# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE
## Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche – 011SM Fisica
## A.A. 2023/2024 Sessione Estiva – II Prova Scritta – 05.07.2024
## Tempo a disposizione: 2 h e 30'

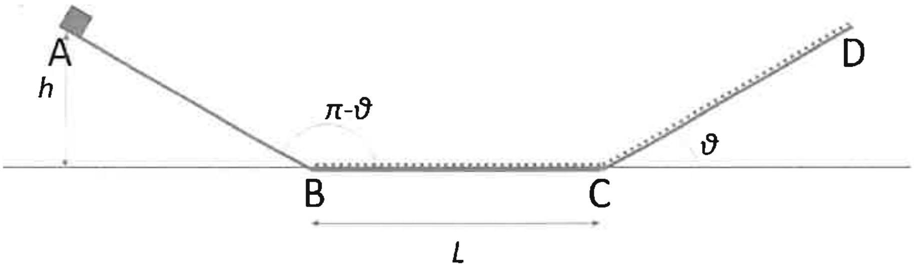
**Cognome** ............................................**Nome** ..........................................

*Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:*

*i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e*

*ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate*

1) Un sistema di tre piani ABCD è rappresentato in figura. Il piano BC è orizzontale, mentre i piani laterali, CD e AB formano un angolo $\theta = 30^\circ$ ed un angolo $\pi-\theta = 150^\circ$ rispetto al piano orizzontale, rispettivamente. Un blocco di massa $M$ viene posto in A, ad un'altezza $h$ rispetto al piano orizzontale. Il piano AB è perfettamente liscio, mentre tra i piani BC e CD ed il blocco c'è attrito, con il medesimo coefficientre di attrito dinamico $\mu$. Il blocco, inizialmente fermo in A, viene lasciato libero di scivolare lungo il piano inclinato, raggiunge il punto B con velocità $v_B = 4.0$ m/s ed il punto C con velocità $v_c = 3.0$ m/s. La lunghezza del tratto BC è pari a L = 2.0 m. Calcolare:




a) L'altezza $h$ del punto di partenza A rispetto al piano orizzontale:

i) $h = \frac{v_B^2}{2g}$ ii) $h =$ 0,82 m

b) Il coefficientre di attrito dinamico $\mu$.

i) $\mu = \frac{v_B^2 - v_c^2}{2gL}$ ii) $\mu =$ 0,18

c) L'altezza $h'$ alla quale il blocco si ferma sul piano CD, prima di invertire il suo moto.

i) $h' = \frac{v_c^2}{2g(1+\mu \, ctg\theta)}$ ii) $h' =$ 0,35 m

2) Un fluido viscoso ($\eta = 2.2 \cdot 10^{-3}$ Pa s) percorre un tubo cilindrico orizzontale di raggio $r = 1.0$ cm, registrando una caduta di pressione $\Delta p = 340$ Pa. Il flusso è laminare e la sua velocità media è $v_m = 1.0$ cm/s. Calcolare:

a) il volume $V$ di fluido che fluisce nel condotto in un minuto

i) $V = v_m \pi r^2 \cdot (60 s)$ ii) $V = 1,88 \cdot 10^{-4}$ m³

b) la lunghezza $L$ del condotto.

i) $L = \frac{\pi}{8} \frac{r^4}{\eta} \frac{\Delta p}{Q}$ ii) $L =$ 1,93 m

con $Q = v_m \pi r^2$

3) $n$ = 0.50 moli di un gas perfetto monoatomico si trovano in uno stato termodinamico A, caratterizzato da una pressione $p_A$ = 2.0 kPa e da un volume $V_A$ = 1.2 m$^3$. Il gas subisce prima una trasformazione isobara che lo porta allo stato B ($p_B = p_A$), con $T_B$= 900 K, e successivamente una trasformazione isocora che lo porta allo stato C ($V_C = V_B$), con $p_C$ = 0.80 kPa

a) Determinare per ciascuno degli stati A, B e C i valori delle variabili termodinamiche incognite, ovvero:

i) $T_A$ = $\frac{p_A V_A}{n R}$ ii) $T_A$ = 577 K

i) $V_B$ = $V_A \frac{T_B}{T_A}$ ii) $V_B$ = 1,87 m$^3$

i) $T_C$ = $\frac{p_C}{p_B} T_B$ ii) $T_C$ = 360 K

b) Calcolare il lavoro totale compiuto dal gas durante le due trasformazioni da A a C:

i) $L$ = $-p_A(V_B - V_A)$ ii) $L$ = $-1,34$

c) Calcolare la variazione complessiva di entropia durante le due trasformazioni da A a C:

i) $\Delta S$ = $nR\left(\frac{5}{2}\ln\frac{T_B}{T_A} + \frac{3}{2}\ln\frac{T_C}{T_B}\right)$ ii) $\Delta S$ = $-1,09 \ \frac{J}{K}$

