

Logica

Introduzione

- Che cos'è la logica?

- La logica è lo studio delle **argomentazioni corrette**.

Oppure:

- La logica e` lo studio di quali enunciati seguono da certi enunciati. (Implicazione logica)
- Cerchiamo di chiarire e di rendere più chiaro questo aspetto.

- La logica e` uno studio formale, matematico di tale temi.
- Quindi svilupperemo e useremo strumenti formali.
- Per capire il senso che sta dietro a questi formalismi, partiremo pero` da una introduzione informale.

Che cos'è un'argomentazione?

- Un argomentazione o un **argomento** (o un'**inferenza**) consiste (tipicamente) in un numero finito di elementi:

Alcune premesse

- (enunciati, frasi, affermazioni, proposizioni)

e

una conclusione

- (un enunciato, una frase, un'affermazione, una proposizione).

- Le premesse sono il punto di partenza dell'argomentazione.
- La conclusione è il risultato dell'argomentazione.

- Le premesse, di solito, vengono prima di tutto.

La conclusione viene dopo le premesse, presumibilmente come conseguenza delle premesse.

- Le premesse si intendono come supporto alla conclusione.

- Spesso, per chiarire quali sono le premesse e qual e` la conclusione usiamo espressioni come:

"Pertanto" , *"Quindi"* , eccetera.

→ Vengono utilizzate per separare le premesse dalla conclusione.

- Un argomento =

alcuni enunciati dichiarativi (le premesse)

che supportano

un'altro enunciato dichiarativo (la conclusione)

Per esempio:

Se piove, sono triste.

Piove.

Quindi, sono triste.

Enunciati dichiarativi

Tipi di enunciati (frasi)

- In primo luogo, si considerino gli enunciati (frasi) di una lingua, come l'Inglese o l'Italiano.

- Esistono diversi tipi di enunciati.

Qui ci concentriamo sugli enunciati **dichiarativi** (completi).

- Un enunciato dichiarativo (completo) è un enunciato per cui **ha senso** chiedersi se è vero o falso.

- Nota bene:

Non ci chiediamo se e` vero o falso, ma se **ha senso** chiedersi se e` vero o falso.

Anche gli enunciati di cui non sappiamo, di fatto, se sono veri o falsi sono enunciati dichiarativi.

Ad esempio:

- *Trieste è un lago.*
- *La Cina è grande.*
- *Ogni quadrato è rotondo perché io sono bello.*

→ Sono tutti **dichiarativi** (anche se alcuni non sono veri o un po' strani)

- I seguenti, invece, non sono esempi di enunciati dichiarativi (per motivi diversi):
- *Cosa stai facendo?*
- *Vieni qui!*
- *La bicicletta di Federico*
- *Perché sono abbastanza*
- *Il per perché un*

Casi difficili

- Che dire pero` di:
 - *Le idee verdi incolori dormono furiosamente.*
 - *A Babbo Natale piacciono le patate.*
- Per il momento, potete classificarli come volete.
Questo problema non si porrà nel linguaggio formale che utilizzeremo.

- Gli enunciati dichiarativi sono talvolta chiamati *proposizioni*.
 - O affermazioni, o asserzioni.

→ Spesso il termine "proposizione" viene usato, in un altro senso, per indicare il *contenuto* di un enunciato. Mettiamo da parte queste sottili differenze.

- D'ora in poi, “enunciato” o “frase” verra` usato per intendere: enunciato dichiarativo (completo).

Dichiarative “indirette” o non esplicitate

- A volte gli enunciato esprimono affermazioni in modo indiretto.
- Ad esempio, nelle domande retoriche.
- *Come è possibile migliorare l'economia? Il deficit aumenta ogni giorno. (Varzi, p.2).*

- Identificare gli argomenti

- Gli enunciati sono i componenti degli argomenti:

Alcuni enunciati (premesse) che supportano un altro enunciato (conclusione).

- 1. Forma canonica
- 2. Difficoltà nell'identificazione della forma canonica (p.4)
- 3. Argomenti complessi
- 4. Premesse e conclusioni implicite

1. Forma canonica

- La forma canonica e` la forma seguente:

Premesse

∴

Conclusione

- Non sempre gli argomenti hanno però questa forma,
in cui vengono prima le premesse, poi un segno di distinzione, e infine la conclusione.
- Spesso la forma canonica va ricostruita.

2. Difficoltà nell'identificazione della forma canonica

- A volte non c'è nessun argomento, ma solo un gruppo di enunciati, senza nesso di implicazione logica.

