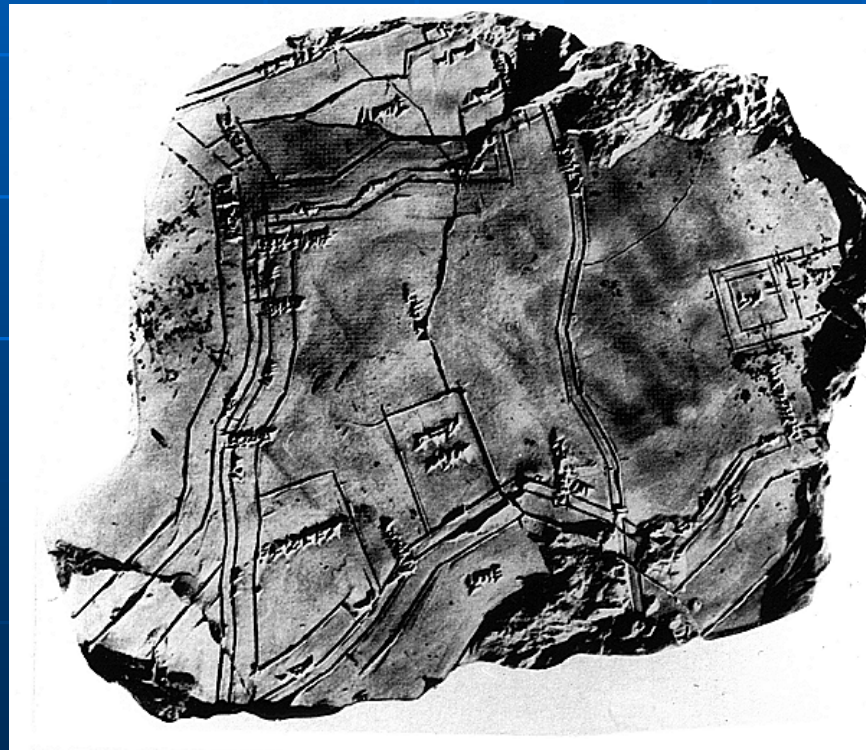


Sistemi di riferimento (SR) e georeferenziazione.

Ovvero i sistemi di coordinate, la trasformazione di coordinate, la rappresentazione cartografica.

**Radice del problema generale della
cartografia:
la terra non è piatta (??), le
rappresentazioni cartografiche, sì!**

**frammento della
pianta di Nippur
(circa 1500 a.C.)**



*M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I,
Pitagora Editrice, Bologna*

Lo sviluppo della moderna cartografia è legato
allo sviluppo della
Geodesia

=

Studio della forma e dimensioni della terra

Numerose campagne di misurazione di “arco di meridiano” per oltre 2000 anni.

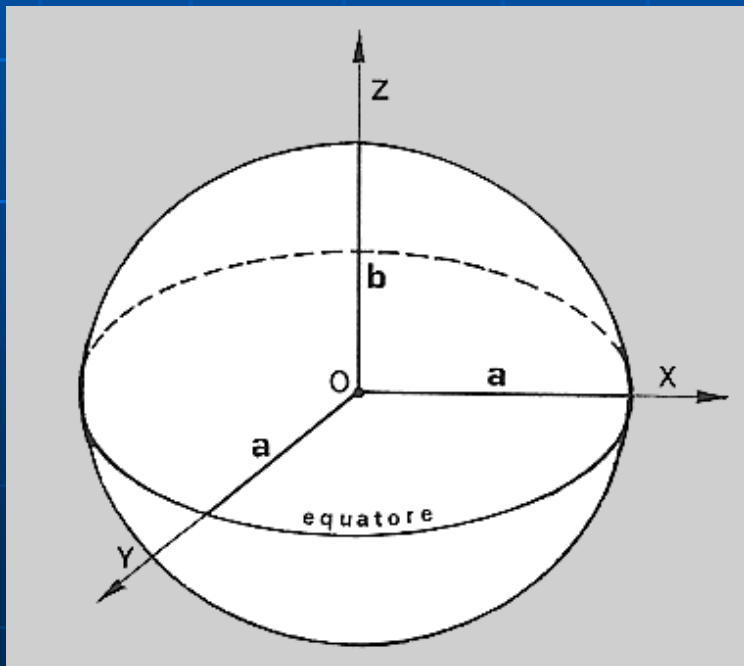
Nonostante la precisione di misura sia ormai elevata, e le computazioni ripetibili,

Le misure della distanza di un arco di meridiano compiute a diverse latitudini danno differenti risultati.....

Un caso???

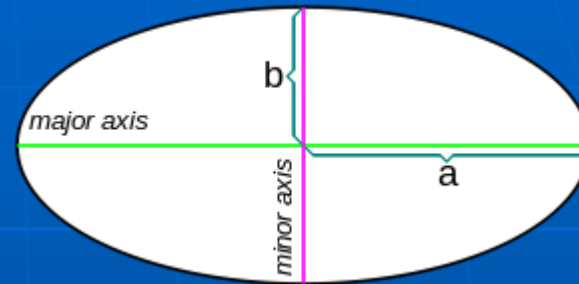
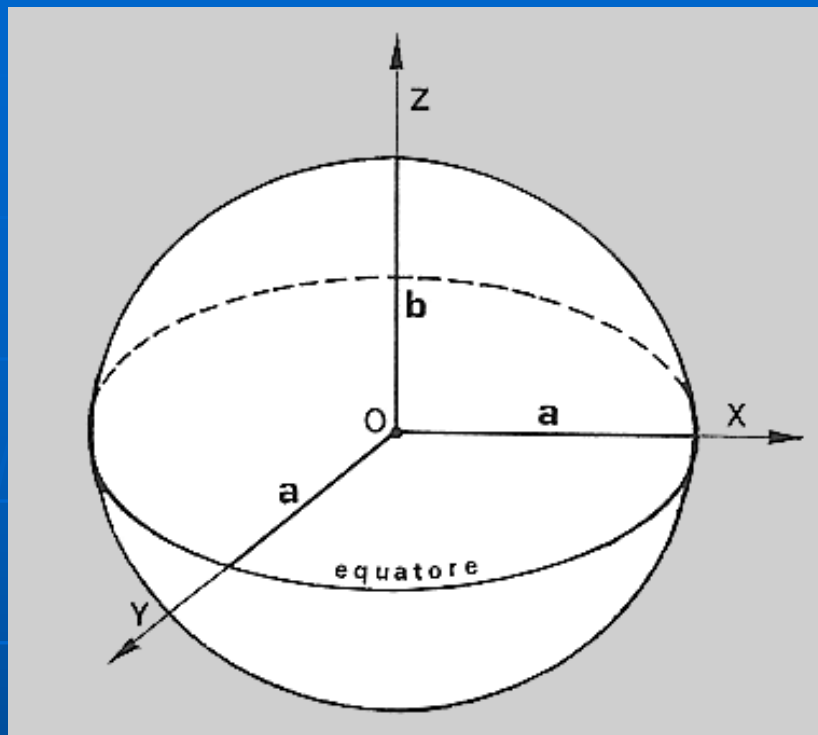
Certamente no!

Isaac Newton, Christian Huyghens e Robert Hooke attribuiscono il fenomeno alla diminuzione della gravità verso le zone equatoriali e deducono che la Terra è uno sferoide (ellissoide di rivoluzione) schiacciato ai poli.



Ellissoide di rotazione o Sferoide

*M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I,
Pitagora Editrice, Bologna*



