

Seconda Prova Parziale Fisica I
Corso di Laurea in Ingegneria 018IN
Università degli Studi di Trieste, 03/04/2024
Prof. Candelise, Dott. Murello

Problema A

Un sistema meccanico costituito da un disco omogeneo di raggio $R = 0.5m$ e di massa $M = 20kg$ può ruotare liberamente attorno ad un asse passante per il suo centro e sostenuto da due vincoli che esercitano la stessa reazione normale come in figura. Una forza $F = 9.8N$ è applicata verticalmente ad una cinghia passante per il bordo del disco. Supponendo che il disco abbia velocità angolare iniziale pari a $\omega_0 = 1.08rad/s$:

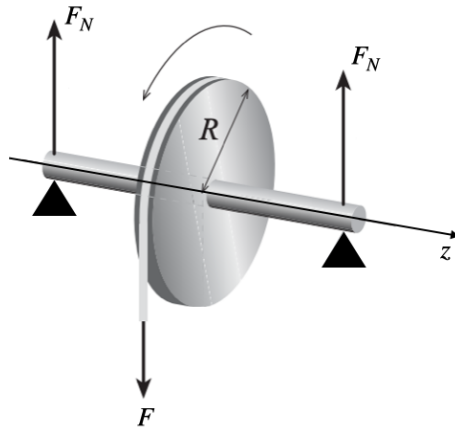
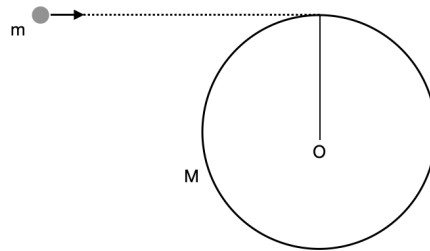


Figure 1: Descrizione dell'immagine

- a) Calcolare l'accelerazione angolare del disco. [4]
- b) Calcolare la velocità angolare del disco dopo 2 secondi dall'applicazione della forza F [4]
- c) Calcolare la reazione dei vincoli [4]
- d) Calcolare la potenza fornita al disco dalla cinghia dopo 2 secondi dall'applicazione della forza F [4]

Problema B

Una particella di massa $m = 100\text{g}$ viene sparata con velocità $v = 300\text{ m/s}$ orizzontalmente in direzione tangenziale contro un supporto meccanico a forma di disco (omogeneo) di massa $M = 50\text{ kg}$ e raggio $R = 1\text{ m}$ inizialmente fermo e capace di ruotare attorno ad un perno posto al suo centro. Successivamente, la particella si incastra nel punto posto a distanza R rispetto all'origine come rappresentato in figura.



- a) Scrivere l'espressione del momento angolare del sistema prima e dopo l'urto, dire di che tipo di urto si tratta. [5]
- b) Calcolare la velocità angolare del sistema dopo l'urto. [5]
- c) Calcolare l'energia cinetica finale del sistema dopo l'urto. [5]

Soluzione A

- a) Calcolando i momenti rispetto ad un asse passante per il centro di massa del cilindro, osserviamo che solo la forza F ha un momento diverso da zero:

$$\tau = FR$$

Per cui applicando la II legge Cardinale della dinamica al disco otteniamo:

$$\sum \tau_z = I\alpha = FR \Rightarrow \alpha = \frac{2F}{MR} = 2\text{rad/s}^2$$

avendo usato il momento di inerzia del disco $I = \frac{1}{2}MR^2$.

- b) Dopo un tempo $t = 2s$ l'equazione oraria della velocità angolare si scrive come:

$$\omega(t) = \omega_0 + \int dt' \alpha \cdot t = \omega_0 + \alpha \cdot t = 5\text{rad/s}$$

- c) Il centro di massa del cilindro è fisso e la sua accelerazione nulla. Applicando il II Principio della Dinamica in direzione verticale avremo:

$$2F_N - F = Mg \Rightarrow F_N = \frac{1}{2}(F + Mg) = 103N.$$

- d) La potenza è data da:

$$P = \tau_z \omega_z = 25\text{Watt}$$

Soluzione B

- a) Per lo stato iniziale, il disco è fermo per cui il momento angolare è quello del proiettile rispetto al centro del disco $L_{iz} = mvR$, mentre successivamente il sistema è formato da disco+proiettile e $L_{fz} = I_D\omega + mR^2\omega = \frac{R^2}{2}\omega(M + 2m)$, avendo usato per il disco $I_D = \frac{1}{2}MR^2$. Nel processo si conserva il momento angolare. In un urto completamente anelastico si conserva solo la quantità di moto e non l'energia cinetica, ma nel problema in esame la presenza del vincolo esterno non consente la conservazione della quantità di moto ma solo del momento angolare.

- b) Applicando la conservazione del momento angolare:

$$L_{iz} = L_{fz} \rightarrow mv = \omega(\frac{M}{2} + m) \rightarrow \omega = \frac{mv}{R(\frac{M}{2} + m)} = 1.20 \text{ rad/s}.$$

- c) L'energia cinetica del sistema dopo l'urto sarà:

$$K_f = I_{tot}\omega^2 = \frac{1}{2}I_D\omega^2 + \frac{1}{2}mR^2\omega^2 = \frac{1}{2}R^2\omega^2(m + \frac{M}{2}) = 17.8 J.$$