

Esercitazione 12
Fisica generale 1
Anna Murello
23/05/24

Esercizio 1 (Prova d'esame del 04/07/19)

Un blocco di ferro di massa $m_{Fe} = 1.9 \text{ kg}$ a temperatura $T_{Fe} = -29^\circ\text{C}$ è introdotto in una camera adiabatica di volume $V = 21 \text{ m}^3$ piena d'aria a pressione atmosferica p_0 e temperatura $T_a = 19^\circ\text{C}$. Conoscendo i calori specifici del ferro $c_{Fe} = 0.112 \text{ cal/g K}$ e dell'aria $c_a = 0.172 \text{ cal/g K}$ e assumendo che il peso molecolare dell'aria sia $M_a = 29 \text{ g/mol}$ si calcolino:

- (a) la temperatura d'equilibrio T_{eq} del sistema;
- (b) le variazioni di entropia dell'aria e del blocchetto;
- (c) la variazione di entropia del sistema commentando brevemente il risultato.

Esercizio 2 (Prova d'esame del 12/07/18)

Un cubetto di ghiaccio secco (CO_2 solido) di massa $m = 10 \text{ g}$ viene posto in un contenitore molto freddo di volume $V_A = 10$ litri. Quindi, tutta l'aria viene rapidamente pompata fuori dal contenitore e questo viene chiuso ermeticamente. Il contenitore viene poi scaldato fino a $T_A = 0^\circ\text{C}$, una temperatura alla quale il CO_2 diventa gassoso. Si ricordi che la massa atomica dell'ossigeno è 15.999 g/mol e quella del carbonio 12.011 g/mol .

- a) Si determini la pressione del gas in questo stato (stato A)

Il gas viene poi sottoposto ad una compressione isoterma finché la sua pressione diventa pari a $p_B = 3.0 \text{ atm}$ (stato B), seguita, immediatamente dopo, da una compressione isobara finché il volume arriva a $V_C = 1.5$ litri (stato C).

- b) Dopo aver rappresentato questi processi in un diagramma pV , si determini la temperatura finale T_C del gas.
- c) Si determini il lavoro L compiuto sul gas nell'intero processo.

Esercizio 3 (Prova d'esame del 18/07/19)

Una massa di gas perfetto monoatomico si trova inizialmente alla temperatura di 35.0°C e alla pressione di 1.25 atm , occupando un volume di 40.0 litri. Essa compie una trasformazione isobara reversibile che la porta a triplicare il volume ($1 \text{ atm} = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$). Determinare:

- (a) la temperatura finale T_f del gas;
- (b) la variazione di entropia del gas;
- (c) la variazione di energia interna del gas.

(es. simile: 19.27, pag. E95)

Esercizio 4 (Prova d'esame del 21/06/23)

L'Elio conservato in una bombola, inizialmente posto ad una pressione di 100 bar, inizia a fuoriuscire lentamente attraverso una valvola difettosa, fino a quando la pressione raggiunge la pressione atmosferica di 101325 Pa. L'intero processo avviene in modo isoterma alla temperatura ambiente di 20 °C.

- a) Considerando che l'Elio è un gas ideale, qual è la variazione di energia interna ΔU del gas a seguito del processo?
- b) Si determini la variazione di entropia ΔS per una quantità di Elio di massa $m = 1$ kg a seguito del processo.

N.B.: la massa molare dell'Elio vale $M = 4$ g/mol.

Suggerimento: la massa di Elio fuoriesce dalla valvola espandendosi nelle vicinanze della bombola, andando ad occupare un volume ignoto...sono però note la sua temperatura e la sua pressione finale.

- c) Si assuma ora che il processo non sia perfettamente isoterma. Si verifichi che la variazione di entropia di un gas perfetto a seguito di una trasformazione generica da uno stato A ad uno stato B si può esprimere come:

$$\Delta S = S_B - S_A = n C_V \ln \left[\frac{T_B V_B^{\gamma-1}}{T_A V_A^{\gamma-1}} \right]$$

Suggerimento: Si consideri ad esempio una trasformazione reversibile isoterma seguita da una trasformazione reversibile isocora per passare dallo stato A allo stato B, e si utilizzi la relazione di Mayer.