4) Le figure qui sotto rappresentano due insiemi di 4 cariche, disposte sui vertici di un quadrato. Entrambi i quadrati hanno lato $l$ =2.0 cm, e tutte le cariche hanno un valore assoluto q = 2.0 nC. Nel quadrato A, le cariche sono tutte negative (Figura A), mentre nel quadrato B le cariche del lato di sinistra sono negative e quelle del lato di destra sono positive (Figura B). Calcolare:

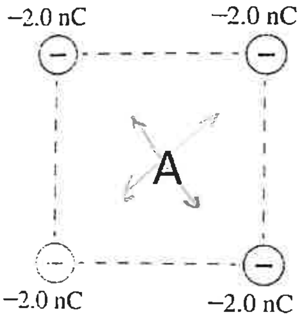


Figura A

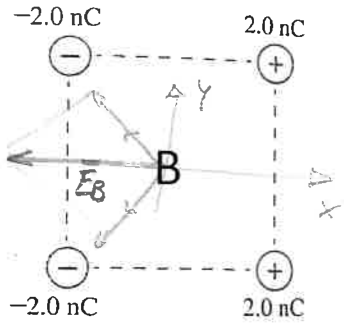


Figura B

a) Il campo elettrico $\boldsymbol{E_A}$ al centro del quadrato A:

i) $\boldsymbol{E_A}$ = per motivi di simmetria ii) $\boldsymbol{E_A}$ = 0

b) Il potenziale elettrico $V_A$ al centro del quadrato A:

i) $V_A$ = $4\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-q}{\frac{l}{2}\sqrt{2}}\right)$ ii) $V_A$ = $-5090$ ✓

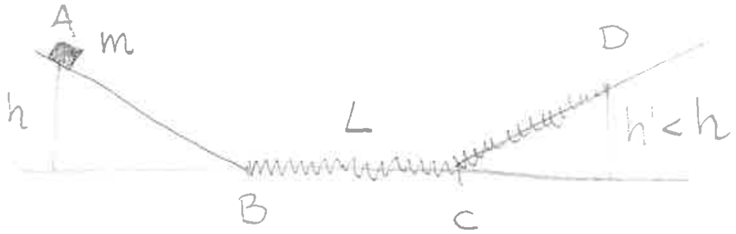
c) Il campo elettrico $\boldsymbol{E_B}$ al centro del quadrato B:

i) $\boldsymbol{E_B}$ = $-4\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\left(\frac{l}{2}\sqrt{2}\right)^2}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\,\hat{i}$ ii) $\boldsymbol{E_B}$ = $-25,4\cdot 10^4 \ \frac{N}{C}\,\hat{i}$

d) Il potenziale elettrico $V_B$ al centro del quadrato B:

i) $V_B$ = per motivi di simmetria ii) $V_B$ = 0

1




$v_B = 4{,}0\ m/s$

$v_C = 3{,}0\ m/s$

$L = 2{,}0\ m$

a) Nel tratto AB abbiamo la conservazione dell'energia meccanica:

$$E_{mecc\,A} = E_{mecc\,B}$$

in A il corpo è fermo

$$\cancel{K_A} + U_A = K_B + \cancel{U_B}$$

in B il corpo non ha energia potenziale gravitazionale

$$U_A = K_B$$

$$mgh = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$h = \frac{v_B^2}{2g} = \frac{16\ m^2/s^2}{2 \cdot 9{,}8\ m/s^2} = 0{,}82\ m$$

b) Nel tratto BC l'unica forza a lavorare è la forza d'attrito, il cui lavoro vale:

$$\mathcal{L}_a = -F_a \cdot L = -\mu m g \cdot L \qquad (I)$$

Dal teorema lavoro - energia si ha:

$$\mathcal{L}_a = \Delta K = \frac{1}{2} m \left(v_C^2 - v_B^2\right) \qquad (II)$$

