UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche – 011SM Fisica

A.A. 2023/2024 Sessione Estiva – I Prova Scritta – 19.06.2024

Tempo a disposizione: 2 h e 30'

Cognome ......RIGON...... **Nome** ......LUIGI......

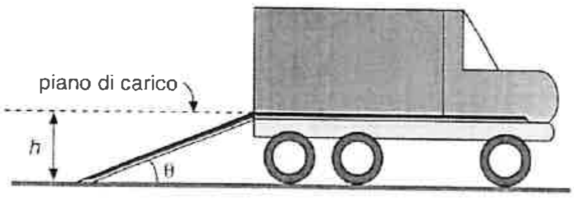
Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1)

Un operaio deve caricare una cassa di massa $m = 45$ kg su un furgone. A tal fine dispone, tra il suolo ed il piano di carico, la cui altezza da terra è $h = 60$ cm, una tavola di lunghezza l, inclinata dell'angolo $\theta = 30°$ rispetto all'orizzontale (vedi figura). Quindi, spinge la cassa con una forza $\boldsymbol{F_o}$ parallela al piano inclinato, di modulo $F_o = 300$ N, in modo da farle percorrere tutto il piano inclinato alla velocità costante di $v = 40$ cm/s. Determinare:



a) Il lavoro L_o svolto dall'operaio:

i) $L_o = F_o \cdot l$ ii) $L_o =$ 360 J

b) La potenza P_o erogata dall'operaio mentre spinge la cassa:

i) $P_o = F_o \cdot v$ ii) $P_o =$ 120 W

c) Il coefficiente di attrito dinamico μ_d tra la cassa e la tavola.

i) $\mu_d = \dfrac{F_o - mg\,\mathrm{sen}\,\vartheta}{mg\cos\vartheta}$ ii) $\mu_d =$ 0,21

d) Il lavoro L_a della forza d'attrito F_a:

i) $L_a = -\mu_d\, mg\cos\theta \cdot l = -L_o + mgh$ ii) $L_a =$ − 95,4 J

2) Un cilindro di rame di densità ρ = 8900 kg/m^3 e massa $m = 5.0$ kg è sospeso verticalmente ad una molla, ed immerso in acqua per metà della sua altezza. In questa configurazione, la molla risulta allungata di $\Delta x = 6.0$ cm rispetto alla sua lunghezza a riposo, che, per semplicità, possiamo considerare nulla.

Calcolare:

a) La costante elastica k della molla

i) $k = \dfrac{mg - \frac{1}{2}\rho' V g}{\Delta x}$ ii) $k =$ 771 N/m

b) L'allungamento $\Delta x'$ della molla se il cilindro viene completamente immerso in acqua.

i) $\Delta x' = \Delta x - \dfrac{1}{2k}\dfrac{\rho'}{\rho} mg$ ii) $\Delta x' =$ 5,64 cm

3) Un cilindro verticale con un pistone pesante contiene aria a T_i = 300 K. La pressione iniziale è $p_i = 2.00 \times 10^5$ Pa e il volume iniziale è $V_i = 0.35$ m^3. Si assimili l'aria ad un gas ideale biatomico (con $C_V = \frac{5}{2}$R e $C_p = \frac{7}{2}$R).

a) Calcolare il numero di moli n dell'aria contenuta nel cilindro.

i) $n = \frac{p_i V_i}{R T_i}$ ii) n = 28 mol

b) Supponendo che il pistone rimanga fisso, trovare il calore Q_f che è necessario fornire per aumentare la temperatura dell'aria fino a T_f = 700 K.

i) $Q_f = n \frac{5}{2} R (T_f - T_i)$ ii) $Q_f = 2{,}33 \cdot 10^5$ J

c) Assumendo nuovamente le condizioni dello stato iniziale e che il pistone pesante ora sia libero di muoversi, trovare il calore Q_l che è necessario fornire per aumentare la temperatura dell'aria fino a T_f = 700 K.