Gli enunciati sono sullo stesso piano. Non ci sono premesse che supportano una conclusione, ma solo una descrizione.

Ad esempio:

- *Vi sono persone oneste e persone disoneste. Tra le persone oneste ve ne sono alcune che sono anche generose. Purtroppo Giovanni non è tra queste.*

- A volte c'è un argomento, ma l'ordine di premesse e conclusione è invertito, e la conclusione viene menzionata prima.
- *Sandra è del segno del Leone. Infatti è nata ai primi di agosto.*

(Sarebbe: Sandra è nata ai primi di agosto. Quindi Sandra è del Leone.

(con una premessa implicita...)

- Altre volte, la conclusione e` in mezzo all'argomento.

Ad esempio:

Mario è andato al cinema. Quindi a casa non c'è nessuno. Mi risulta infatti che Luisa e Gianmaria sono in vacanza.

Indicatori di conclusione

Quindi

Dunque

Perciò

Pertanto

Così

Ragion per cui

Di conseguenza

Stando così le cose

Ne segue che

Questo significa che

Se ne deduce che

In conclusione

Indicatori di premessa

Infatti

Poiché

Perché

Siccome

In quanto

Dato che

Visto che

Posto che

Dal momento che

Assumendo che

Considerato che

Come mostrato dal fatto che

- Ma ci sono delle eccezioni.
- A volte questi marcatori vengono utilizzati in un senso diverso.

Ad esempio:

Ho portato l'ombrello, perché tu non ti bagnassi.

(Non è probabilmente un'argomento)

Oppure:

Ho venduto la bicicletta, perché avevo bisogno di soldi.

(Probabilmente, non è un'argomentazione)

- E a volte non ci sono affatto marcatori.

Esempio:

Fummo gravemente decimati e disarmati dal nemico. Le loro truppe venivano costantemente rinforzate. I nostri alleati, invece, erano troppo lontani per poterci raggiungere. Uno scontro in campo aperto sarebbe stato un suicidio.

3. Argomenti complessi

- A volte vengono combinati più argomenti.
- La conclusione di un argomento viene cioè` utilizzata come premessa in un altro argomento.

Esempio:

Tutti i numeri razionali sono esprimibili come frazioni di interi. Pi greco non è esprimibile come frazione di interi, quindi non è un numero razionale.

Tuttavia pi greco è un numero. Ne segue che esiste almeno un numero irrazionale.

4. Premesse e conclusioni implicite

- A volte le argomentazioni sono incomplete.
- Alcune premesse o la conclusione possono essere lasciate **implicite**.

Ad esempio, premesse mancanti in:

- *I giocatori di scacchi sono persone intelligenti. Quindi Ada non avrà problemi a frequentare il corso di logica.*

Le premesse mancanti sono: 1. Ada e' una giocatrice di scacchi. E 2. gli intelligenti non hanno problemi a seguire il corso di logica.

- Esempio di conclusione mancante:
- *Uno di noi due verrà escluso dalla competizione finale, e non sarò certo io: finora ho ottenuto ottimi risultati.*

(Conclusione implicita: tu verrai escluso)

- Esercizi
- Eserciziario (teoria dell'argomentazione)

Tipi di argomenti

- Ci sono diversi tipi di argomenti.
- Considerate i seguenti esempi di argomenti apparentemente corretti.

i.

Mark è tedesco o giapponese.

Mark non è giapponese.

Pertanto,

Mark è tedesco.

ii.

Tutti i cigni osservati finora in Europa sono bianchi.

Tutti i cigni osservati finora nel Nord America sono bianchi.

Tutti i cigni osservati finora nell'America meridionale sono bianchi.

...

Non è mai stato osservato un cigno non bianco.

Pertanto,

Tutti i cigni sono bianchi.

iii.

L'assassino ha lasciato del fango sul tappeto.

Chiunque fosse entrato dal giardino avrebbe lasciato del fango sul tappeto.

Pertanto,

Il giardiniere è l'assassino.

iv.

Gli uccelli, generalmente, volano.

Timmy è un uccello.

Pertanto,

Timmy vola.

- Si noti che il **primo esempio**, i., è **particolare**:
- Nel primo argomento sembra esserci una **forte connessione** (un **forte legame modale**) tra le premesse e la conclusione.

Le premesse **necessitano** la conclusione.

- Se le premesse sono vere, **non possiamo sbagliare**. La conclusione è **assicurata**.
Le premesse **garantiscono la** conclusione.

- Gli altri argomenti (ii. iii. iv.) non sono così forti.
- Anche se le premesse sono vere, la conclusione **potrebbe comunque essere falsa**.