Parametri dell'ellisse meridiana

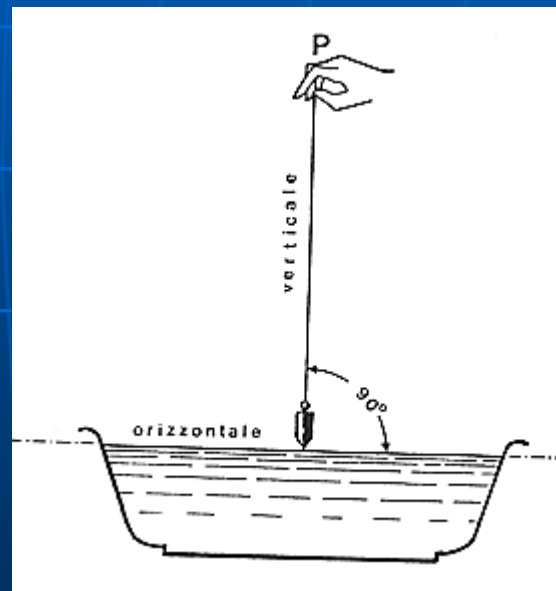
a, semiasse maggiore

b, semiasse minore

$s = (a-b)/a$ schiacciamento

$e^2 = (a^2-b^2)/a^2$ eccentricità

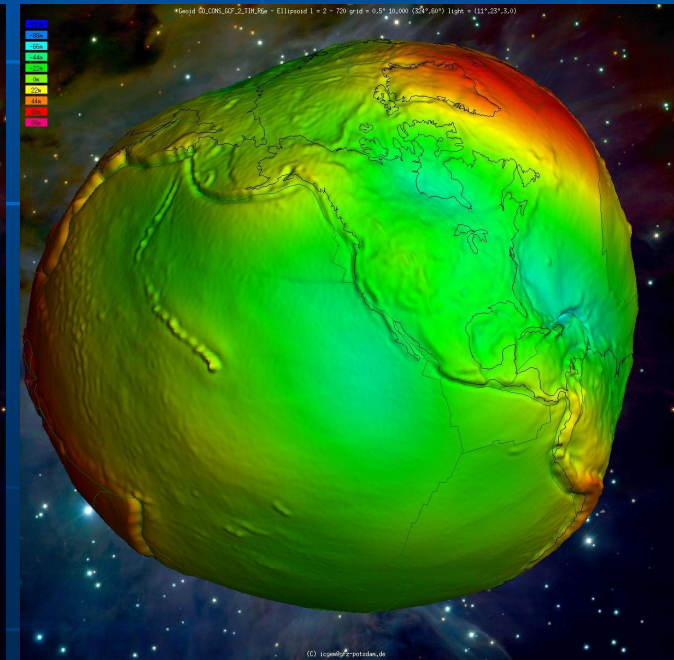
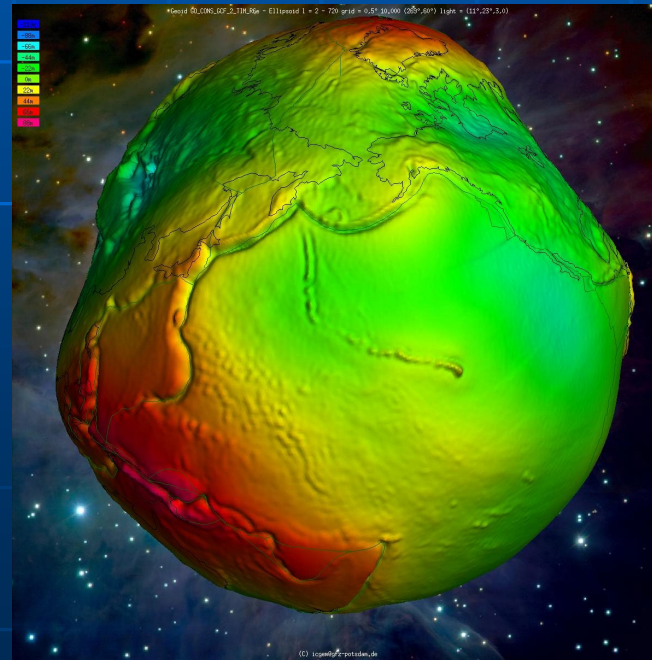
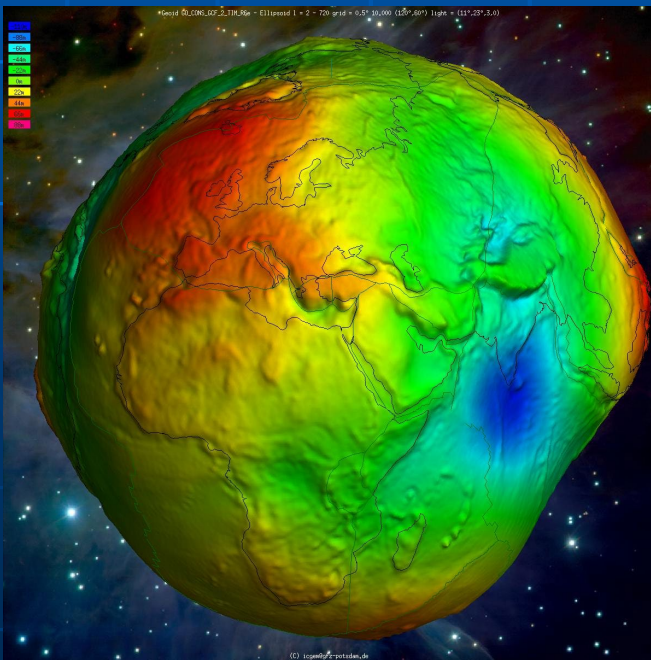
La direzione locale della linea di forza della gravità prende il nome di “*verticale locale*”; il luogo dei punti di identico livello energetico potenziale definisce una “*superficie di livello equipotenziale*”



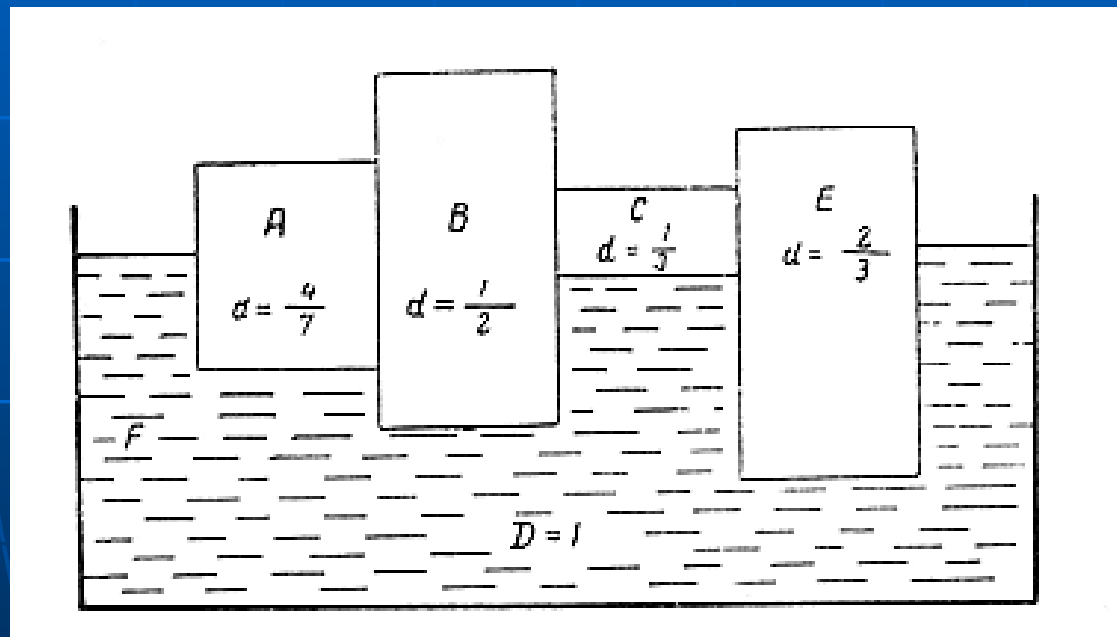
M. Fondelli, 2000, *Cartografia Numerica I*,
Pitagora Editrice, Bologna

Geoide

è la superficie di livello equipotenziale definita dal campo di gravità che passa per il punto medio marino (“mare medio”) di un prescelto luogo della Terra.

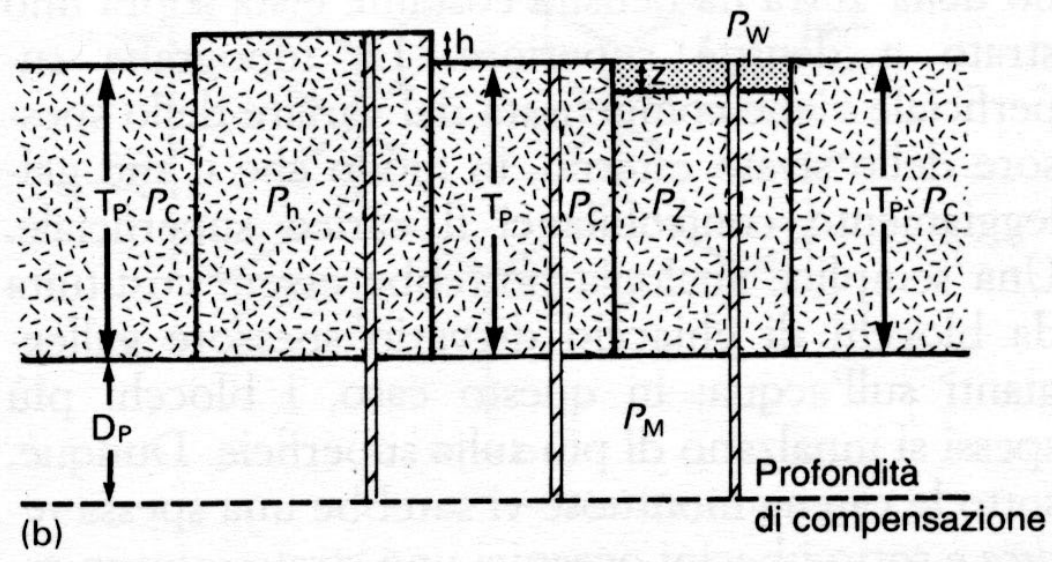
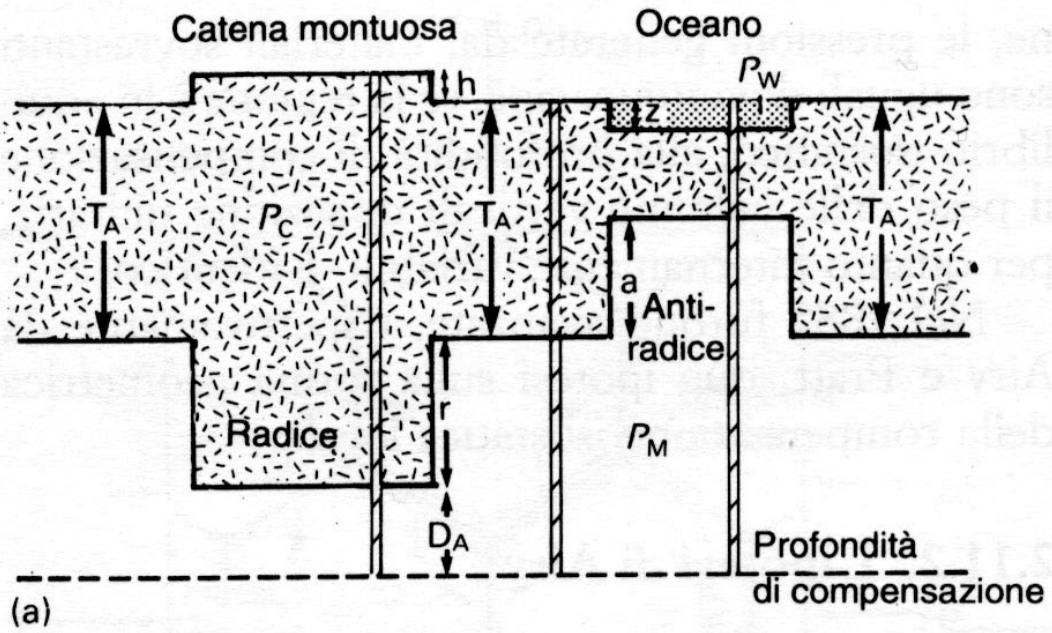


