

# Prova scritta

# A / B

21 giugno 2024

## Cinematica e dinamica

Sostituisce provetta 1:

- [2] 1. Una palla viene lanciata verticalmente verso l'alto. Essa colpisce un filo di telefono con una velocità di modulo  $0.70 \text{ m/s}$  dopo un tempo  $1.5 \text{ s}$ . Qual era la velocità iniziale della palla?

$$v(t) = v_0 - gt \quad \rightarrow \quad v_0 = v(t) + gt = 0.70 \text{ m/s} + 9.8 \text{ m}^2/\text{s} \cdot 1.5 \text{ s} = 15.4 \text{ m/s}$$

- [4] 2. Phobos, un satellite di Marte, ha un periodo di  $7 \text{ h}$  e  $39 \text{ min}$ , e un raggio orbitale di  $9.4 \times 10^6 \text{ m}$  (distanza dal centro di Marte). In base a questi dati, determinare

(a) L'accelerazione centripeta di Phobos

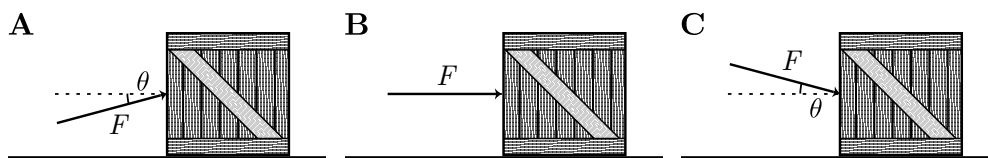
$$a = R\omega^2 = R\frac{4\pi^2}{T^2} = 0.50 \text{ m/s}^2 \quad (\text{con } T = 2.75 \times 10^4 \text{ s}).$$

(b) La massa di Marte

L'accelerazione centripeta è dovuta alla forza di gravità esercitata da Marte

$$ma = \frac{GmM}{R^2} \quad \rightarrow \quad M = \frac{aR^2}{G} = 6.5 \times 10^{23} \text{ kg}$$

- [4] 3. La forza applicata alla cassa rappresentata nelle figure ha in ciascun caso la medesima intensità  $F = 380 \text{ N}$ . La massa della cassa è  $m = 43 \text{ kg}$  e il coefficiente di attrito dinamico è  $\mu_d = 0.47$ . L'angolo è  $\theta = 15^\circ$ . Calcolare l'accelerazione della cassa in ognuno dei casi. Si consiglia di trovare per prima un'espressione algebrica valida per tutti e tre casi.



$$\begin{aligned}
 m\vec{a} &= \vec{F}_{\text{res}} = \vec{F} + \vec{F}_{\text{peso}} + \vec{F}_d + \vec{N} \\
 &= (F \cos \theta - \mu_d N)\hat{i} + (F \sin \theta - mg + N)\hat{j}
 \end{aligned}$$

Qui  $\theta$  è positivo quando la componente verticale di  $\vec{F}$  è positiva. La cassa non si sposta lungo  $y$ , e quindi  $N = mg - F \sin \theta$ . Sostituendo nell'espressione per la componente  $x$ :

$$a_x = \frac{F}{m} (\cos \theta + \mu_d \sin \theta) - \mu_d g.$$

Sostituendo:

$$\mathbf{A} : a_x = 5.00 \text{ m/s}^2 \quad \mathbf{B} : a_x = 4.22 \text{ m/s}^2 \quad \mathbf{C} : a_x = 2.85 \text{ m/s}^2$$

## Energia, quantità di moto, oscillazioni

Sostituisce provetta 2:

- [3] 4. Un nucleo in quiete decade in una particella alfa e in un nucleo più leggero. Il nucleo originario ha una massa 59 volte maggiore di quella della particella alfa. Quale sarà la velocità di rinculo del nucleo se la velocità della particella alfa è di  $5.8 \times 10^6 \text{ m/s}$ ?

Applicazione della conservazione della quantità di moto:

$$p_i = 0 = p_f = m_n v_n + m_\alpha v_\alpha \quad \rightarrow \quad v_n = -v_\alpha \frac{m_\alpha}{m_n} = -v_\alpha \frac{1}{58} = 1.0 \times 10^5 \text{ m/s}$$

5. Una palla di 0.25 kg viene lanciata da un'altezza iniziale di 1.2 m in una palestra con un soffitto alto 12 m. La palla fiora quasi il soffitto e raggiunge la parete a una distanza di 15 m dopo 2 secondi. La resistenza dell'aria è trascurabile, quindi la componente orizzontale della velocità è costante.

- [1] (a) Qual è l'energia potenziale massima della palla?

$$U_{\text{max}} = mgh_{\text{max}} = 26.5 \text{ J} \quad (\text{con } h_{\text{max}} = 10.8 \text{ m})$$

- [1] (b) Qual è l'energia meccanica totale della palla?