Qualcosa potrebbe andare storto.

Le premesse **non sono** sufficienti a **garantire** la conclusione. Le premesse non necessitano la conclusione.

- Questo **non significa** che ii., iii, iv, siano argomenti sbagliati o cattivi argomenti.
- Anzi, forniscono buone ragioni per accettare la conclusione. Possono essere una buona giustificazione.
- Dopo tutto, la conclusione è almeno **probabile alla luce delle premesse**. La conclusione è ancora **supportata** dalle premesse.

- Però, anche se questi argomenti sono corretti, non lo sono nel senso di i.
- In questo senso, sono argomenti più deboli.

Gli argomenti di tipo i., invece sono molto forti.

- Le argomentazioni come i. sono chiamati argomenti **deduttivi**.
- Sono **deduzioni**.

Gli altri argomenti sono **non** deduttivi.

In particolare:

ii. è un argomento **induttivo**. Un'induzione.

iii. è un'**inferenza alla migliore spiegazione**, o **abduzione**.

iv. è un argomento **per default**.

- Anche gli argomenti **non** deduttivi possono essere studiati in logica.

(In logica induttiva, ad esempio. O usando la teoria della probabilita`)

- In questo corso, tuttavia, ci concentriamo solo sugli argomenti **deduttivi**.

- La logica che studieremo noi è lo studio degli argomenti deduttivi corretti.

Anche detta, **logica deduttiva classica.**

- Gli argomenti deduttivi sono tipici della **matematica.**

Argomenti deduttivi

- Abbiamo detto che gli argomenti deduttivi (corretti) sono quelli in cui le premesse garantiscono la conclusione.
- Sono quelli in cui la conclusione segue necessariamente dalle premesse.

- La logica studia a che condizioni, si ha questa implicazione.

Ovvero quando una conclusione segue dalle premesse.

- Quali conclusioni e perche` sono implicate necessariamente dalle premesse.

- Il resto del corso ha lo scopo di rispondere a questo tipo di domande in modo preciso.
- In particolare, nella nostra trattazione faremo ampio uso di strumenti **matematici**.

Logica matematica

- La logica moderna è spesso chiamata **logica matematica**.

Per due motivi.

- 1. Studia gli argomenti **utilizzando la matematica** (teoria degli insiemi, funzioni, formule, ...).

- Forniremo infatti una ricostruzione e una indagine matematicamente precisa degli argomenti deduttivi validi.
- Stabiliremo a che condizioni un argomento è valido con precisione matematica.

Precisione che ci deriva dall'usare strumenti matematici.

- 2.

Un secondo motivo per cui si parla di logica matematica e` che si concentra su argomentazioni matematiche.

- Ragionamenti che si trovano e si usano in matematica.

- Perché?

Perché la matematica offre i migliori esempi di ragionamento deduttivo apparentemente corretto.

- In matematica, gli argomenti deduttivi sono spesso espliciti.

E la loro correttezza o scorrettezza è valutata di routine, probabilmente con successo, dalla comunità dei matematici.

- La matematica offre quindi esempi chiari dell'oggetto della logica: argomenti deduttivi validi.
- Daremo quindi (per lo più) per scontato che molti (se non tutti) gli argomenti accettati dai matematici siano effettivamente argomenti corretti.
- In questo modo abbiamo dei buoni campioni da cui partire per la nostra analisi.

- Questa scelta ha conseguenze non banali.
- Se si ha in mente il ragionamento matematico, infatti, ad esempio, il **tempo** e il **luogo** non sono importanti ($2+2=4$, non importa dove e quando)
 - Vedremo in seguito anche altre semplificazioni, piu' sottili, portate dall'attenzione alla matematica.

- Oggi, tuttavia, lo studio della logica si estende anche al di fuori della matematica. In altre scienze, in filosofia, nella vita quotidiana.

→ Queste sono spesso chiamate logiche **filosofiche** (o non classiche).

- (Si noti che anche le logiche filosofiche utilizzano strumenti matematici, ma li applicano ad argomenti esterni alla matematica.
- Sono cioè altrettanto rigorose, ma studiano argomenti di tipo diverso. Ad esempio, nelle logiche temporali, il tempo è importante).

Alcune osservazioni

- La logica non è lo studio del **ragionamento** in quanto processo psicologico.

→ La logica non studia il modo in cui noi umani (o altri animali) ragioniamo.

La logica come normativa

- Tuttavia, la logica ha un'importante relazione con il ragionamento umano:
 - Fornisce **norme** di ragionamento.
 - La logica ci dice come **dovremmo** ragionare per farlo **correttamente**.
 - La logica ci dice quando un **argomento** prodotto dal nostro ragionamento è **corretto**.