Quindi, confrontando I e II:

$$-\mu \cancel{m} g L = \frac{1}{2} \cancel{m} \left(v_C^2 - v_B^2\right)$$

$$\mu = \frac{v_B^2 - v_C^2}{2gL} = \frac{(16 - 9{,}0)\ m^2/s^2}{2 \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2}\ 2\ m} = 0{,}18$$

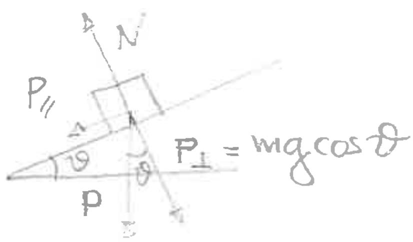
c) Nel tratto CD lavorano sia la forza di gravità che la forza d'attrito. Il lavoro della forza di gravità è:

$$\mathcal{L}_g = -\Delta U_g = -mgh'$$

La forza d'attrito ha intensità:

$$F_a' = \mu N$$

$$\text{con } N = P_\perp = mg\cos\vartheta$$



La forza d'attrito è sempre diretta in verso opposto allo spostamento. La lunghezza del tratto CD è data da

$$CD \operatorname{sen}\vartheta = h'$$

$$CD = \frac{h'}{\operatorname{sen}\vartheta}$$

Quindi il lavoro della forza d'attrito $F_a'$ lungo il tratto CD vale:

$$\mathcal{L}_a' = -F_a' \cdot CD = -\mu mg\cos\vartheta \frac{h'}{\operatorname{sen}\vartheta} = \mu mgh' \operatorname{cotg}\vartheta$$

Usando nuovamente il teorema lavoro-energia, stavolta tra C e D si ha:

in D il corpo è fermo

$$\mathcal{L} = \Delta K$$

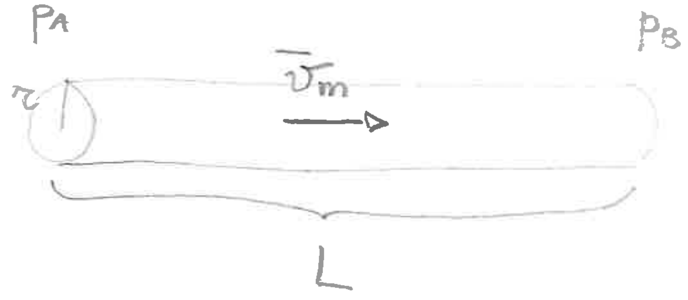
$$\mathcal{L}_g + \mathcal{L}_a' = \frac{1}{2}m\left(\cancel{v_D^2} - v_C^2\right)$$

$$-\cancel{m}gh' - \mu \cancel{m}gh' \operatorname{cotg}\vartheta = -\frac{1}{2}\cancel{m}v_C^2$$

$$gh'\left(1 + \mu \operatorname{cotg}\vartheta\right) = \frac{1}{2}v_C^2$$

$$h' = \frac{v_C^2}{2g(1 + \mu \operatorname{cotg}\vartheta)} = \frac{9{,}0\ m^2/s^2}{2 \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2}\left(1+0{,}18 \cdot \sqrt{3}\right)} = 0{,}35\ m$$

(2)




$r = 1{,}0\ \text{cm}$

$\Delta p = p_A - p_B = 340\ \text{Pa}$

$\eta = 2.2 \cdot 10^{-3}\ \text{Pa s}$

$v_m = 1{,}0\ \text{cm/s}$

a) Calcoliamo innanzitutto la portata Q del flusso:

$$Q = v_m \cdot S = v_m \pi r^2 = 1{,}0\ \text{cm/s} \cdot \pi\, (1{,}0\ \text{cm})^2$$

$$= \pi\ \text{cm}^3/\text{s}$$

$$V = Q \cdot (60\,\text{s}) = 60\pi\ \text{cm}^3 = 188\ \text{cm}^3 = 1{,}88 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^3$$

b) Ricordando la legge di Poiseville

$$Q = \frac{\pi}{8}\frac{r^4}{\eta}\frac{\Delta p}{L}$$

si trova immediatamente

$$L = \frac{\pi}{8}\frac{r^4}{\eta}\frac{\Delta p}{Q} = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{(1{,}0\ \text{cm})^{\cancel{4}} \cdot 3{,}40\ \cancel{\text{Pa}}}{2.2 \cdot 10^{-3}\ \cancel{\text{Pa}}\,\cancel{\text{s}} \cdot \cancel{\pi}\ \cancel{\text{cm}^3}/\cancel{\text{s}}}$$

$$= \frac{340\ \text{cm}}{8 \cdot 2{,}2\ 10^{-3}} = 193\ \text{cm} = 1{,}93\ \text{m}$$

