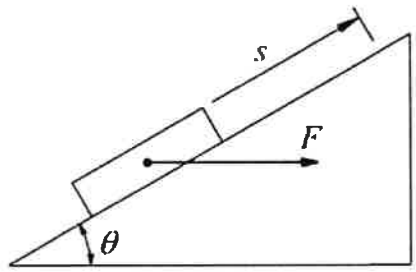
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE
Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche – 011SM Fisica
A.A. 2023/2024 Sessione Estiva – III Prova Scritta – 29.07.2024
Tempo a disposizione: 2 h e 30'

Cognome ....**Nome** ....

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e
ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Una forza orizzontale di modulo $F = 20$ N è applicata ad un libro di massa $m = 3.0$ kg, posto su un piano liscio inclinato di $\theta = 30°$ rispetto all'orizzontale. Sotto l'azione di questa forza, il libro scorre lungo il piano inclinato per una distanza $s = 50$ cm verso l'alto, come mostrato in figura. Calcolare:



a) Il lavoro L effettuato dalla forza $\boldsymbol{F}$ durante lo spostamento s:

i) $L = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos\vartheta$ ii) $L =$ 8,66 J

b) La velocità finale v_f del libro al termine dello spostamento s, ipotizzando che esso inizialmente sia fermo.

i) $v_f = \sqrt{2s\left(\frac{F}{m}\cos\vartheta - g\sin\vartheta\right)}$ ii) $v_f =$ 0,93 m/s

2) Dell'acqua (assimilabile ad un fluido ideale) scorre con flusso stazionario ed irrotazionale in un tubo *orizzontale*. Nel primo tratto, il tubo ha un diametro $d_1 = 10$ cm, mentre successivamente il diametro si dimezza a $d_2 = 5.0$ cm. La pressione nella sezione più larga è $p_1 = 8\times10^4$ Pa, mentre in quella più stretta è $p_2 = 6\times10^4$ Pa. Calcolare le velocità v_1 e v_2 con cui l'acqua scorre, rispettivamente, nelle sezioni di diametro d_1 e d_2:

i) $v_1 = v_2\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$ ii) $v_1 =$ 1,6 m/s

i) $v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho\left[1-\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4\right]}}$ ii) $v_2 =$ 6,5 m/s

3) Un recipiente contiene una massa m_a d'acqua a $T_C = 40$ °C. Un pezzo di ghiaccio di massa $m_g = 100$ g, inizialmente alla temperatura $T_F = -20$ °C viene collocato nel recipiente. Si assume che il recipiente non scambi calore col suo contenuto, e che non permetta scambi di calore tra il contenuto e l'ambiente circostante. Dopo un tempo sufficiente, il ghiaccio si scioglie completamente ed il sistema raggiunge l'equilibrio termico, presentando solo acqua liquida alla temperatura $T_E = 10$ °C.

Ricordando che il calore specifico dell'acqua e del ghiaccio valgono rispettivamente $c_a = 1.0$ cal/(g °C) e $c_g = 0.50$ cal/(g °C) e che il calore latente di fusione del ghiaccio vale $K = 80$ cal/g,

a) Determinare la massa d'acqua iniziale m_a:

i) $m_a = m_g \dfrac{c_g (T_0 - T_F) + K + c_a (T_E - T_0)}{c_a (T_C - T_E)}$ ii) $m_a =$ 333 g

b) Un secondo pezzo di ghiaccio, anch'esso di massa $m_g = 100$ g ed inizialmente alla temperatura $T_F = -20$ °C viene successivamente collocato nello stesso recipiente. In questo caso il ghiaccio non si scioglie completamente, ma una parte di esso rimane allo stato solido, ed il sistema raggiunge un nuovo equilibrio termico a $T_0 = 0$ °C. Quanto vale la massa m_r del ghiaccio che non si scioglie?

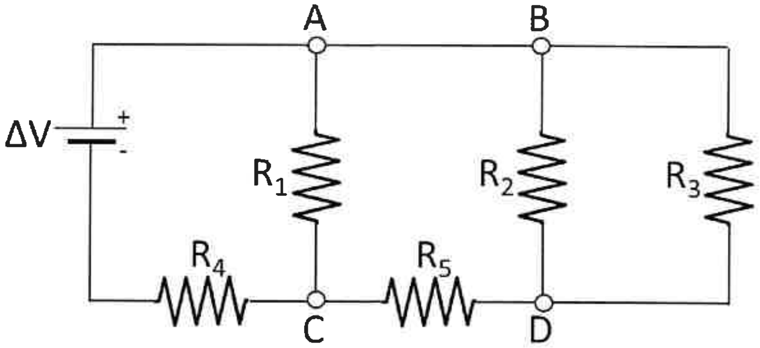
i) $m_r = m_g + \dfrac{m_g c_g (T_0 - T_F) - (m_a + m_g) c_a (T_E - T_0)}{K}$ ii) $m_r =$ 58,4 g

c) Se invece entrambi i pezzi di ghiaccio fossero stati posti simultaneamente nel recipiente nelle condizioni iniziali, la massa m_r' del ghiaccio residuo nello stato di equilibrio finale sarebbe risultata uguale, maggiore o minore di m_r ?

