e^{-2x_0/a} + \frac{2}{a}e^{-x_0/a}\right) \Rightarrow 0 = e^{-x_0/a} - e^{-2x_0/a}$$

$$\Rightarrow e^{-x_0/a} = e^{-2x_0/a} \Rightarrow x_0 = 0$$

$$U(x_0) = -U_0$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} = U_0\left(\frac{4}{a^2}e^{-2x_0/a} - \frac{2}{a^2}e^{-x/a}\right) \qquad \left.\frac{d^2U}{dx^2}\right|_0 = \frac{2U_0}{a^2} > 0$$

minimo locale

$$U(x)=0 \Rightarrow e^{-2x/a} = 2e^{-x/a} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{x/a} \Rightarrow x = -a\ln 2$$

Vicino al minimo: $U(x) \simeq -U_0 + \underbrace{\frac{1}{2}\frac{2U_0}{a^2}x^2}_{\frac{1}{2}kx^2} + \dots$

pulsazione delle piccole oscillazioni: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2U_0}{ma^2}}$