Il geoide e le ipotesi isostatiche

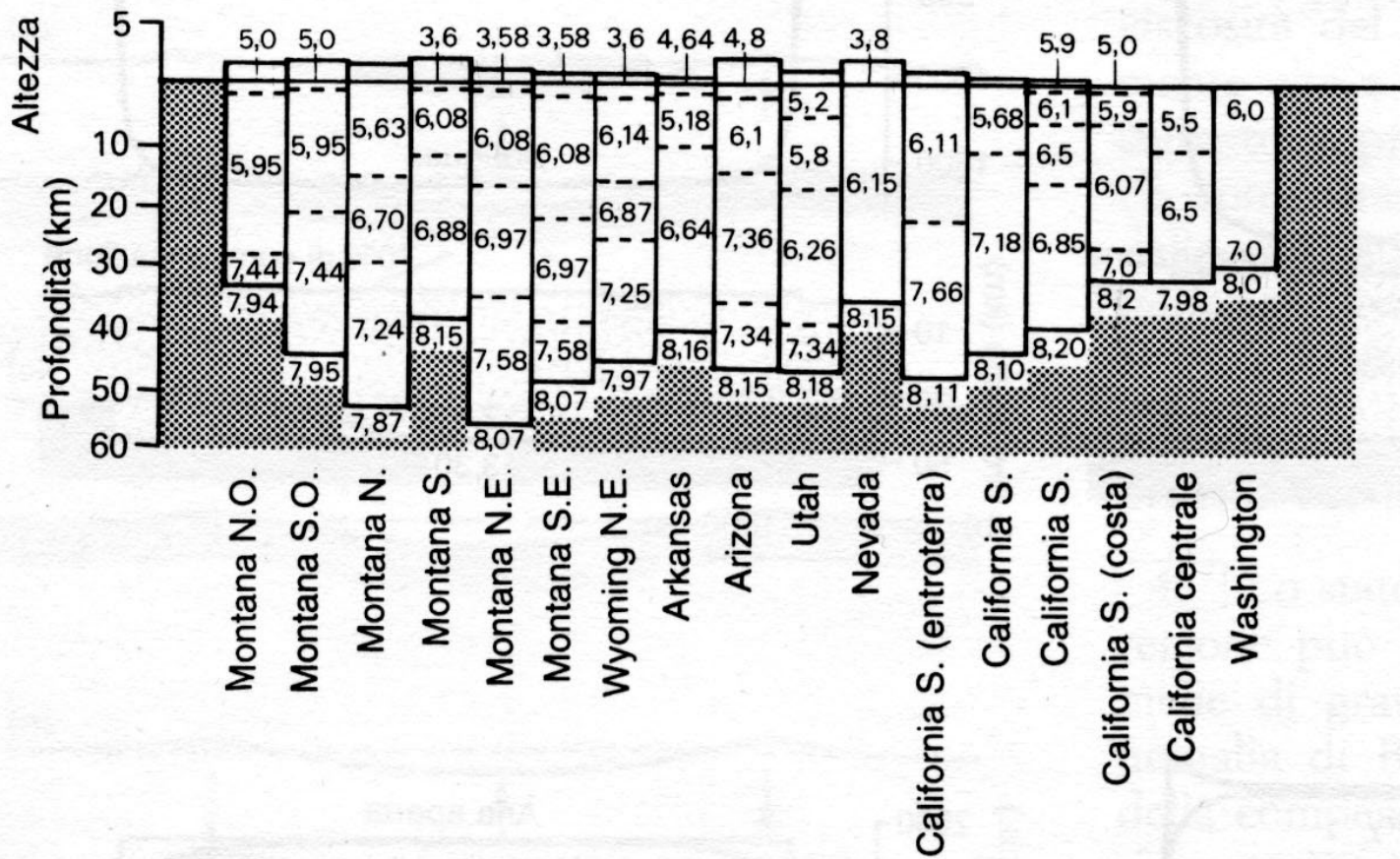
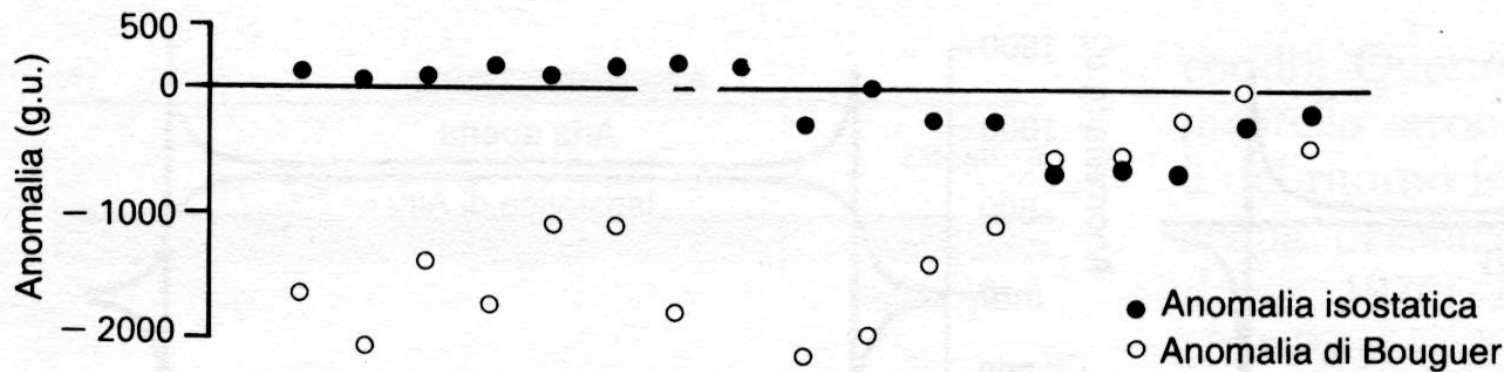


ipotesi isostatiche,

Airy



Pratt



L'estrapolazione di una forma più semplice, ovvero quella di un ellissoide di rotazione, che serva come riferimento semplificato non viene abbandonata:

Nel 1901 Friedrich Robert Helmert (1843-1917) definisce per via gravimetrica un ellissoide che, in via generale, approssima al meglio il geoide, ovvero l'ellissoide terrestre

$$a = 6.378.200 \text{ m} \quad s = 1/298,3$$

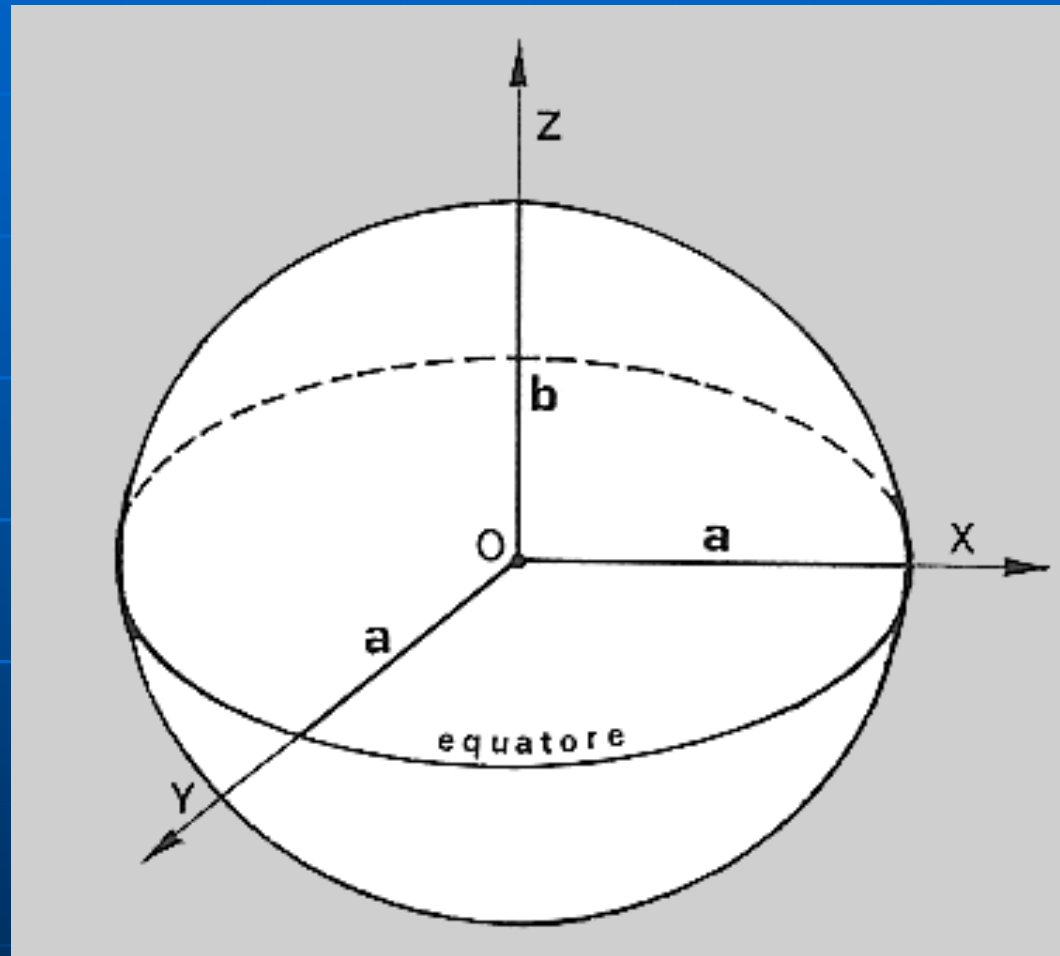
Geoide

è la superficie di livello equipotenziale definita dal campo di gravità che passa per il punto medio marino (“mare medio”) di un prescelto luogo della Terra.

Ellissoide terrestre o Sferoide

è la superficie geometrica generata dalla rotazione di un'ellisse meridiana attorno al proprio asse minore coincidente con l'asse di rotazione terrestre

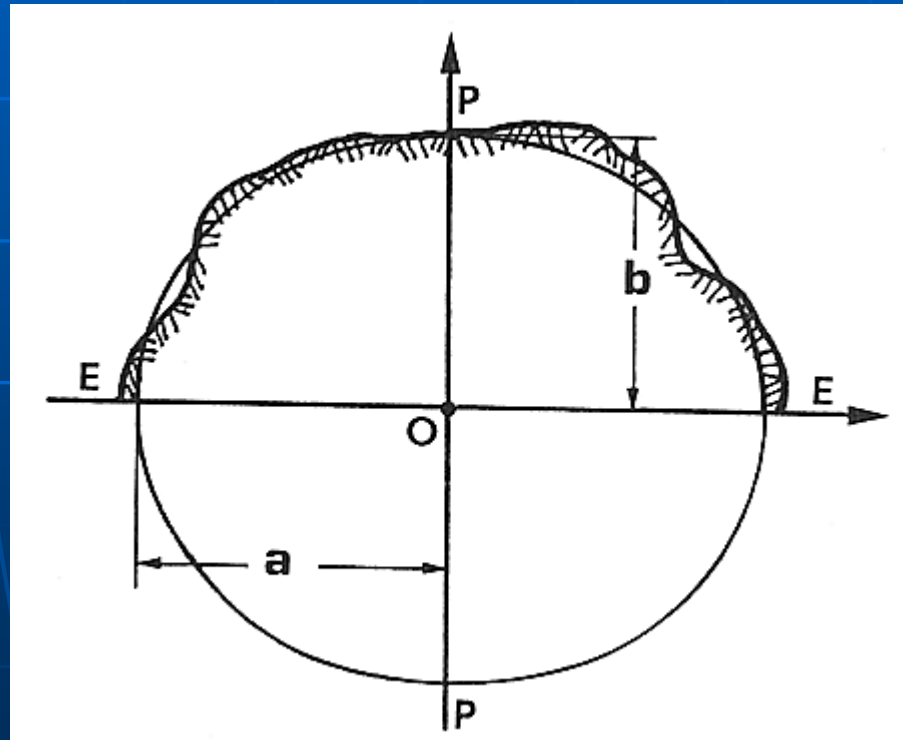
Ellissoide di rotazione o Sferoide



*M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I,
Pitagora Editrice, Bologna*