i) $Q_l = n \frac{7}{2} R (T_f - T_i)$ ii) $Q_l = 3{,}27 \cdot 10^5$ J

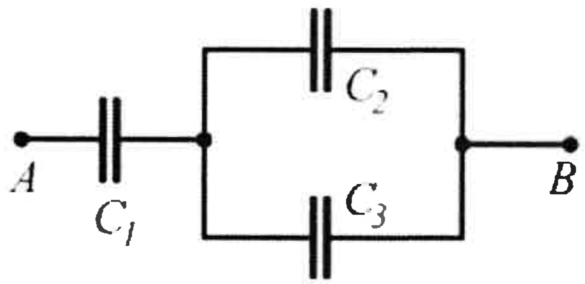
d) Con riferimento al punto *c)*, calcolare il lavoro L compiuto dall'aria contro le forze esterne.

i) $L = \Delta E_{int} - Q_l = Q_f - Q_l$ ii) $L = -9{,}33 \cdot 10^4$ J

4) Le capacità dei condensatori in figura valgono rispettivamente:

C_1 = 1.0 μF
C_2 = 2.0 μF
C_3 = 3.0 μF

e la differenza di potenziale tra A e B vale: $\Delta V = V_A - V_B$ = 90 V



Calcolare:

a) La capacità C_{eq} equivalente a questo insieme di condensatori:

i) $C_{eq} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{eq}^{23}}\right)^{-1}$ con $C_{eq}^{23} = C_2 + C_3$ ii) C_{eq} = 0,83 μF

b) La carica Q_1 che si trova sulle armature del condensatore di capacità C_1:

i) $Q_1 = Q_{eq} = C_{eq} \cdot \Delta V$ ii) Q_1 = 75 μC

c) Le cariche Q_2 e Q_3 che si trovano rispettivamente sulle armature dei condensatori di capacità C_2 e C_3:

i) $Q_2 = C_2 \cdot \frac{Q_1}{C_{eq}^{23}}$ ii) Q_2 = 30 μC

i) $Q_3 = C_3 \frac{Q_1}{C_{eq}^{23}}$ ii) Q_3 = 45 μC

1

$m = 45\ \text{kg}$

$h = 60\ \text{cm}$

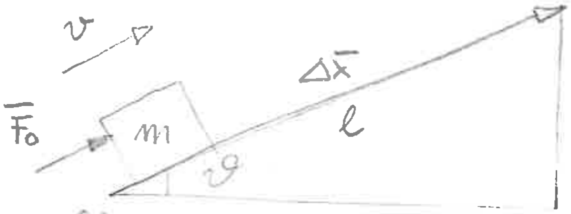
$\ell = \dfrac{h}{\text{sen}\,\theta} = 2h = 120\ \text{cm}$

$\theta = 30°$

$F_0 = 300\ N$

$v = 40\ \text{cm/s}$

$v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$



$h = \ell\,\text{sen}\,\vartheta = \frac{1}{2}\ell$

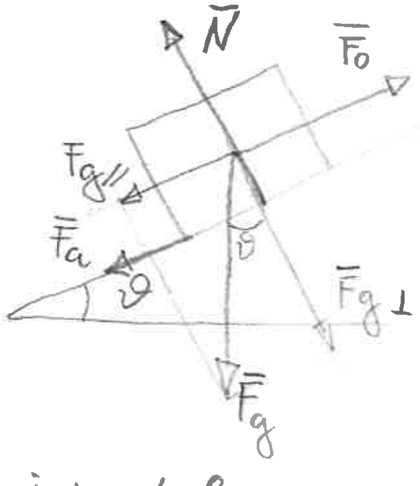
La forza $\vec{F_0}$ è parallela allo spostamento $\Delta\vec{x}$, quindi:

a) $L_0 = \vec{F_0} \cdot \Delta\vec{x} = F_0 \cdot \ell = 300\ N \cdot 1{,}20\ m = 360\ J$