Esercizio 5 (Prova d'esame del 15/01/19)

Una macchina termica ideale opera reversibilmente con rendimento η pari a quello del ciclo di Carnot. La macchina scambia calore con una sorgente calda a temperatura $T_C = 46.85^\circ\text{C}$ e una sorgente fredda a temperatura $T_F = -13.15^\circ\text{C}$. Se a ogni ciclo la macchina assorbe una quantità di calore $Q_C = 500$ J dalla sorgente calda,

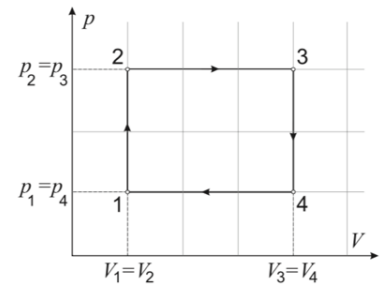
(a) quanto lavoro W produce in ogni ciclo? Quanto calore Q_F viene ceduto alla sorgente fredda per ciclo?

(b) Quanto valgono, per ogni ciclo, le variazioni di entropia ΔS_C della sorgente calda, ΔS_F della sorgente fredda e ΔS_U dell'universo?

(c) Se la stessa macchina operasse a ciclo invertito, come macchina frigorifera, quanti cicli N sarebbero necessari e quanto lavoro W' bisognerebbe fornire per estrarre una quantità di calore $|Q_F'| = 1.0 \times 10^5$ J dalla sorgente fredda?

Esercizio 6 (Prova d'esame del 13/02/20)

Una certa quantità $n = 2.5$ mol di gas perfetto monoatomico compie il ciclo di trasformazioni mostrato in figura, dove $p_2 = 3 p_1$ e $V_3 = 4 V_1$.



- (a) Disegnare lo stesso ciclo nel piano (V,T), indicando anche il verso di percorrenza.
- (b) Determinare il calore scambiato dal gas nel ciclo assumendo che $V_1 = 4.5$ litri e p_1 sia la pressione atmosferica.
- (c) Determinare la variazione di entropia del gas fra gli stati 1 e 3.

Esercizio 7 (Prova d'esame del 29/01/19)

Una macchina di Carnot reversibile scambia calore tra due sorgenti con differenza di temperatura $\Delta T = T_C - T_F = 100$ K. Lungo l'isoterma a temperatura T_C il fluido subisce una variazione di entropia pari a $\Delta S_C = 11$ J/K.

- (a) Disegnare qualitativamente in due grafici il ciclo di Carnot, prima nel piano delle variabili termodinamiche p-V (p in ordinata e V in ascissa) e poi T-S (T in ordinata e S in ascissa).
- (b) Calcolare il lavoro W prodotto dalla macchina in un ciclo.

$$1) m_{Fe} = 1.9 \text{ Kg}$$

$$T_{Fe} = -29^\circ\text{C}$$

$$V = 21 \text{ m}^3$$

$$T_a = 19^\circ\text{C}$$

$$c_{Fe} = 0.12 \text{ cal/gK}$$

$$c_a = 0.172 \text{ cal/gK}$$

$$M_a = 29 \text{ g/mol}$$

$$a) m_{Fe} c_{Fe} (T_{eq} - T_{Fe}) = m_a c_a (T_a - T_{eq})$$

$$T_{eq} (m_{Fe} c_{Fe} + m_a c_a) = m_a c_a T_a + m_{Fe} c_{Fe} T_{Fe}$$

$$T_{eq} = \frac{m_a c_a T_a + m_{Fe} c_{Fe} T_{Fe}}{m_{Fe} c_{Fe} + m_a c_a}$$

$$m_a = n_a M_a = \frac{P_a V}{RT} M_a = 25 \text{ Kg}$$

$$T_{eq} = 289.92 \text{ K} \approx 17^\circ\text{C}$$

$$b) \Delta S_{Fe} = \int_1^f \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} = \int_1^f m c_{Fe} \frac{dT}{T} = m_{Fe} c_{Fe} \ln \frac{T_{eq}}{T_{Fe}} = 153 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_a = m_a c_a \ln \frac{T_{eq}}{T_a} = -140 \text{ J/K}$$

$$c) \Delta S = \Delta S_{Fe} + \Delta S_a = 13 \text{ J/K}$$

aumenta perché il processo è irreversibile.

