

Geometria 3 – Topologia

IV appello d'esame

Anno accademico 2023-2024

20/6/2024

Motivare adeguatamente le risposte. Per l'ammissione all'orale occorrono almeno 18 punti.
Tempo a disposizione: 3 ore.

- 1) (10 punti). Sia $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 1)(x^2 + y^2 - 1) = 0\} \subset \mathbb{R}^2$.
 - (a) (1 punto). X è compatto?
 - (b) (1 punto). X è connesso per archi?
 - (c) (2 punti). Quante sono le componenti connesse di $\mathbb{R}^2 - X$?
 - (d) (4 punti). Calcolare $\pi_1(X)$.
 - (e) (2 punti). Esiste una retrazione $r: X \rightarrow L$ con $L \subset \mathbb{R}^2$ retta di equazione $x = 1$?
- 2) (7 punti). Dimostrare che non esiste una retrazione continua $r: \mathbb{R}P^2 \rightarrow \mathbb{R}P^1$.
- 3) (7 punti). Siano X e Y spazi topologici e $f: X \rightarrow Y$ continua e suriettiva. Supponiamo X connesso. Dimostrare che Y è connesso.
- 4) (6 punti). Determinare un omeomorfismo di \mathbb{R}^2 che manda l'asse x nel grafico della funzione coseno.