

Università degli Studi di Trieste
CdS in Ingegneria Civile, Informatica ed Elettronica
FISICA GENERALE I A.A. 2023/2024 - Prova Scritta 22/07/2024
Prof. Candelise, Nicolini

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____

Per ciascuna domanda rispondere fornendo (almeno) il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, ed il corrispondente risultato numerico se richiesto, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

Problema 1

Un punto materiale di massa m viene lanciato (verso destra) con velocità iniziale \vec{v}_0 su una guida come in figura. La guida è costituita da un primo tratto orizzontale e da un secondo tratto costituito da due archi di circonferenza di raggio $R = 2.00$ m di apertura angolare $\pi/3$ che si raccordano nel punto P, e la sommità della guida (che è anche il suo punto finale) è a quota R dal suolo. La guida è perfettamente liscia.



1) Determinare il minimo valore di v_0 che permette al punto di raggiungere la sommità della guida.

Usando la conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgR + \frac{1}{2}mv_f^2, \text{ minimo quando } v_f = 0 \text{ per cui } v_0^{\min} = \sqrt{2gR} = 6.26 \text{ m/s.}$$

[4 PT]

2) Se il corpo viene lanciato con $v_0' = \sqrt{\frac{3}{2}}v_0$, ricavare l'espressione della velocità nel punto P e calcolarne il valore.

La quota al punto P vale $h_P = R - R\cos(\pi/3) = R/2$, quindi di nuovo dalla conservazione dell'energia in P:

$$\frac{1}{2}m(v_0')^2 = mgR + \frac{1}{2}mv_P^2 \rightarrow v_P = \sqrt{v_0'^2 - 2gh_P} = \sqrt{2gR} = 6.26 \text{ m/s}$$

[4 PT]

3) Ricavare l'espressione di $v(\theta)$, la velocità in funzione dell'angolo rispetto alla verticale dopo il punto P ($\theta = \pi/3$ in P e poi decresce a 0 alla sommità della guida) ipotizzando che il corpo rimanga a contatto con la guida.

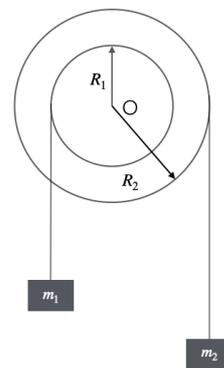
Utilizzando ancora la conservazione dell'energia tra P e un punto generico della guida che forma un angolo θ con la verticale avremo:

$$\frac{1}{2}mv_P^2 = mgR(\cos \theta - \cos \pi/3) + \frac{1}{2}mv^2(\theta), \text{ da cui ricaviamo } v(\theta) = \sqrt{gR(3 - 2\cos \theta)}.$$

[2 PT]

Problema 2

Due corpi di massa $m_1 = 24 \text{ kg}$ e m_2 sono appesi mediante fili inestensibili a due pulegge solidali tra loro e girevoli attorno ad un asse comune (vedi figura). Le pulegge possono essere trattate come due dischi omogenei di massa $M_1 = 2.5 \text{ kg}$ e $M_2 = 7.5 \text{ kg}$, ed i raggi dei dischi sono rispettivamente $R_1 = 0.4 \text{ m}$ e $R_2 = 1.2 \text{ m}$. I fili non slittano sulle pulegge.



1) Calcolare il momento d'inerzia totale I_{tot} del sistema rispetto all'asse di rotazione.

$$I_{tot} = \frac{1}{2}(M_1 R_1^2 + M_2 R_2^2) = 5.6 \text{ Kg m}^2$$

2) Calcolare il valore della massa m_2 affinché il sistema sia fermo in equilibrio.

Usando l'equilibrio dei momenti $\Sigma \vec{\tau} = 0$: $m_2 = m_1 \frac{R_1}{R_2} = 8 \text{ Kg}$

3) Se m_2 è sostituita da $m_3 = 12 \text{ kg}$ il sistema si mette in moto. Determinare l'accelerazione angolare α del sistema e moduli delle tensioni T_1 e T_2 dei due fili.

Scegliamo \hat{k} uscente dal foglio:

$$\Sigma \vec{\tau} = I\alpha \rightarrow I_{tot}\alpha = T_1 R_1 - T_2 R_2, \text{ e}$$

$$\Sigma F_y = m a_y \rightarrow T_1 - m_1 g = m_1 \alpha R_1 \rightarrow T_1 = m_1 (g - \alpha R_1) = 252 \text{ N}$$

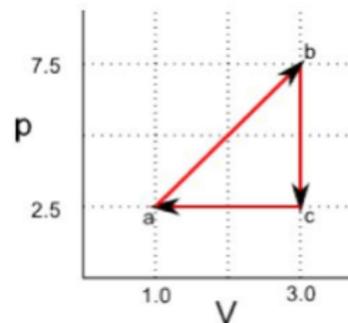
ed equivalentemente $T_2 = m_3 (g + \alpha R_2) = 92 \text{ N}$

Combinando le due equazioni troviamo:

$$\alpha = \frac{m_1 g R_1 - m_3 g R_2}{I_{tot} + m_1 R_1^2 + m_3 R_2^2} = -1.76 \text{ rad/s}^2$$

Problema 3

Un gas perfetto monoatomico è sottoposto a un ciclo termodinamico reversibile, come da figura, dove P è la pressione in kPa, mentre V è il volume in kilolitri. La temperatura del gas al punto a è $T_a = 300 \text{ K}$ e la sua capacità termica molare a volume costante è $C_V = (f/2)R$, con f i gradi di libertà delle molecole e $R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$.



1) Determinare la temperatura del gas nei punti b e c.

$$T_b = 9T_a, T_c = 3T_a$$

2) Indicare in quali trasformazioni il gas assorbe calore e in quali invece lo cede e calcolare il rendimento del ciclo

$$Q_{ab} > 0, Q_{bc} < 0, Q_{ca} < 0;$$

$$0 = \Delta U = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca} - W$$

$$W = 2nRT_a \rightarrow Q_{bc} = -9nRT_a, Q_{ca} = -5nRT_a, \eta = W/Q_{ab} = 1/8$$