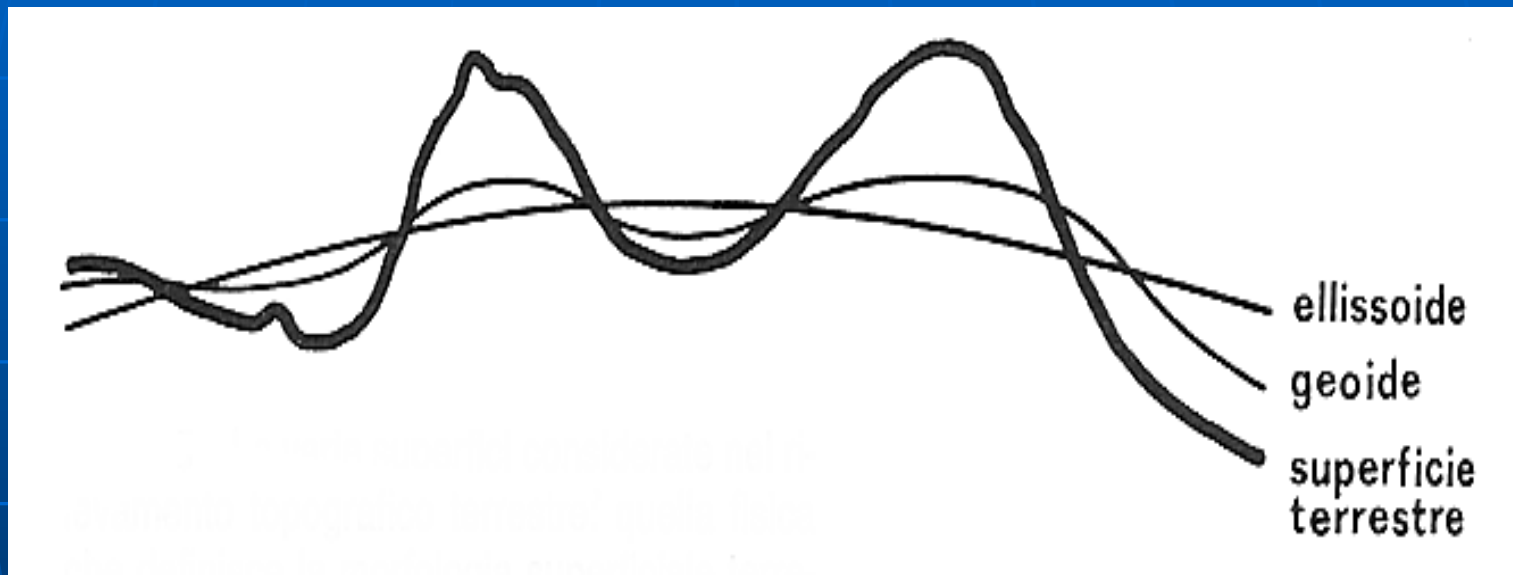
Nel 1909 John F. Hayford (1890-1935)
definisce i parametri dell'*ellissoide
internazionale*

$$a = 6.378.388 \text{ m} \quad s = 1/297$$



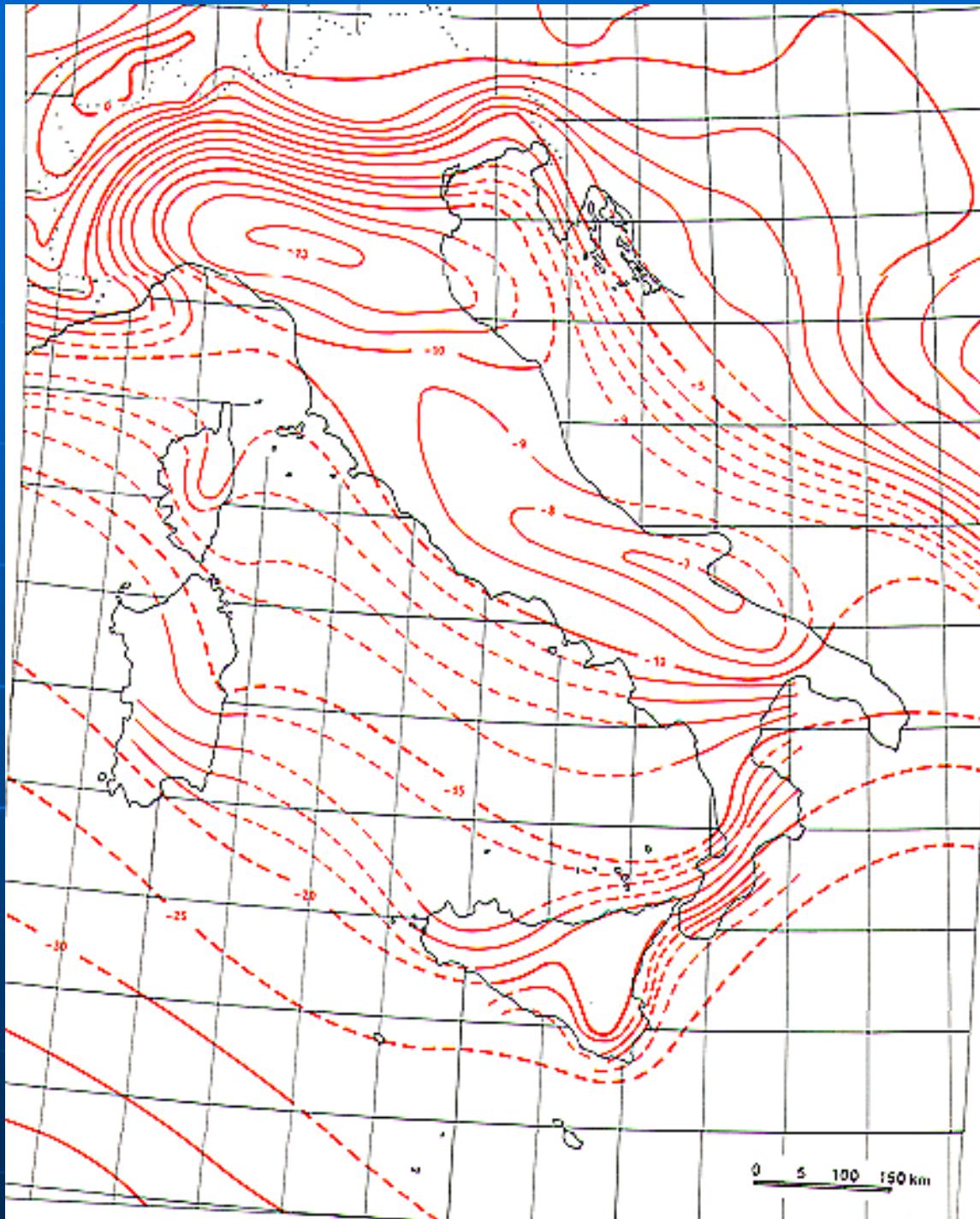
M. Fondelli, 2000, *Cartografia Numerica I*,
Pitagora Editrice, Bologna

Superfici considerate dal rilevamento topografico e dalla cartografia



*M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I,
Pitagora Editrice, Bologna*

Ondulazioni geoidiche in Italia



<http://icgem.gfz-potsdam.de/vis3d/longtime?modelid=2b82cfe40a06ab1d7cf36cbdb954f5ca0753fb711f20c9c63b3eb70de0f8fac8>

M. Fondelli, 2000, *Cartografia Numerica I*, Pitagora Editrice, Bologna

Quali concetti usiamo ora?

- Geoide
- Ellissoidi di rotazione o sferoidi
- Sfera locale
- Campo topografico

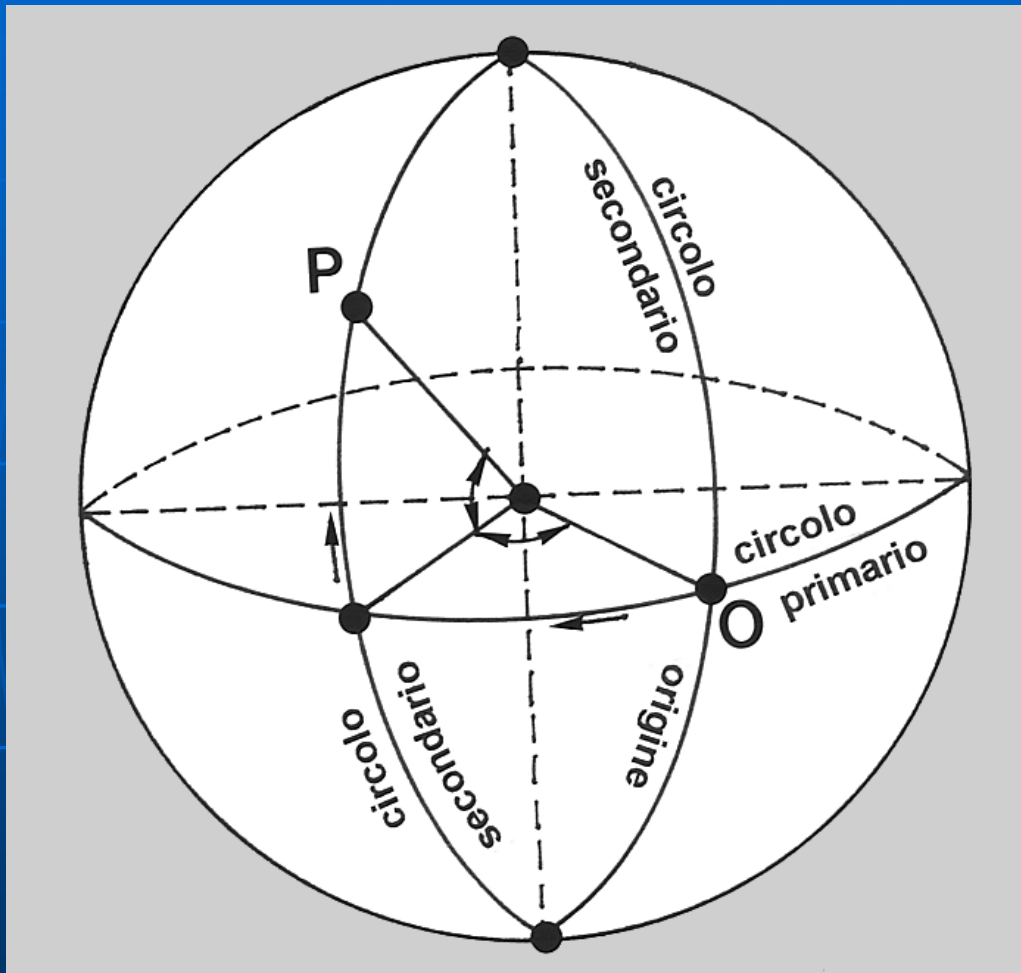
Misura delle coordinate.

La definizione della posizione dei punti dello spazio è legata alla “*direzione della verticale*” ed alla scelta della “*superficie di riferimento*” .