b) $P_0 = \dfrac{L_0}{\Delta t} = \dfrac{L_0}{\Delta x} \cdot v = \dfrac{L_0}{\ell} \cdot v = F_0\, v = 300\ N \cdot 0{,}40\ \dfrac{m}{s} = 120\ W$

c) Sulla cassa agiscono: $\vec{F_0}$, la forza impressa dall'operaio
$\vec{F_g}$, la forza peso
$\vec{N}$, la reazione vincolare della tavola
$\vec{F_a}$, la forza d'attrito

Tali forze possono essere così schematizzate:



(suppongo x semplicità che sia applicata al baricentro)

Relazioni tra i moduli:

$F_g = mg$

$F_{g\perp} = N = mg\cos\theta$

$F_{g//} = mg\,\text{sen}\,\vartheta$

$F_a = \mu_d \cdot N = \mu_d\, mg\cos\vartheta$

Poiché la cassa si muove a v costante, deve essere:

$$\sum \vec{F}_{//} = 0$$

$$F_0 - F_{g//} - F_a = 0$$

$F_0 - mg\,\text{sen}\vartheta - \mu_d\, mg \cos\vartheta = 0$, da cui:

$$\mu_d = \frac{F_0 - mg\,\text{sen}\vartheta}{mg\cos\vartheta} = \frac{F_0}{mg\cos\vartheta} - tg\vartheta =$$

$$= \frac{300\ N}{45\ Kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{600}{45 \cdot 9{,}8} - 1\right) = \frac{0{,}36}{\sqrt{3}} = 0{,}21$$

d) Forza d'attrito e spostamento sono antiparalleli, quindi:

$$L_a = \vec{F_a} \cdot \vec{\Delta x} = -F_a \cdot \ell = -\mu_d\, mg\cos\vartheta \cdot \ell$$

$$= -\frac{0{,}36}{\sqrt{3}}\, 45\ Kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1{,}20\ m$$

$$= -95{,}4\ J$$

Tale risultato poteva essere dedotto dal teorema lavoro-energia, considerando che $\Delta K = 0$ ($v = \text{cost.}$)

$$L_0 + L_g + L_a = 0$$

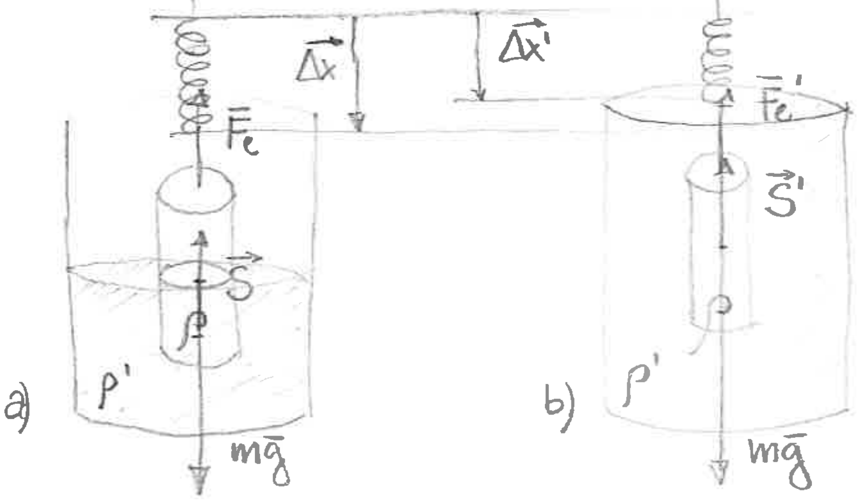
$$L_a = -L_0 - L_g = -L_0 + mgh$$

$$= -360\ J + 45\ Kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}60\ m$$

$$= -360\ J + 264{,}6\ J = -95.4\ J$$

il che è come dire che il lavoro dell'operaio ($L_0 = 360\ J$) bilancia esattamente il lavoro della forza d'attrito ($L_a = -95{,}4\ J$) e quello della gravità ($L_g = -\Delta U_g = -mgh = -264{,}6\ J$)