Al punto più alto, la velocità è unicamente lungo  $x$ :  $v_x = 7.5 \text{ m/s}$ . Quindi

$$E_{\text{totale}} = U_{\text{max}} + \frac{1}{2}mv_x^2 = 33.5 \text{ J.}$$

- [2] (c) Qual è il modulo della velocità iniziale della palla?

Conservazione dell'energia:

$$E_{\text{totale}} = K_{\text{iniziale}} = \frac{1}{2}mv_i^2 \rightarrow v_i = \sqrt{2mE_{\text{totale}}} = 16.4 \text{ m/s.}$$

6. L'equazione differenziale per il moto armonico smorzato è

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0.$$

- [1] (a) Il parametro  $\gamma$  ha unità  $\text{s}^{-1}$
- [1] (b) Il caso  $\gamma = \omega$  si chiama **smorzamento critico**.
- [1] (c) Un sistema smorzato ha una pulsazione  $\omega_s$  diversa dalla pulsazione naturale  $\omega$ . Questa pulsazione è  $\omega_s = \sqrt{\omega^2 - \gamma^2}$ .

## Fluidi e termodinamica

Sostituisce provetta 3:

- [3] 7. Tre recipienti identici contengono tre gas diversi alla stessa pressione e temperatura. Il recipiente A contiene  $\text{CO}_2$ , il recipiente B contiene  $\text{C}_2\text{H}_4$  e il recipiente C contiene He. Rispondere alle seguenti domande con una breve spiegazione. Le risposte corrette possono includere tutti, nessuno o alcuni dei recipienti.

- (a) Quale recipiente contiene il maggior numero di molecole?

A,B,C (uguali)

$P$ ,  $V$  e  $T$  sono uguali quindi  $n$  è anche lo stesso per tutti e tre recipienti.

- (b) Quale recipiente contiene il gas con la densità più alta?

A

$\rho = Mn/V$ , dove  $M$  è la massa molare. Il gas con massima massa molare è il  $\text{CO}_2$ .

- (c) Quale recipiente contiene le molecole più veloci?

C

A temperatura costante, tutte le molecole hanno la stessa energia cinetica traslazionale. Le molecole più veloci sono quindi quelle con massa minore.

- [3] 8. In una bottiglia di Coca Cola, la sacca di  $\text{CO}_2$  tra la bevanda e il tappo è a una pressione  $P_1 = 3.0 \text{ atm}$ . Quando il tappo viene aperto velocemente, il gas subisce un'espansione adiabatica. Se il gas ha una temperatura iniziale  $T_1 = 5.0^\circ\text{C}$ , qual è la sua temperatura finale al termine dell'espansione adiabatica? L'indice adiabatico del  $\text{CO}_2$  è 1.3.

Processo adiabatico:

$$PV^\gamma = \text{costante} \quad \rightarrow \quad P^{1-\gamma}T^\gamma = \text{costante} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{T_f}{T_i}\right)^\gamma = \left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{\gamma-1}.$$

$$T_f = T_i \left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{1-1/\gamma} = 216 \text{ K} = -57.3^\circ\text{C}.$$

- [4] 9. Una macchina di Carnot che produce 10 kW di lavoro opera tra un serbatoio caldo, costituito da acqua bollente, e un serbatoio freddo fatto di ghiaccio.

(a) Qual è il rendimento di questa macchina?

$$\eta = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \frac{273 \text{ K}}{373 \text{ K}} = 26.8\%.$$

(b) Quanto calore viene ceduto al serbatoio freddo ogni secondo?

$$\eta = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_c} = \frac{\dot{W}}{\dot{W} + \dot{Q}_f} \quad \rightarrow \quad \dot{Q}_f = \dot{W} \frac{1-\eta}{\eta} = 27.3 \text{ kW}.$$

(c) Quanto tempo impiega questa macchina a sciogliere 1 kg di ghiaccio nel serbatoio?

$$\dot{Q}_f \Delta t = L_f m_g \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{L_f m_g}{\dot{Q}_f} = 12.2 \text{ s}.$$

- (d) Se la macchina viene sostituita da una macchina reale (non di Carnot) che genera la stessa potenza, il ghiaccio si scioglierà più velocemente o più lentamente?

Più velocemente perché a lavoro uguale una macchina meno efficiente assorbe e cede più calore nei serbatoi.

#### Dati e costanti

$$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$0 \text{ K} = -273.15 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$1 \text{ atm} = 101.325 \text{ kPa}$$

$$N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$M_{\text{aria}} = 29 \text{ g mol}^{-1}$$

$$c_{\text{acqua}} = 4186 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$c_{\text{ghiaccio}} = 2093 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$L_{f \text{ ghiaccio}} = 333 \text{ kJ kg}^{-1}$$