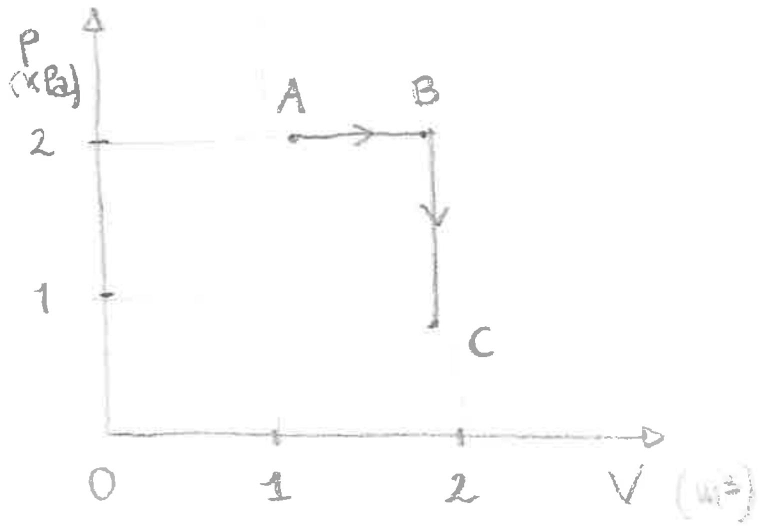
(3) $n = 0{,}50 \text{ mol}$

$p_A = 2{,}0 \text{ kPa}$

$V_A = 1{,}2 \text{ m}^3$

$T_B = 900 \text{ K}$

$p_C = 0{,}80 \text{ kPa}$




a) Dalla equazione di stato dei gas ideali:

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = \frac{2{,}0 \text{ kPa} \cdot 1{,}2 \text{ m}^3}{0{,}5 \text{ mol} \cdot 8{,}314 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}} = 577 \text{ K}$$

$T_B$ è maggiore di $T_A$, quindi dovrà essere $V_B > V_A$:

$$V_B = \frac{nRT_B}{p_A} = V_A \frac{T_B}{T_A} = 1{,}2 \text{ m}^3 \frac{900 \text{ K}}{577 \text{ K}} = 1{,}87 \text{ m}^3$$

Infine,

$$T_C = \frac{p_C V_B}{nR} = \frac{p_C}{p_B} T_B = \frac{0{,}80 \text{ kPa}}{2{,}0 \text{ kPa}} \cdot 900 \text{ K} = 360 \text{ K}$$

b) In realtà, la trasformazione tra B e C non comporta alcun lavoro, in quanto il volume non cambia. Tutto il lavoro viene quindi compiuto tra A e B:

$$L = -p_A (V_B - V_A) = -2{,}0 \text{ kPa} \left(1{,}87 - 1{,}2\right) \text{m}^3$$

$$\overset{!}{=} -1{,}34 \text{ kJ}$$

ove il segno negativo indica un lavoro fatto dal sistema contro le forze esterne durante l'espansione.

c) In entrambe le trasformazioni, A → B e B → C, la temperatura cambia continuamente. Il calcolo di $\Delta S$ deve quindi utilizzare il calcolo integrale:

$$\Delta S_{AB} = \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

AB è isobara, quindi $dQ = nC_p dT$

$$= \int_A^B \frac{nC_p dT}{T}$$

gas perfetto monoatomico $C_p = \frac{5}{2}R$

$$= n\frac{5}{2}R\int_A^B \frac{dT}{T} = \frac{5}{2}nR \ln\frac{T_B}{T_A}$$

Analogamente, per BC (isocora, $dQ = nC_v dT$ con $C_v = \frac{3}{2}R$)

$$\Delta S_{BC} = \int_B^C \frac{dQ}{T} = \frac{3}{2}nR\int_B^C \frac{dT}{T} = \frac{3}{2}nR \ln\frac{T_C}{T_B}$$

Complessivamente

$$\Delta S = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} = \frac{5}{2}nR\ln\frac{T_B}{T_A} + \frac{3}{2}nR\ln\frac{T_C}{T_B}$$