Superfici di riferimento

- **Ellissoide di rotazione o Sferoide**
- **Sfera**
- **Piano**

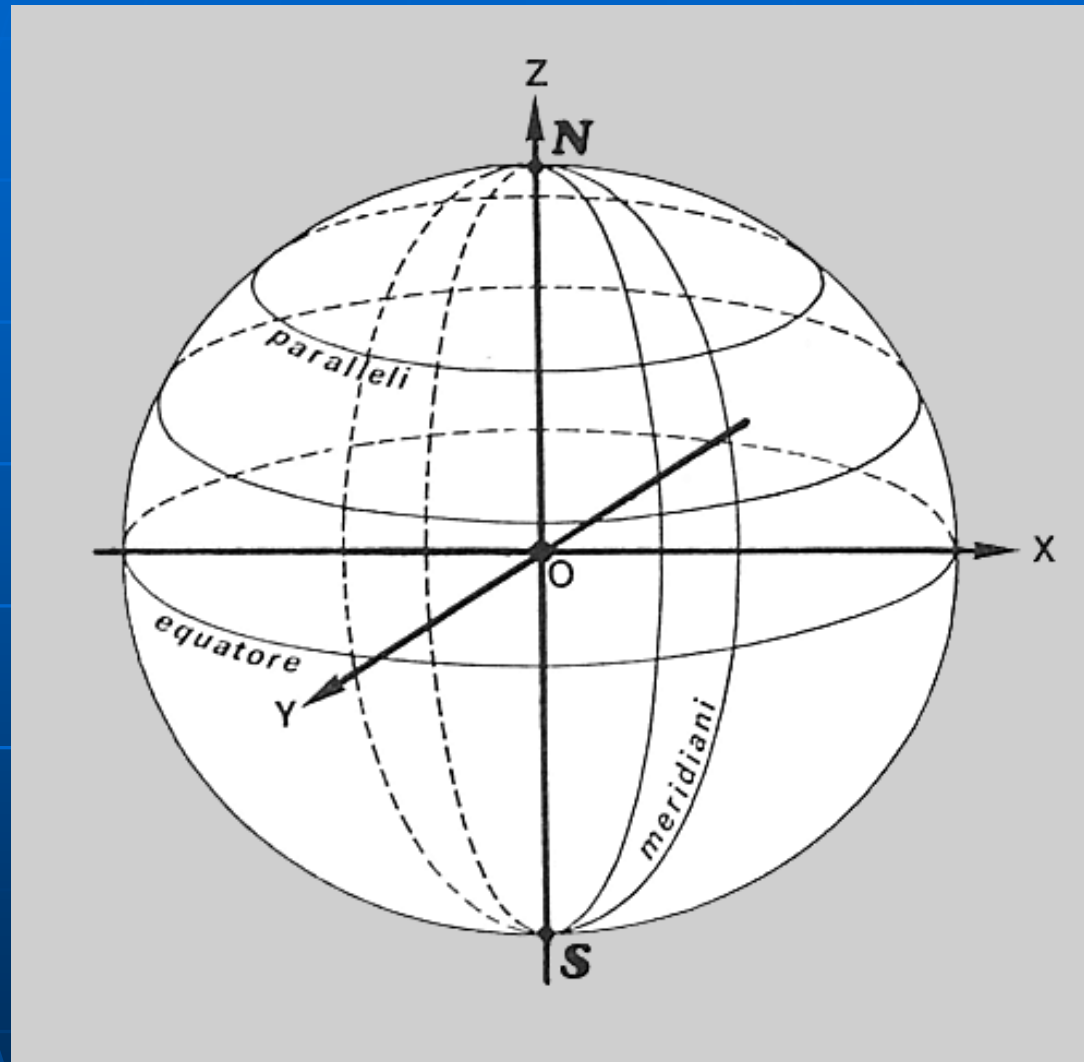
Sistemi di coordinate sferiche



M. Fondelli, 2000, *Cartografia Numerica I*,
Pitagora Editrice, Bologna

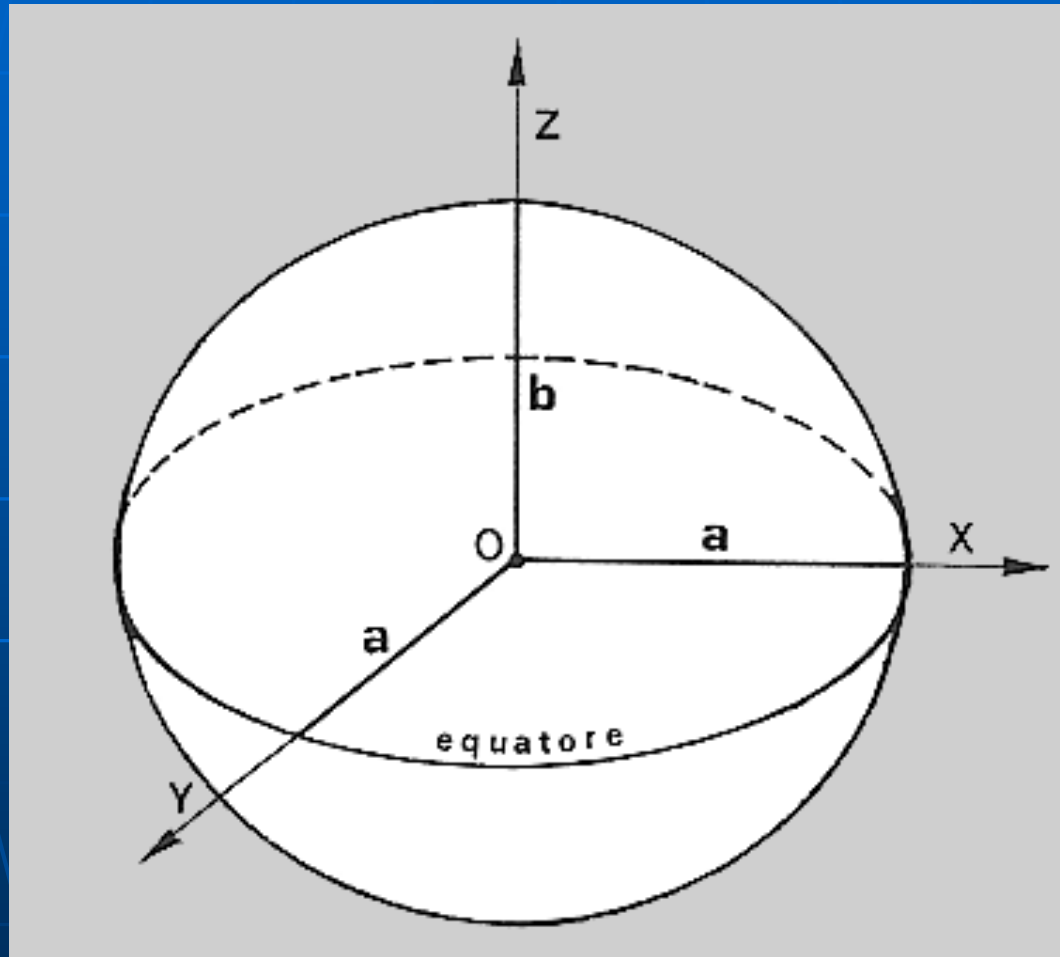
La posizione
del punto P é
definita da un
“cerchio
massimo
primario” e da
un “cerchio
massimo
secondario”
passante per i
poli del
primario

Definizione delle coordinate geografiche



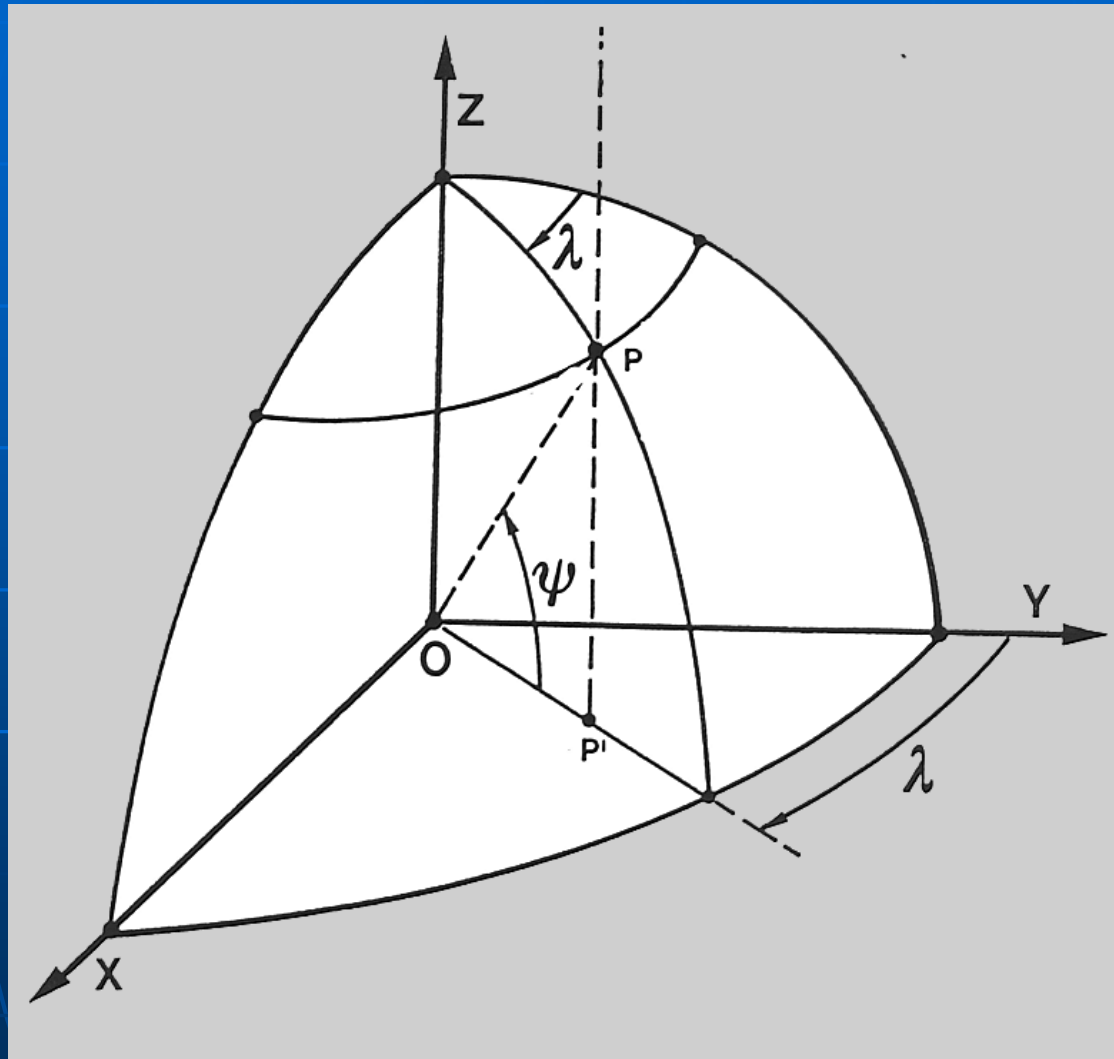
*M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I,
Pitagora Editrice, Bologna*

E su un ellissoide a due assi (sferoide)?