$$2) m = 10 \text{ g}$$

$$V_A = 10 \text{ l}$$

$$T_A = 0^\circ\text{C}$$

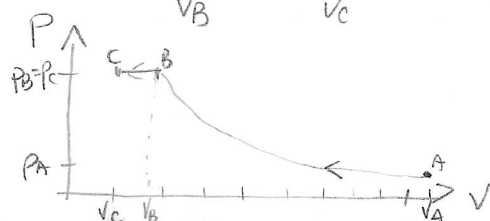
$$a) P_A = \frac{nRT_A}{V_A} = \frac{m}{2m_B + m_C} \cdot \frac{RT_A}{V_A} = 5.2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

$$b) P_B = 3.0 \text{ atm}$$

$$V_C = 1.5 \text{ l}$$

$$A \rightarrow B \quad T = \text{cost} \quad P_A V_A = P_B V_B \rightarrow V_B = 1.7 \text{ l}$$

$$B \rightarrow C \quad P = \text{cost} \quad \frac{nRT_B}{V_B} = \frac{nRT_C}{V_C} \rightarrow T_C = \frac{V_C}{V_B} T_B = 241 \text{ K} = -32^\circ\text{C}$$



c) Il lavoro compiuto sul gas è l'opposto del lavoro fatto dal gas:

$$L = - \int_A^B p dV - \int_B^C p dV = -nRT_A \ln \frac{V_B}{V_A} - P_B (V_C - V_B) = 986 \text{ J}$$

3) a) $p = \text{cost}$

$$\frac{nRT_i}{V_i} = \frac{nRT_f}{V_f}$$

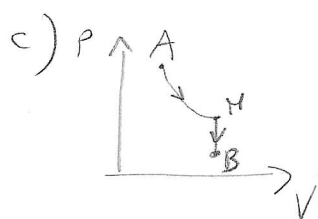
$$T_f = \frac{V_f}{V_i} T_i = 3 T_i = 924 \text{ K}$$

$$b) \Delta S = n c_p \ln \frac{T_f}{T_i} = \frac{p_i V_i}{RT_i} \frac{5R}{2} \ln 3 = 45.2 \text{ J/K}$$

$$c) \Delta U = n C_v \Delta T = \frac{p_i V_i}{RT_i} \frac{3R}{2} 2T_i = 3 p_i V_i = 1.52 \cdot 10^4 \text{ J}$$

4) a) $\Delta U = 0$ perché $T = \text{cost}$

$$b) \Delta S = \int_i^f \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{rev}} = \int_i^f \frac{p dV}{T} = \int_i^f \frac{nRT}{TV} dV = nR \ln \frac{V_f}{V_i} = nR \ln \frac{p_i}{p_f} = 9.56 \text{ KJ/K}$$



$A \rightarrow H$

$$\Delta S = nR \ln \frac{V_H}{V_A} = nR \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$H \rightarrow B$

$$\Delta S = n c_v \ln \frac{T_B}{T_H} = n c_v \ln \frac{T_B}{T_A}$$

$$\Delta S = nR \ln \frac{V_B}{V_A} + n c_v \ln \frac{T_B}{T_A}$$

$$\text{Relazione di Mayer: } R = C_p - C_v = C_v (\gamma - 1)$$

$$\Delta S = n c_v \left[\ln \frac{T_B}{T_A} + (\gamma - 1) \ln \frac{V_B}{V_A} \right] = n c_v \ln \frac{T_B V_B^{\gamma-1}}{T_A V_A^{\gamma-1}}$$

$$5) T_c = 46.85^\circ \text{C}$$

$$T_f = -13.15^\circ \text{C}$$

$$Q_c = 500 \text{ J} > 0$$

$$a) \eta = \frac{W}{Q_c} = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_c|} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 18.75\%$$

$$W = \eta Q_c = 93.8 \text{ J} > 0$$

$$Q_f = W - Q_c = -406 \text{ J} < 0$$

$$b) \Delta S_C = - \frac{Q_C}{T_C} = -1.56 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_F = - \frac{Q_F}{T_C} = 1.56 \text{ J/K}$$