Verità vs. Validità

- Abbiamo visto che: *la logica è lo studio di quali sono le condizioni per cui una conclusione segue dalle sue premesse.*
- O, equivalentemente, a quali condizioni le premesse implicano necessariamente la conclusione.

- Ma:
 - Cosa significa che la conclusione **segue** dalle premesse?
 - Cosa significa che le premesse “necessitano”, o “garantiscono” la conclusione?
 - Cos’è questa **implicazione logica**?

- Nel corso daremo una caratterizzazione matematicamente precisa di questa nozione.
- L'idea che vogliamo catturare matematicamente puo` pero` essere presentata, preliminarmente, in modo informale.

- Per farlo è importante distinguere implicazione o **validità** logica (cioè la correttezza di un argomento deduttivo) e **verità**'.

Si consideri l'argomento seguente:

1. Il Paese con il cibo migliore è il paese migliore del mondo.

2. La Cina ha il cibo migliore,

Pertanto,

3. La Cina è il miglior Paese del mondo.

XXX

- Una prima domanda che ci si può porre è se le premesse e la conclusione siano vere.

- Ad esempio:

*è vero che il paese con il cibo migliore è
il paese migliore?*

- Per rispondere, dobbiamo tenere conto di molte questioni riguardanti la gastronomia, l'economia, la geografia, la politica, la cultura, ecc.

- Non si tratta, chiaramente, di questioni logiche.
 - Sono di natura economica, politica, ecc.

- Infatti, la logica NON è interessata alla verità delle premesse,

e nemmeno alla verità delle conclusioni!

- I logici non sono interessati a stabilire se le premesse di un argomento sono vere.
- I logici non sono nemmeno interessati a stabilire se la conclusione di un argomento è vera!

- Potrebbe sembrare strano.
- Di solito, proponiamo un argomento perché
Vogliamo dimostrare che una certa conclusione
è vera!

→ Eppure, ai logici questo non interessa.

- A cosa è interessata, allora, la logica?
- La logica **non** è interessata a premesse e a conclusione singolarmente prese.
- La logica è interessata alla relazione tra **premesse e conclusione**.

- La logica vuole rispondere a questa domanda:

“Supponiamo che le premesse siano vere,

in tal caso, **deve essere vera** anche la
conclusione?”

- NOTARE:

non importa se le premesse siano in realtà vere.

- Noi **supponiamo** che lo siano, per vedere se costringerebbero anche la conclusione ad essere vera.

- Non ci interessa se le premesse sono di fatto vere o no, ma solo **se, nel caso lo fossero, garantirebbero la verità della conclusione.**

Validità logica

- Supponiamo che per un certo argomento sia sempre così`.

Ovvero, che **in ogni caso in cui le premesse sono vere, anche la conclusione e` vera.**

→ Abbiamo quindi che tra premesse e conclusione esiste una relazione molto interessante e forte.

L'eventuale verità` delle premesse, garantisce sempre la verità` della conclusione.

- In effetti, questa e` la relazione di **validità logica**.
- E` questo il caso in cui la conclusione “segue”, e` “necessitata”, e` “garantita” dalle premesse.

→ Questo e` il tipo di relazione tra premesse e conclusione che e` studiata dalla logica.

- Quindi un argomento (deduttivo) è (logicamente) valido se:

è impossibile che le premesse siano vere, e la conclusione è falsa.

- Oppure, in modo equivalente,

Necessariamente, se le premesse sono vere, anche la conclusione è vera.

- È molto importante quindi distinguere la **verità** dalla **validità logica**.
 - Le premesse e le conclusioni, **singolarmente prese** possono essere **vere** (o no).
 - Gli argomenti, premesse e conclusione **prese insieme**, possono essere **validi** (o no).

- Gli argomenti non sono veri o falsi, ma validi o no.
- Le premesse e la conclusione non sono valide, ma vere o false.

(In seguito correggeremo, affinandole, queste affermazioni, ma per ora le accettiamo per buone.)

- NOTA: possiamo avere l'uno senza l'altro!

→ Possiamo avere un argomento con *premesse vere e conclusione vera*, **ma** non valido!

→ Possiamo avere un argomento *valido*, **ma** con *premesse e conclusioni* false!

- L'unica cosa che **non possiamo** avere è:

un argomento **valido** con premesse **vere** e una conclusione **falsa**.

→ Se l'argomentazione è **valida** e le premesse sono **vere**,

anche **la conclusione deve essere vera!**

Esempio:

Tutti i Cinesi sono Asiatici.

