

## Esame di Analisi Matematica 1 del 17/6/2024

### Promemoria.

- Scrivere Nome e Cognome (in questo ordine) su ogni foglio che consegnate.
- Non è necessario consegnare la brutta copia.
- Potete tenere per voi il testo del compito.

---

**Esercizio 1.** Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\tan(\pi x)}{\ln(x^4)},$$
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^x - 2^{2x}}{e^x - e^{x\sqrt{x}}}.$$

---

**Esercizio 2.** Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{x e^x}{x - 1}.$$

Suggerimento: per analizzare il segno della derivata seconda, sarà bene studiare separatamente la funzione  $g(x) = x^3 - 2x^2 - x + 4$ .

---

**Esercizio 3.** Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile infinite volte, tale che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \arcsin(\sin x)) = 0.$$

Dimostrare che:

- la funzione non è né concava né convessa;
- esistono infiniti punti in cui la funzione si annulla;
- esistono infiniti punti in cui la derivata si annulla;
- per ogni  $n \geq 1$ , esistono infiniti punti in cui la derivata  $n$ -esima si annulla.

---

**Esercizio 4.** Si calcolino i seguenti integrali:

$$\int_0^\pi x^2 \sin(x) dx,$$
$$\int_{-1}^2 x |1 - e^{2x}| dx.$$