PROVA SCRITTA I di FISICA per CHIMICA, 17/06/24

Svolgere i seguenti problemi. Fare almeno un esercizio sui vettori, altrimenti compito non sufficiente. La procedura per arrivare al risultato deve essere chiara.

NOME/COGNOME e NUM. DOCUMENTO

ESERCIZI VETTORI

1. Dato il vettore $\vec{A} = (1,4,3)$ calcolare il prodotto $\vec{P} = 3\vec{A}$.

$\vec{P} = 3(1,4,3) = (3,12,9)$

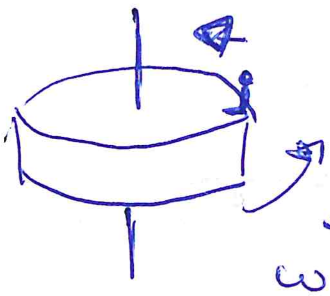
2. Dati i vettori $\vec{A} = (0,4,2)$ e $= \vec{B} = (1,2,1)$ calcolare il prodotto scalare S.

$S = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 0 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 0 + 8 + 2 = 10$

PROBLEMA I

Una giostra avente la forma di un disco circolare ruota senza attrito in un piano orizzontale intorno ad un asse verticale. La piattaforma ha raggio $R = 2,00$ m e massa $M = 100$ kg e momento di inerzia $I = (1/2)MR^2$. Uno studente, la cui massa e' $m = 60,0$ kg, si sposta lentamente dal bordo del disco verso il centro. Se il sistema ha velocita' angolare $\omega_i = 2,00$ rad/s quando lo studente e' al bordo, si calcoli 1) la velocita' angolare ω_f quando lo studente dista $r = 0.50$ m dal centro; 2) l'energie cinetiche iniziali e finali del sistema, K_i e K_f.

1) cons. mom. angolare $L_i = L_f$



$I_i \omega_i = I_f \omega_f$

$I_i = \frac{1}{2} MR^2 + mR^2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 4 + 60 \cdot 4 = 440 \text{ kg m}^2$

$I_f = \frac{1}{2} MR^2 + mr^2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 4 + 60 \cdot 0,5^2 = 215 \text{ kg m}^2$

$\omega_f = \frac{I_i}{I_f} \omega_i = \frac{440}{215} \cdot 2 = 4,09 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

2) $K_i = \frac{1}{2} I_i \omega_i^2 = \frac{1}{2} 440 \cdot 2^2 = 880$ J

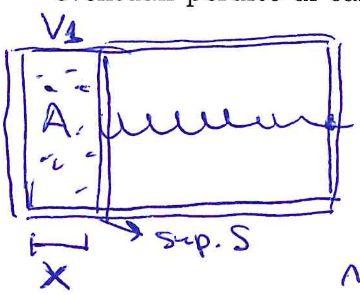
$K_f = \frac{1}{2} I_f \omega_f^2 = \ldots \simeq 1800$ J

PROBLEMA II

Un cilindro orizzontale ha l'area di base $S = 0,100$ m^2 ed e' diviso in due parti da un pistone perfettamente scorrevole e a tenuta. Il pistone e' sottoposto, come in figura, all'azione di una molla che ha costante $k = 200$ N/m; quando la molla e' a riposo il pistone e' in contatto con la parete sinistra del cilindro (quindi la parte A ha volume nullo). Nella parte A vengono introdotte 0.0100 moli di elio e il tutto e' portati alla temperatura $T_1 = 300$ K. Nella parte del cilindro dove si trova la molla e' fatto il vuoto. 1) Si scriva l'equazione di stato del gas perfetto. Determinare quanto vale 2) x cioe' lo spostamento della molla dalla posizione di riposo; 3) il volume V_1 e la pressione p_1 del gas.

Successivamente il gas viene lentamente riscaldato fino a raddoppiare il volume iniziale $V_2 = 2V_1$ (fase II). Determinare: 4) p_2 e T_2; 5) la quantita' di calore Q necessaria per il riscaldamento (cioe' completare la fase II), trascurando la capacita' termica del cilindro e del pistone, come tutte le eventuali perdite di calore verso l'esterno.

→ cioè NON passa calore!