Tutti i Cinesi parlano una lingua asiatica.

Pertanto,

tutti gli Asiatici parlano una lingua asiatica.

- In questo argomento, tutte le premesse e la conclusione sono **vere** (nel mondo reale).
- Ma l'argomento **non è valido** da un punto di vista logico.

→ Infatti, basta una piccola riflessione per capire che c'è qualcosa che non va.

- Infatti, vediamo che si tratta di un argomento sbagliato perché **è possibile che le premesse siano vere e la conclusione è falsa.**

- Immaginiamo, ad esempio, che tutti i Singaporiani smettano di parlare la loro lingua asiatica e parlino solo Inglese.
- In questo caso, avremmo degli asiatici (i Singaporiani) che parlano una lingua non asiatica.

- In questa situazione, una situazione non reale ma possibile, le premesse sarebbero ancora vere:

- *Tutti i Cinesi sono Asiatici.*
- *Tutti i Cinesi parlano una lingua asiatica.*

ma la conclusione sarebbe falsa:

→ *Tutti gli asiatici parlano una lingua asiatica.*

(Nello scenario immaginato i Singaporiani non lo fanno!)

- In questa situazione le premesse sono vere,

ma la conclusione è falsa!

- Quindi per questo argomento c'è almeno un caso in cui le premesse sono vere, ma la conclusione è falsa.

→ La verità delle premesse non basta a garantire la verità della conclusione.

Quindi l'argomento non è logicamente valido.

- Nota:

quindi mettere insieme frasi *vere* non è
abbastanza per avere un argomento valido.

Un argomento valido ma "falso"

- Ora consideriamo:

Tutti i filosofi si sono laureati in Fisica.

Tutti i laureati in Fisica hanno studiato musica.

Quindi,

Tutti i filosofi hanno studiato musica.

- Questo è chiaramente un argomento "falso":
 - Nel senso che sia le premesse che la conclusione sono tutte false (nel mondo reale).
- Ma l'argomento ha, comunque, qualcosa di buono.
 - In effetti, da un punto di vista logico è un argomento **valido**.

- Perché?

- Perché, in logica, non è importante se premesse e conclusione sono di fatto vere o false.

- Nella logica siamo interessati invece a questo:
- Se le premesse fossero vere, dovrebbe essere vera anche la conclusione?

→ Siamo interessati a cosa succederebbe nei casi, magari non reali, in cui le premesse fossero vere.

In questi casi, la conclusione sarebbe forzata ad essere vera?

- In altre parole,
esiste un caso in cui le premesse sono vere,
ma la conclusione è falsa?
Se esiste, l'argomento non è valido.

Per questo argomento, potete immaginarlo,
come nel caso dei Cinesi e di Singapore?

- Scommetto di no. Provate!

- Nota bene:

Quindi non basta mettere insieme enunciati **falsi**, per avere un argomento **non** valido.

- Abbiamo quindi una divisione del lavoro:
 - La logica ci fornisce argomenti validi.
 - Scienza, esperienza, storia, senso comune
senso, internet... possono fornirci premesse vere.

Soundness / fondatezza

- Se abbiamo argomenti validi e premesse vere otteniamo anche delle conclusioni vere.
- Un argomento valido e con premesse vere si chiama **fondato**, “sound” in Inglese

(A volte anche “corretto”, ma siccome “correttezza” e` usato anche in altri sensi puo' generare confusione.)

- Solitamente nella vita quotidiana e nella scienza ci interessano gli argomenti fondati.

Vogliamo sia premesse vere che argomenti validi, in modo da ottenere conclusioni vere.

- Noi ci occuperemo di meta` del lavoro. Ovvero degli argomenti validi.

- Può essere utile pensare a un argomento valido come a una banca affidabile.

Una banca è affidabile se non ti fa mai perdere soldi.

Così un argomento valido non fa mai perdere la verità.

- Che una banca sia affidabile, non vuol dire però che si abbiano soldi da metterci.
- Così, un argomento valido non vuol dire che le premesse sono vere.
- Vuol dire solo che se si hanno soldi da mettere in quella banca (o verità da mettere nelle premesse), la banca li conserva (l'argomento conserva la verità nella conclusione).

- Punti chiave affrontati:
 - Che cos'è la logica?
 - Che cos'è un'argomento
 - Enunciati dichiarativi
 - Forma canonica
 - Tipi di argomenti
 - Logica come studio degli argomenti deduttivi corretti (premesse necessitano la conclusione)
 - Verità vs. validità
 - Fondatezza

- Fine