

# Geometria 3 – Topologia

## V appello d'esame

Anno accademico 2023-2024

9/7/2024

Motivare adeguatamente le risposte. Per l'ammissione all'orale occorrono almeno 18 punti.  
Tempo a disposizione: 3 ore.

- 1) (10 punti) Consideriamo il sottospazio  $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0\} \subset \mathbb{R}^2$ .
  - (a) (3 punti) Dimostrare che  $X$  è contraibile.
  - (b) (2 punti)  $X$  è compatto?
  - (c) (3 punti)  $X$  è omeomorfo a  $\mathbb{R}$ ?
  - (d) (2 punti) Quante componenti connesse per archi ha  $\mathbb{R}^2 - X$ ?
- 2) (7 punti). Dimostrare che non esiste una retrazione continua  $r: S^2 \rightarrow S^1$ .
- 3) (8 punti). Siano  $X$  e  $Y$  spazi topologici e  $f: X \rightarrow Y$  continua e suriettiva. Supponiamo  $X$  compatto. Dimostrare che  $Y$  è compatto.
- 4) (5 punti). Determinare un omeomorfismo di  $\mathbb{R}^2$  che manda i punti  $(-1, 0)$ ,  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  rispettivamente nei punti  $(-1, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, 0)$ .