1) $pV = nRT$

2) $F_{pressione} = F_{elast.}$

$p_1 = \frac{F_{press}}{S}$. $F_{elast} = kx$

$p_1 S = kx$

$p_1 = \frac{nRT_1}{V_1} = \frac{nRT_1}{S \cdot x}$

$\frac{nRT_1 \cancel{S}}{\cancel{S} x} = kx$

$x^2 = \frac{nRT_1}{k}$

$x = \sqrt{\frac{nRT_1}{k}} =$

$x = \sqrt{\frac{0,01 \cdot 8,31 \cdot 300}{200}} = 0,353$ m

3) $V_1 = Sx = 0{,}1 \cdot 0{,}353 = 3{,}53 \cdot 10^{-2}\ m^3$

$$p_1 = \frac{nRT_1}{V_1} = \frac{0{,}01 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{3{,}53 \cdot 10^{-2}} = 7{,}06 \cdot 10^{2}\ Pa$$

4) $V_2 = 2V_1 = 2 \cdot 3{,}53 \cdot 10^{-2}\ m^3 = 7{,}06 \cdot 10^{-2}\ m^3$

$2V_1 \longrightarrow x_2 = 2x_1$

i) $p_1 S = k x_1$

f) $p_2 S = k \cdot 2x_1$

$$\frac{p_2}{p_1} = 2 \qquad p_2 = 2p_1 = 2 \cdot 7{,}06 \cdot 10^3 = \underline{14{,}1 \cdot 10^{2}\ Pa}$$

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} = \frac{2p_1 \cdot 2V_1}{nR} = 4\,\frac{p_1 V_1}{nR} = 4 \cdot T_1 = 4 \cdot 300 = \underline{1200\ K}$$

5) I° principio $\quad Q_{gas} = W_{gas} + \Delta U_{gas}$

ma il gas spinge la molla

cioè $\quad W_{gas} = W_{molla} = \underbrace{\frac{1}{2}k\left(x_2^2 - x_1^2\right)}$

diff. di energia potenziale elastica!

$$Q_{gas} = \frac{1}{2}k\left(x_2^2 - x_1^2\right) + nC_v(T_2 - T_1) =$$

Dalla pagina prima

$\frac{1}{2} k x^2 = pV$

$$= \frac{1}{2}\left(p_2V_2 - p_1V_1\right) + n\frac{3}{2}R\,(T_2 - T_1) =$$

$\hookrightarrow$ elio!

$$= \frac{1}{2}\left(2p_1 2V_1 - p_1V_1\right) + \frac{3}{2}nR(4T_1 - T_1) =$$

$$= \frac{3}{2}p_1V_1 + \frac{9}{2}nRT_1 = \frac{3}{2}nRT_1 + \frac{9}{2}nRT_1 = \frac{12}{2}nRT_1 = 6nRT_1 =$$

$$= 6 \cdot 0{,}1 \cdot 8{,}31 \cdot 300 = \underline{1{,}50 \cdot 10^{3}\ J}$$

FAC PROVA SCRITTA di FISICA I-CHIMICA 17/06/24

Scrivere NOMEe COGNOME

PROBLEMA FAC

Determinare la costante γ per un miscuglio di $n_1 = 3,0 \times 10^3$ moli di argon e $n_2 = 5,0 \times 10^3$ moli di ossigeno molecolare. Considerare i gas perfetti.

Si intuisce il risultato, ma provare anche a dimostrarlo.

$$\gamma \equiv \frac{C_p}{C_v} = \frac{Q_p}{Q_v} = \frac{n C_p \Delta T}{n C_v \Delta T}$$

definizione x un gas

intuitivo

Per il miscuglio sarà

$$Q_p = Q_{p_1} + Q_{p_2} = n_1 C_{p_1} \Delta T + n_2 C_{p_2} \Delta T = \underbrace{(n_1 C_{p_1} + n_2 C_{p_2})}_{\text{capacità termica del miscuglio a } p=\text{cost}} \Delta T$$

e

$$Q_v = Q_{v_1} + Q_{v_2} = (n_1 C_{v_1} + n_2 C_{v_2}) \Delta T$$

$$\gamma = \frac{Q_p}{Q_v} = \frac{(n_1 C_{p_1} + n_2 C_{p_2})\cancel{\Delta T}}{(n_1 C_{v_1} + n_2 C_{v_2})\cancel{\Delta T}} =$$

$$= \frac{n_1 \frac{5}{2} R + n_2 \frac{7}{2} R}{n_1 \frac{3}{2} R + n_2 \frac{5}{2} R} = \frac{\left(\frac{5}{2} n_1 + \frac{7}{2} n_2\right) \cancel{R}}{\left(\frac{3}{2} n_1 + \frac{5}{2} n_2\right) \cancel{R}} =$$

$$= \frac{5 n_1 + 7 n_2}{3 n_1 + 5 n_2} = \frac{(5 \cdot 3 + 7 \cdot 5) \cdot \cancel{10^3}}{(3 \cdot 3 + 5 \cdot 5) \cdot \cancel{10^3}} = \frac{15 + 35}{9 + 25} = \frac{50}{34} = \frac{25}{17} =$$

$$= 1,47$$

> 1 come aspettato