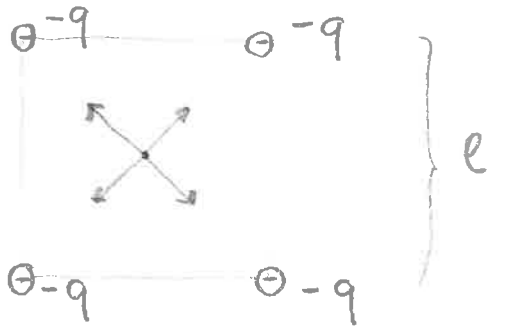
$$= nR\left(\frac{5}{2}\ln\frac{T_B}{T_A} + \frac{3}{2}\ln\frac{T_C}{T_B}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\text{mol}\ 8{,}314\frac{\text{J}}{\text{K mol}}\left(\frac{5}{2}\ln\frac{900}{577} + \frac{3}{2}\ln\frac{360}{900}\right)$$

$$= \frac{1}{2}8{,}314\,(1{,}11 - 1{,}37)\frac{\text{J}}{\text{K}} = -1{,}09\ \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Quindi l'aumento di entropia nella trasformazione A → B viene più che compensato dalla diminuzione in B → C.

4) Quadrato A




$q = 2.0\ nC$

$l = 2.0\ cm$

a) Ogni carica contribuisce al campo $\vec{E}_A$ con un campo elettrico che punta verso la carica stessa. I quattro contributi sono uguali in modulo, in quanto tutte le cariche hanno la stessa intensità e si trovano alla stessa distanza dal centro. Pertanto, $\vec{E}_A = 0$

b) Il potenziale generato da ciascuna carica al centro del quadrato è:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{-q}{\frac{l}{2}\cdot\sqrt{2}}$$

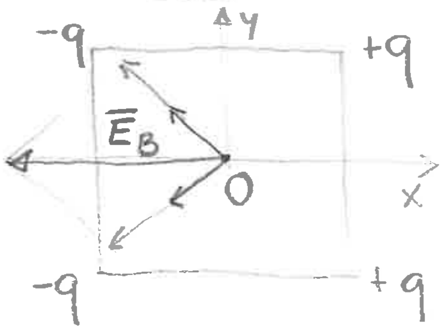
I quattro contributi hanno tutti lo stesso segno e si sommano:

$$V_A = 4V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{-4q}{\frac{l}{2}\sqrt{2}} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{4q\sqrt{2}}{l}$$

$$= -9\cdot\cancel{10^{9}}\,\frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{{}^{4}\cancel{8}\sqrt{2}\cdot\cancel{10^{-9}}\cancel{C}}{\cancel{2{,}0}\cdot 10^{-2}\,\cancel{m}}$$

$$= -36\sqrt{2}\cdot 10^{2}\,\frac{J}{C} = -5090\ V$$

Quadrato B




c) A differenza del caso A, i quattro contributi hanno somma non nulla.

In particolare, con riferimento al sistema cartesiano $xOy$ disegnato in figura, si ha che la componente y di $\bar{E}_B$ è nulla (in quanto il sistema di cariche è simmetrico rispetto all'asse x) ma le componenti x si sommano:

$$|\bar{E}_B| = 4\,|\bar{E}^1_{Bx}|$$

essendo $\bar{E}^1_{Bx}$ la componente x del campo generato in O da ciascuna carica (sono tutte uguali), ovvero:

$$|\bar{E}^1_{Bx}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{\left(\frac{\ell}{2}\sqrt{2}\right)^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{2q}{\ell^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$$

→ perché prendo solo la componente x

$$= 9\cdot 10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{2\cdot 2{,}0\cdot 10^{-9}\,C}{(2{,}0\cdot 10^{-2}\,m)^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= 9\cdot 10^4\,\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{N}{C} = 6{,}36\cdot 10^4\,\frac{N}{C}$$

$$|\bar{E}_B| = 4\,|\bar{E}^1_{Bx}| = 25{,}4\cdot 10^4\,\frac{N}{C}$$

La direzione di $\bar{E}_B$ è quella indicata in figura, ovvero quella dell'asse x (ma con verso opposto).

Quindi $\bar{E}_B = -25{,}4\cdot 10^4\,\frac{N}{C}\,\hat{i}$

d) Essendo il centro equidistante da due cariche positive e due cariche negative, tutte con la stessa intensità q, i quattro contributi hanno somma nulla:

$$V_B = 0$$