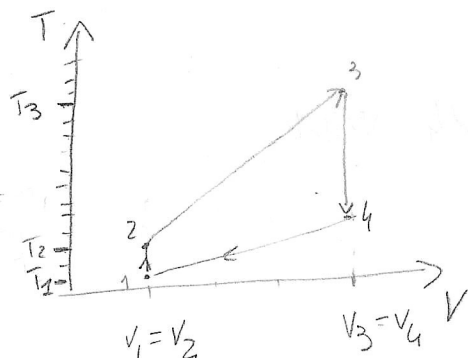
$$\Delta S_O = 0 \text{ J/K}$$

$$c) Q_{F_{inv}} = -Q_F$$

$$N = \frac{Q_F'}{Q_{F_{inv}}} = 246.3 \rightarrow 247 \text{ cicli}$$

$$W' = N|W| = 23.1 \text{ KJ}$$

6) a)



$$\frac{T_1}{P_1} = \frac{T_2}{P_2} \Rightarrow T_2 = \frac{P_2}{P_1} T_1 = 3T_1$$

$$\frac{T_2}{V_2} = \frac{T_3}{V_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3}{V_2} T_2 = 4T_2 = 12T_1$$

$$\frac{T_4}{P_4} = \frac{T_3}{P_3} \Rightarrow T_4 = \frac{P_4}{P_3} T_3 = \frac{T_3}{3} = 4T_1$$

$$b) \Delta U_{ciclo} = 0$$

$$Q = L = \Delta p \Delta V = 2p_1 3V_1 = 2.7 \cdot 10^3 \text{ J}$$

↳ area del rettangolo nel diagramma PV

$$c) \Delta S_{13} = nC_V \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + nC_P \int_{T_2}^{T_3} \frac{dT}{T} = n \frac{3}{2} R \ln 3 + n \frac{5}{2} R \ln 4 = 106 \text{ J/K}$$

$$A = 96 \text{ ft}^2$$

$$L = \frac{3}{4} \text{ in} =$$

$$P = 1100 \text{ W}$$

$$\Delta T = 30^\circ \text{F}$$

$$a) P = 1100 \frac{\text{J}}{\text{s}} = \frac{1100}{1055} \text{ Btu/s} = 1100 \cdot \frac{3600}{1055} \text{ Btu/h} = 3.8 \cdot 10^3 \text{ Btu/h} = C$$

$$b) \Delta T = \frac{C}{A} R$$

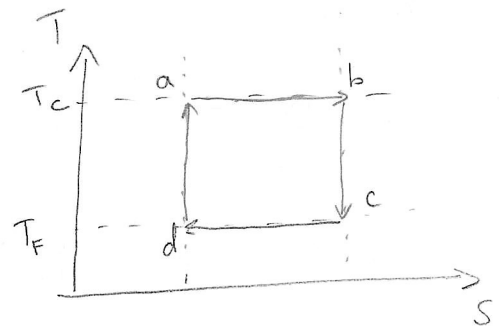
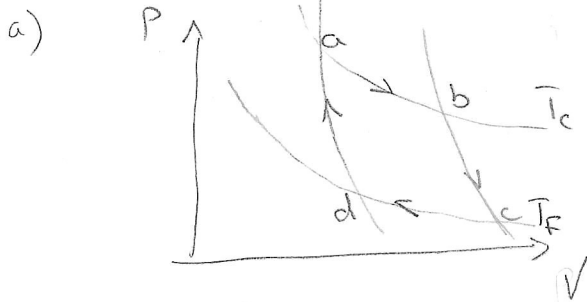
$$R = \frac{A \Delta T}{C} = \frac{96 \text{ ft}^2 \cdot 30^\circ \text{F} \cdot h}{3.8 \cdot 10^3 \text{ Btu}} = 0.76^\circ \text{F ft}^2 h \text{ Btu}^{-1} = 0.76 \cdot 0.175 \text{ m}^2 \text{K/W} \\ \stackrel{!}{=} 0.133 \text{ m}^2 \text{K/W}$$

$$c) R = \frac{L}{K}$$

$$K = \frac{L}{R} = \frac{0.75 \cdot 2.54 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{0.133 \text{ m}^2 \text{K}} \text{ W} = 0.14 \text{ W/mK}$$

$$7) \Delta T = 100 \text{ K}$$

$$\Delta S_c = 11 \text{ J/K}$$



$$b) W = Q_c + Q_F = \underset{>0}{Q_c} + \underset{<0}{Q_F} = \Delta S_c T_c + \Delta S_F T_F = \Delta S_c \Delta T = 1.1 \cdot 10^3 \text{ J}$$