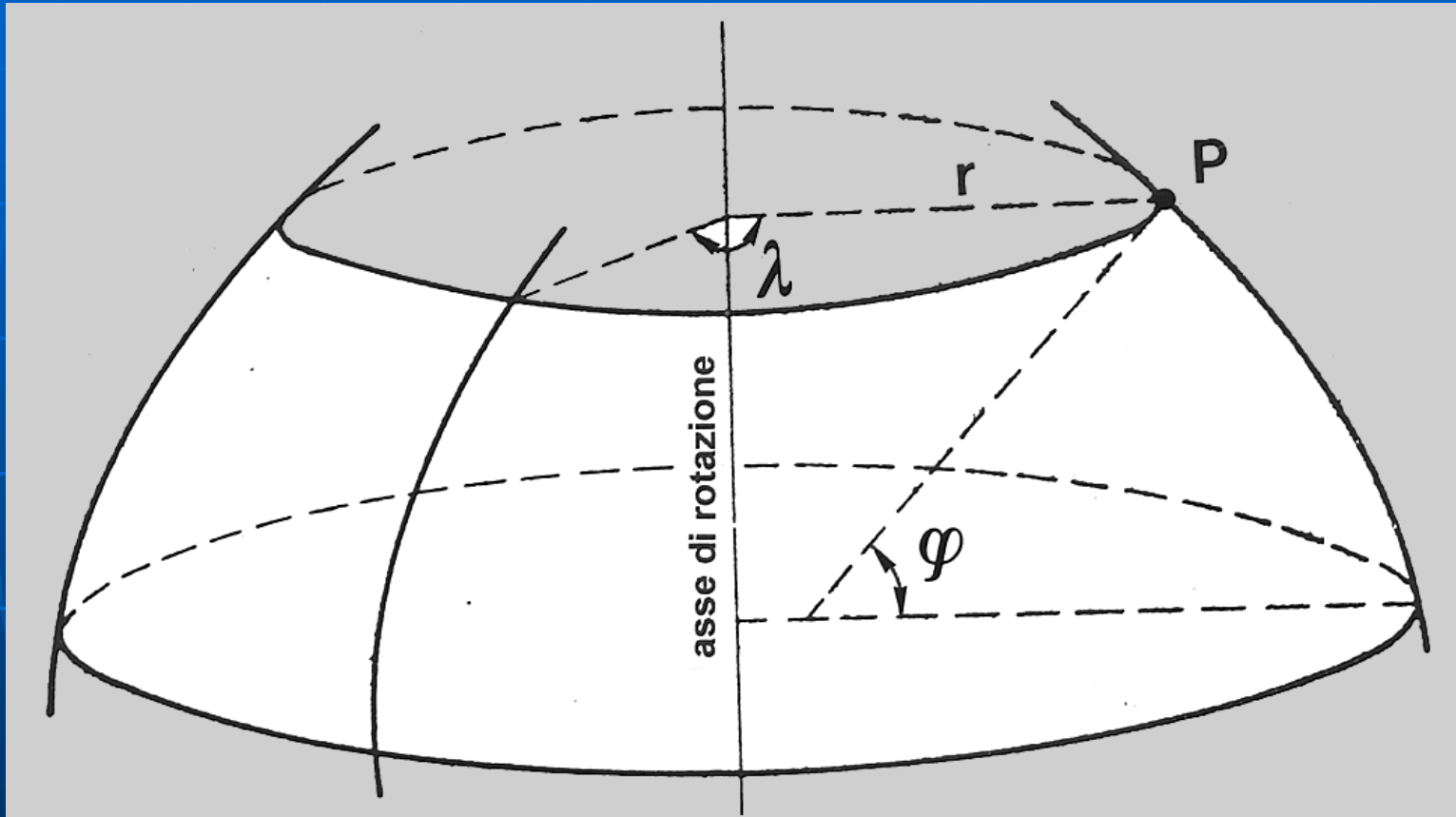
*M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I,
Pitagora Editrice, Bologna*

Latitudine geocentrica



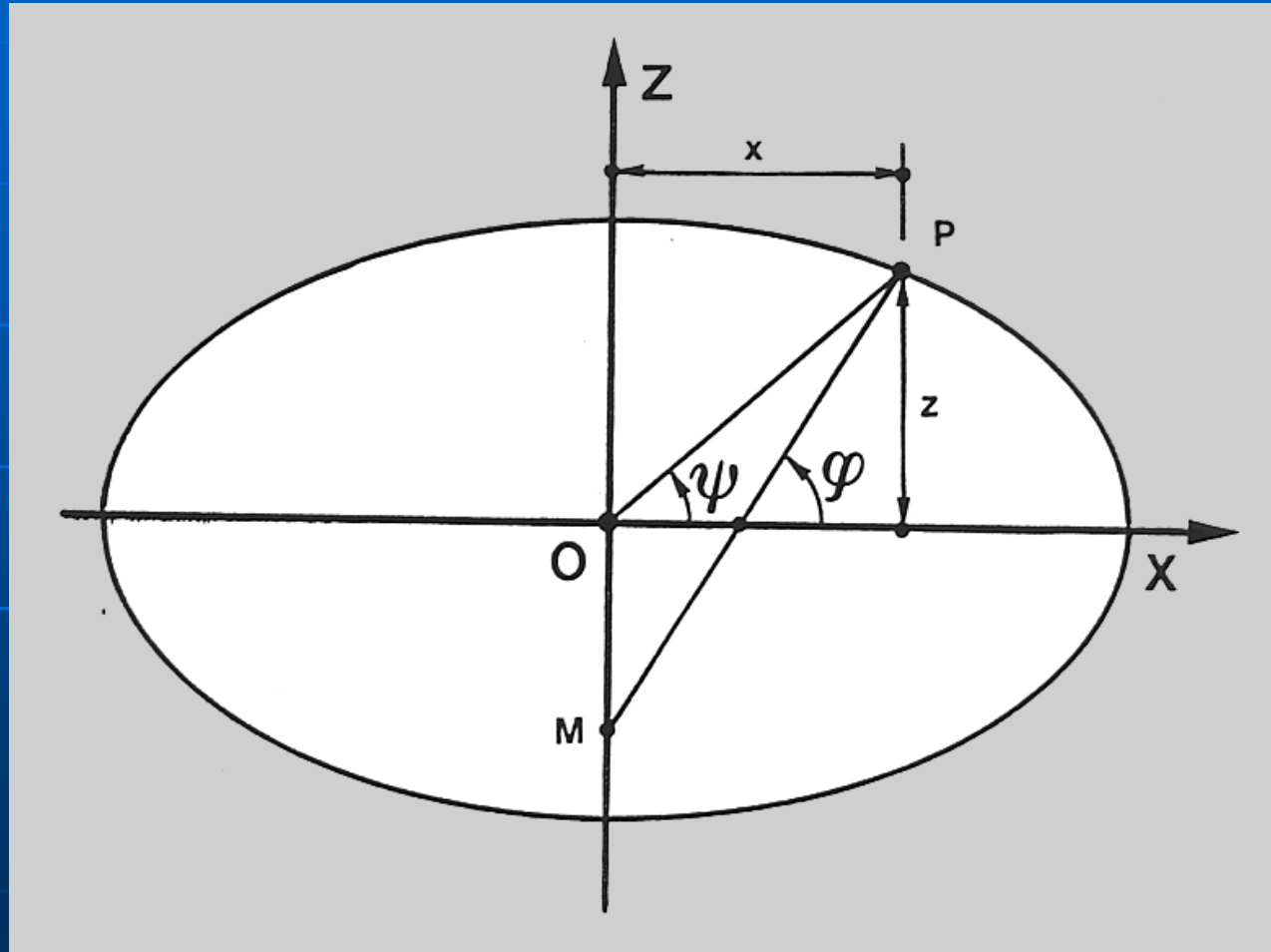
M. Fondelli, 2000, *Cartografia Numerica I*,
Pitagora Editrice, Bologna

Latitudine geografica ellissoidica



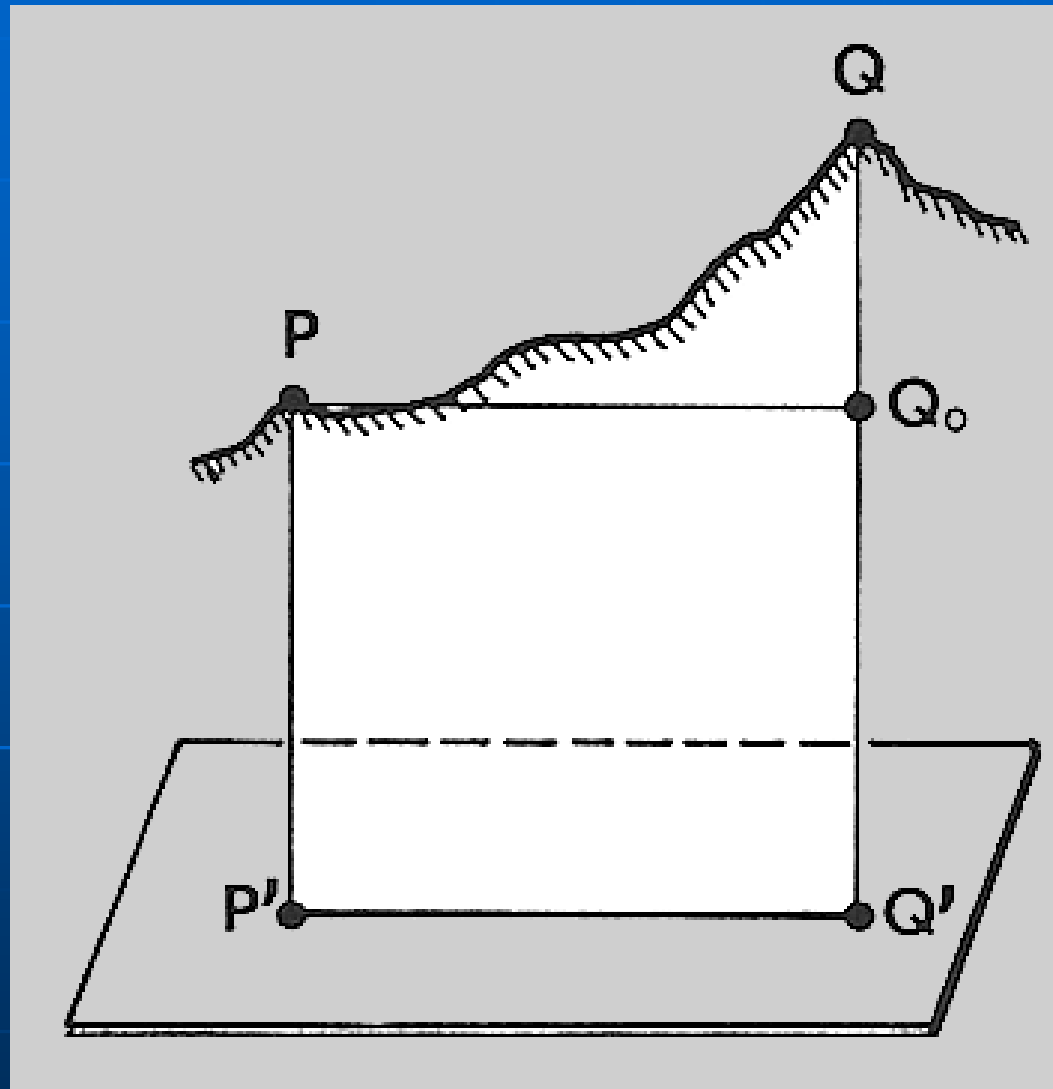
*M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I,
Pitagora Editrice, Bologna*