2



$\rho' = 1000 \ kg/m^3$

$\rho = 8900 \ kg/m^3$

$m = 5{,}0 \ kg$

$V = \frac{m}{\rho} = \frac{5{,}0}{8900} \ m^3 = 0{,}56 \cdot 10^{-3} \ m^3$

a) Sul cilindro agiscono:

la forza peso $\overline{F_g} = m\overline{g}$, diretta verso il basso

$\overline{F_e} = -k\Delta\overline{x}$ diretta verso l'alto

$\overline{S} = -\frac{1}{2} V \rho' \overline{g}$, diretta verso l'alto.

Poiché $\Sigma \overline{F} = \vec{F_g} + \overline{F_e} + \overline{S} = 0$, si ha:

$$(\mathrm{I}) \qquad mg = k\Delta x + \frac{1}{2}\rho' V g \qquad \text{da cui}$$

$$k = \frac{mg - \frac{1}{2}\rho' V g}{\Delta x} = \frac{m - \frac{1}{2}\rho' \frac{m}{\rho}}{\Delta x} g = \frac{1 - \frac{1}{2}\frac{\rho'}{\rho}}{\Delta x} mg = \frac{1 - \frac{1}{2}\frac{1}{8{,}9}}{6 \cdot 10^{-2} \, m} \cdot 5{,}0 \, kg \cdot 9{,}8 \, m = 771 \, \frac{N}{m}$$

b) Rispetto ad a), cambiano le intensità della forza elastica e della spinta di Archimede:

$$\overline{F_e}' = -k\Delta\overline{x}'$$

$$\overline{S}' = -V\rho'\overline{g}$$

Analogamente a quanto sopra, si ha:

$$(\mathrm{II}) \qquad mg = k\Delta x' + \rho' V g$$

Sostituendo (I) in (II) si ottiene:

$$k\Delta x + \frac{1}{2}\rho' V g = k\Delta x' + \rho' V g$$

Owero :

$$k\left(\Delta x - \Delta x'\right) = \frac{1}{2}\rho' V g$$

$$k\left(\Delta x - \Delta x'\right) = \frac{1}{2}\rho' \frac{m}{\rho} g$$

$$\Delta x - \Delta x' = \frac{1}{2k}\frac{\rho'}{\rho} m g$$

$$\Delta x' = \Delta x - \frac{1}{2k}\frac{\rho'}{\rho} m g$$

$$\overset{!}{=} 6{,}0 \cdot 10^{-2}\,m - \frac{1}{2 \cdot 771\,\frac{N}{m}} \cdot \frac{1}{8{,}9} \cdot (5{,}0 \cdot 9{,}8)\,N$$

$$\overset{!}{=} 6{,}0 \cdot 10^{-2}\,m - 3{,}57 \cdot 10^{-3}\,m$$

$$\overset{!}{=} 5{,}64\ cm$$

3

a) $n = \frac{P_i V_i}{R T_i} = \frac{2 \cdot 10^5 \cancel{Pa} \cdot 0{,}35\ m^3}{8{,}314 \frac{\cancel{J}}{mol\ \cancel{K}} \cdot 300\ K} = 28\ mol$

b) Si tratta di un riscaldamento a V costante:

$$Q_f = n C_V \Delta T = \frac{P_i V_i}{\cancel{R} T_i} \cdot \frac{5}{2} \cancel{R} \cdot (T_f - T_i) =$$

$$= \frac{\cancel{2} \cdot 10^5\ Pa \cdot 0{,}35\ m^3 \cdot 5 \cdot 400\ \cancel{K}}{\cancel{2} \cdot 300\ \cancel{K}} = 2{,}33 \cdot 10^5\ J$$

c) In questo caso invece il riscaldamento è a p costante:

$$Q_e = n C_p \Delta T = Q_f \frac{C_p}{C_V} = \frac{7}{5} Q_f = 3{,}27 \cdot 10^5\ J$$

d) Dal primo principio, $Q_e + L = \Delta E_{int}$, con

$\Delta E_{int} = n C_V \Delta T = Q_f$

(relazione valida per i gas ideali). Pertanto si ha:

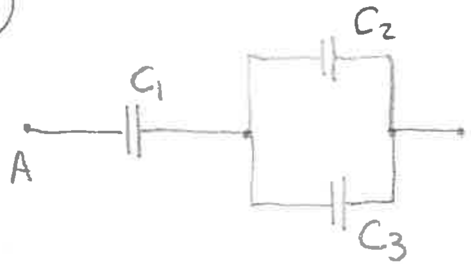
$$L = \Delta E_{int} - Q_e$$

$$= Q_f - Q_e = Q_f - \frac{7}{5} Q_f = -\frac{2}{5} Q_f$$

$$= -9{,}33 \cdot 10^4\ J$$

Il segno − indica appunto che si tratta di lavoro compiuto contro le forze esterne.

4



(I)

$C_1 = 1{,}0\ \mu F$

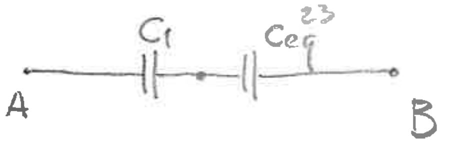
$C_2 = 2 \cdot C_1 = 2{,}0\ \mu F$

$C_3 = 3 \cdot C_1 = 3{,}0\ \mu F$

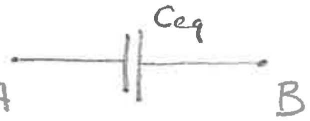
$V_A - V_B = \Delta V = 90\ V$

a) Calcoliamo dapprima la capacità eq. al parallelo C_2 e C_3 :

(A) $$C_{eq}^{23} = C_2 + C_3 = 2C_1 + 3C_1 = 5C_1 = 5{,}0\ \mu F$$



(II)



(III)

Quindi $$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{eq}^{23}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{5C_1} = \frac{6}{5C_1}$$

$$C_{eq} = \frac{5}{6} C_1 = 0{,}83\ \mu F$$

b) Confrontando (III) con (II), si capisce che la carica su C_1 è la stessa che si trova su C_{eq} :

(B) $$Q_1 = Q_{eq} = C_{eq} \cdot \Delta V = \frac{5}{6} C_1 \cdot \Delta V = \frac{5}{6} \cdot 1\mu F \cdot 90V = 75\ \mu C$$

c) Confrontando (III) con (II) e poi con (I), si capisce che la stessa carica Q_1 si trova anche su C_{eq}^{23}. Tuttavia, ci viene chiesto di stabilire come tale carica si ripartisce su C_2 e C_3. Da (II) si vede che ai capi di C_{eq}^{23} si ha:

$$\Delta V_{eq}^{23} = \frac{Q_{eq}^{23}}{C_{eq}^{23}} \underset{(A)}{=} \frac{Q_1}{5C_1} \underset{(B)}{=} \frac{\frac{5}{6} C_1 \Delta V}{5C_1} = \frac{1}{6} \Delta V = 15\ V$$

Tale ΔV_{eq}^{23} si trova sia ai capi di C_2 che di C_3, quindi:

$$Q_2 = C_2 \cdot \Delta V_{eq}^{23} = 2{,}0\ \mu F \cdot 15\ V = 30\ \mu C$$

$$Q_3 = C_3\ \Delta V_{eq}^{23} = 3{,}0\ \mu F \cdot 15\ V = 45\ \mu C.$$

Si nota che, come anticipato, $Q_2 + Q_3 = 75\ \mu C = Q_1$