Latitudine geografica ellissoidica e latitudine geocentrica



*M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I,
Pitagora Editrice, Bologna*

Distanza e dislivello



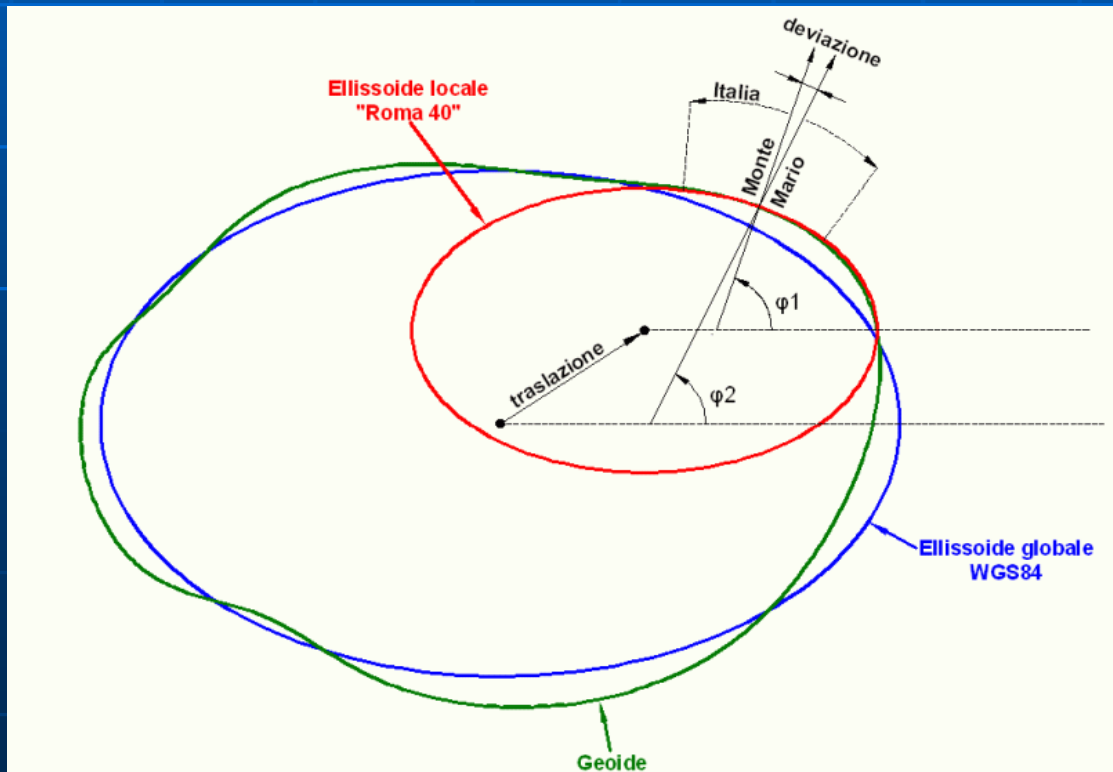
*M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I,
Pitagora Editrice, Bologna*

Datum

E' il modello matematico utilizzato per calcolare le coordinate geografiche

Datum

Deriva dalla semplificazione del geoide ed è dato da una superficie di riferimento (ellissoide), il punto di tangenza geoide-ellissoide (orientamento) e la direzione del meridiano di tangenza dell'ellissoide (orientamento e azimuth)

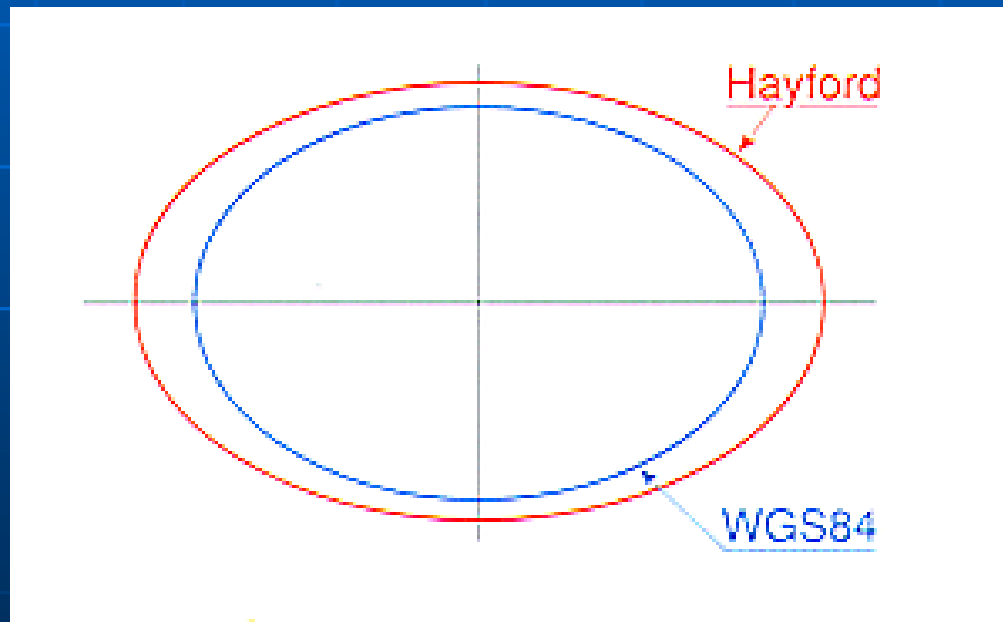


Si usano differenti ellipsoidi in funzione delle esigenze, possono essere geocentrici (es. WGS84) o locali (es. Hayford per sistema SI 40)

Ellissoidi di riferimento adottati in Italia (prima del sistema europeo ETRS89, in Italia ETRF2000 decreto 10 novembre 2011)

Hayford $a = 6.378.388$ $b = 6.356.912$

WGS84 $a = 6.378.137$ $b = 6.356.752$



$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1$$

$$e^2 = \frac{(a^2 - b^2)}{a^2} \quad s = \frac{(a - b)}{a}$$

Raggi principali di curvatura

sezione meridiana
(raggio di curvatura
del meridiano)

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}}$$

sezione primo verticale
(raggio di curv. massimo)

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2}}$$

a = semiasse maggiore

e^2 = eccentricità

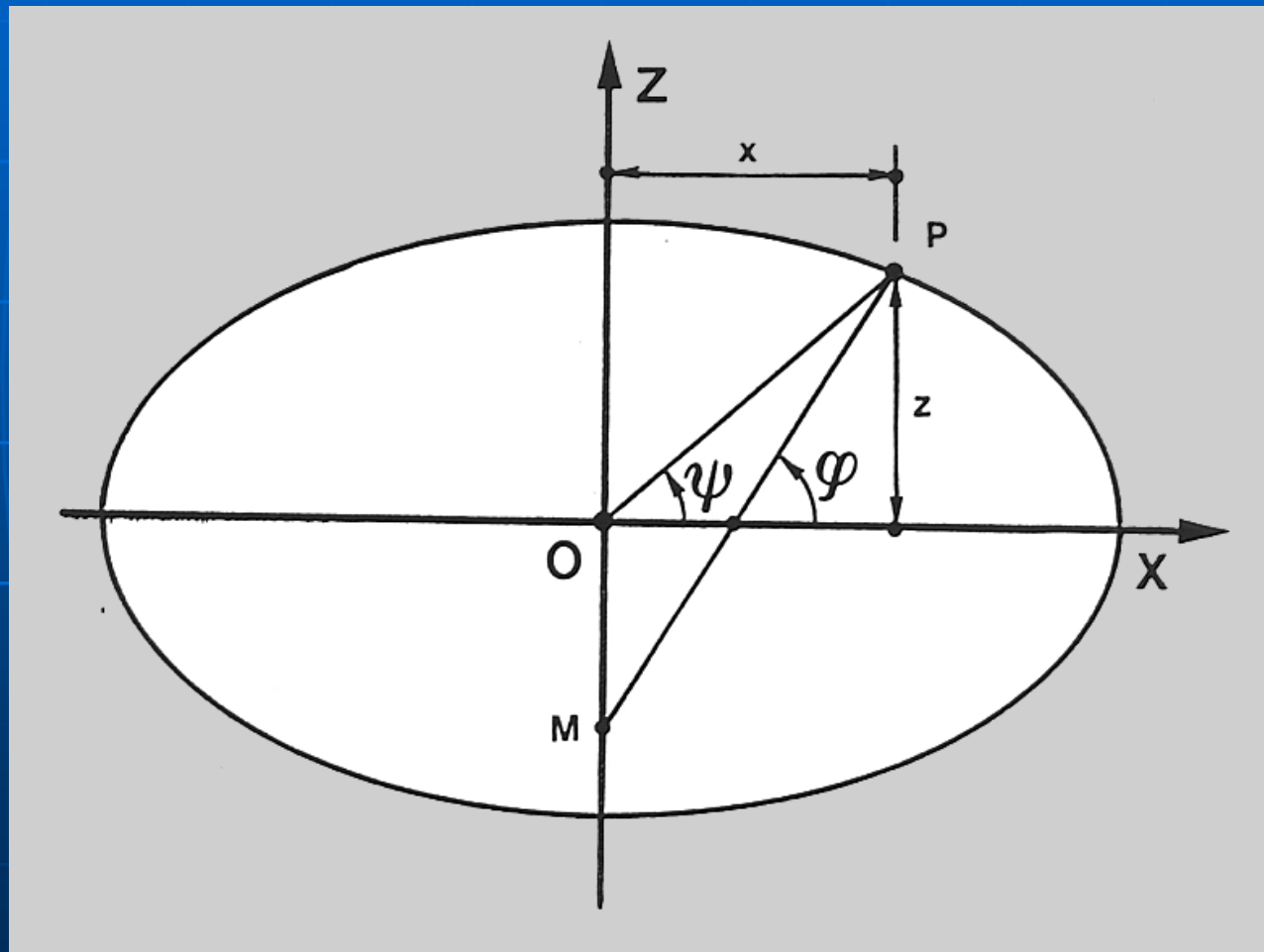
ϕ = latitudine geografica

elissoidica

Da cui, la curvatura totale
nel punto P:

$$K = \frac{1}{\rho N}$$

Latitudine geografica ellissoidica e latitudine geocentrica



*M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I,
Pitagora Editrice, Bologna*

Raggio di curvatura del parallelo

$$r = N \cos \phi = \frac{a \cos \phi}{(1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \phi)^{1/2}}$$

Molto importanti per i calcoli delle proiezioni e dell'errore cartografico

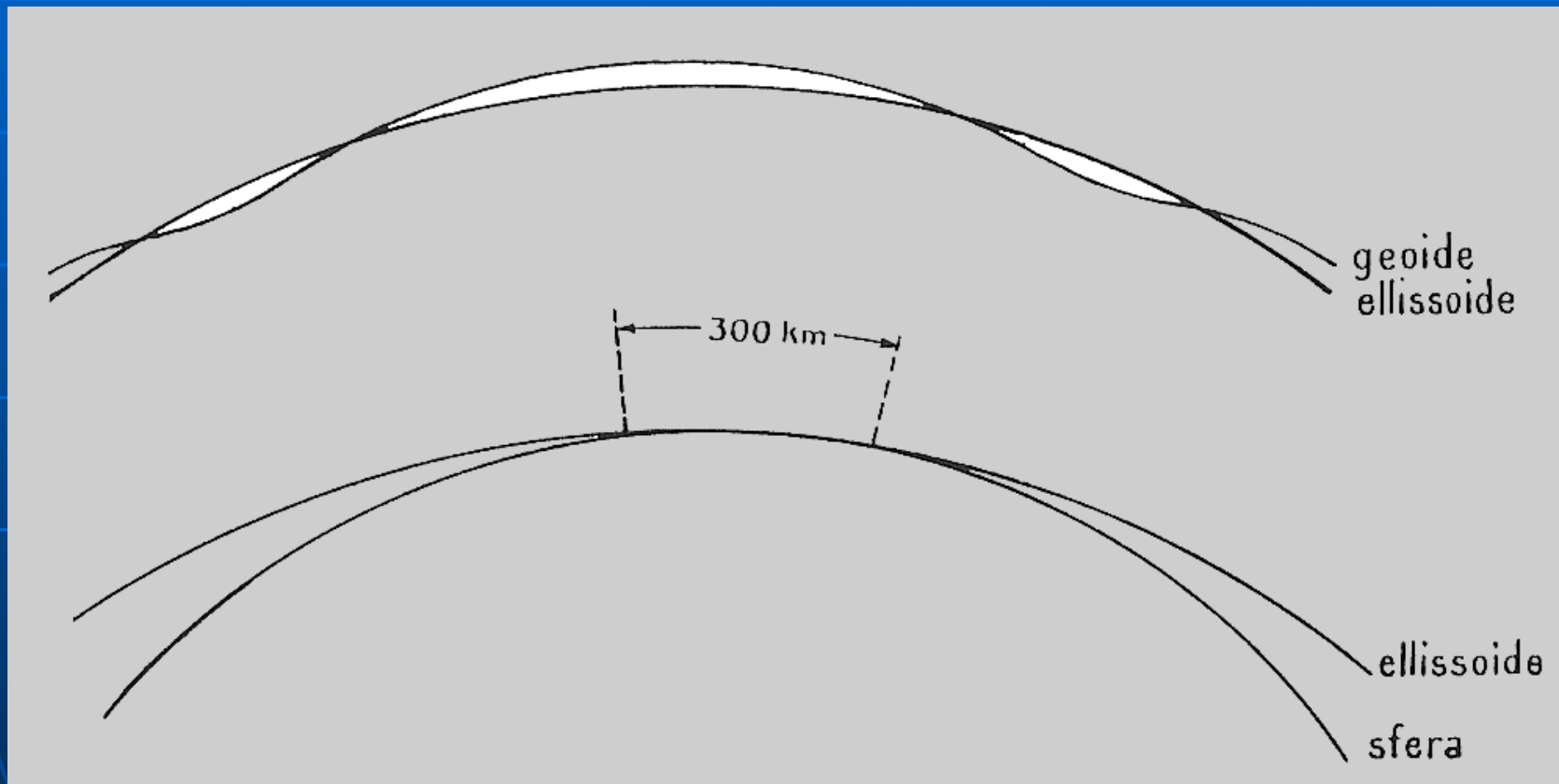
**Raggio di
curvatura del
meridiano**

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}}$$

**Raggio di
curvatura del
parallelo**

$$r = \frac{a \cos \phi}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2}}$$

Confronto fra ellissoide e sfera locale



*M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I,
Pitagora Editrice, Bologna*

Campo geodetico

Sfera locale

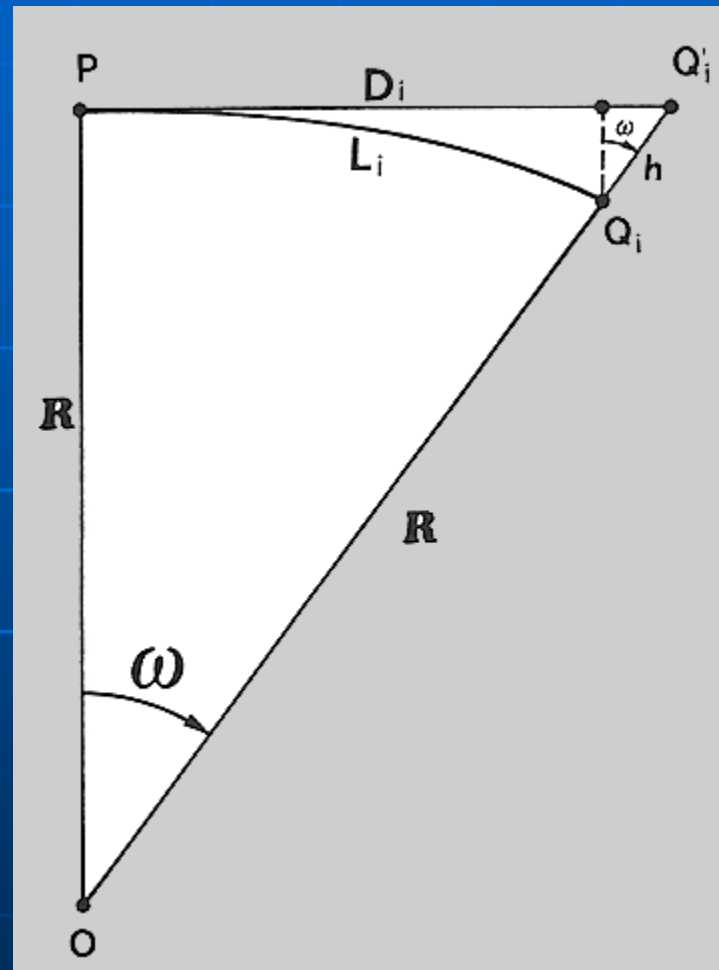
Raggio della sfera locale

$$R = \sqrt{\rho N}$$

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}}$$

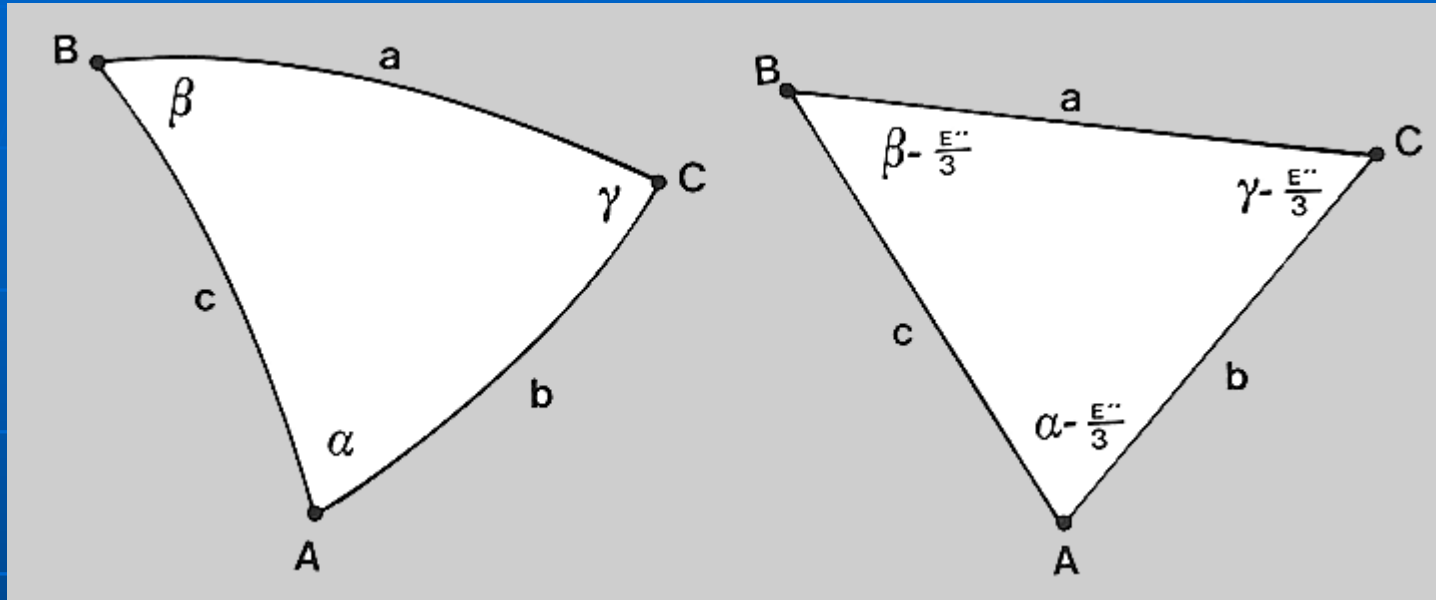
$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2}}$$

Campo topografico



*M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I,
Pitagora Editrice, Bologna*

Teorema di Legendre



M. Fondelli, 2000, Cartografia Numerica I, Pitagora Editrice, Bologna

Eccesso sferico (eccedente l'angolo piatto!)

$$E'' = (S/R^2) \cdot 206265''$$

(R= raggio sfera locale; S= superficie triangolo sferico)

Errori dovuti alla curvatura terrestre

Errori nelle distanze

Il campo topografico deve essere contenuto entro 15 km

Errori sui dislivelli

$$h = D^2/2R$$