i) $m_r' = m_r$ ii) $m_r' =$ 58,4 g

per la conservazione dell'energia

4) Nel circuito in figura il generatore di tensione fornisce una differenza di potenziale ΔV = 24 V. Le resistenze R_1, R_2, ed R_3 sono uguali tra di loro, $R_1 = R_2 = R_3 = 10\ \Omega$, come pure sono uguali tra di loro le resistenze R_4 ed R_5, che invece valgono $R_4 = R_5 = 25\ \Omega$. Calcolare:



$R_1 = R_2 = R_3 = R$

$R_4 = R_5 = \frac{5}{2} R$

a) La resistenza R_{23} equivalente alle resitenze R_2 ed R_3, collocate tra i nodi B e D:

i) $R_{23} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right)^{-1} = \frac{R}{2}$ ii) $R_{23} =$ 5 Ω

b) La resistenza R_{eq} equivalente all'intero sistema di cinque resistenze:

i) $R_{eq} = R_4 + \left(R_1^{-1} + (R_{23} + R_5)^{-1}\right)^{-1}$ ii) $R_{eq} =$ 32,5 Ω

c) La corrente I_4, che attraversa la resistenza R_4:

i) $I_4 = \Delta V / R_{eq}$ ii) $I_4 =$ 0,74 A

d) La corrente I_1, che attraversa la resistenza R_1:

i) $I_1 = \Delta V_{AC} / R_1$ ii) $I_1 =$ 0,55 A

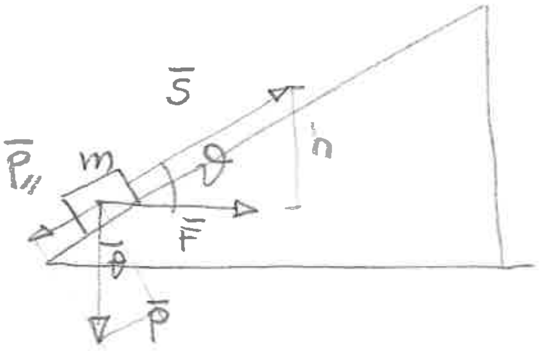
e) Le correnti ed I_5, I_2, ed I_3, che attraversano rispettivamente le resistenze R_5, R_2 ed R_3:

i) $I_5 = I_4 - I_1$ ii) $I_5 =$ 0,18 A

i) $I_2 = I_5 / 2$ ii) $I_2 = 9,2 \cdot 10^{-2}$ A

i) $I_3 = I_5 / 2$ ii) $I_3 = 9,2 \cdot 10^{-2}$ A

①



$\vartheta = 30°$

$F = 20\ N$

$m = 3{,}0\ kg$

$s = 50\ cm = 0{,}50\ m$

a) $\mathcal{L} = \vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos\vartheta = Fs\cos\vartheta =$

$= 20\ N \cdot 0{,}50\ m \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\ J = 8{,}66\ J$

b) Un modo per trovare v_f è usare il teorema lavoro energia, ovvero $\mathcal{L}_{TOT} = \Delta K = \frac{1}{2} m v_f^2$, dove

$\mathcal{L}_{TOT}$ è il lavoro che complessivamente viene svolto sul libro, sia da $\bar{F}$ che da $\bar{P}$.

$$\mathcal{L}_{TOT} = \mathcal{L} + \mathcal{L}_g = \mathcal{L} - \Delta U_g = \mathcal{L} - mgh$$

con $h = s\,\mathrm{sen}\,\vartheta$

Quindi:

$$\mathcal{L}_{TOT} = Fs\cos\vartheta - mgs\,\mathrm{sen}\,\vartheta = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$v_f^2 = 2s\left(\frac{F}{m}\cos\vartheta - g\,\mathrm{sen}\,\vartheta\right) \qquad (*)$$

$$v_f = \sqrt{2s\left(\frac{F}{m}\cos\vartheta - g\,\mathrm{sen}\,\vartheta\right)}$$

$$= \sqrt{1{,}0\ m\left(\frac{20\ N}{3{,}0\ kg}\frac{\sqrt{3}}{2} - 9{,}8\ \frac{m}{s^2}\cdot\frac{1}{2}\right)}$$

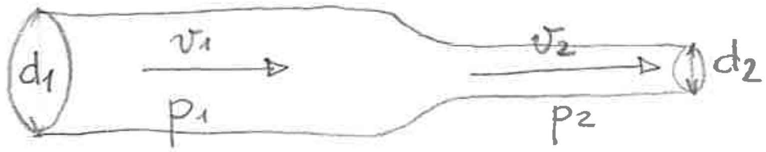
$$= \sqrt{0{,}8735}\ \frac{m}{s} = 0{,}93\ \frac{m}{s}$$

In alternativa, si poteva calcolare l'accelerazione a a cui è soggetto il libro nel suo moto lungo il piano inclinato, ed usare la relazione:

$$v_f^2 = 2a \cdot s$$

arrivando all'equazione (*)

(2)



Le ipotesi (fluido ideale, flusso stationario e irrotationale) consentono di applicare il teorema di Bernoulli:

$$\text{(I)} \quad p_1 + \cancel{\rho g h_1} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \cancel{\rho g h_2} + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

con $h_1 = h_2$ perchè il tubo è orizzontale

Inoltre vale il teorema di Leonardo

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$$v_1 \cancel{\frac{\pi}{4}} d_1^2 = v_2 \cancel{\frac{\pi}{4}} d_2^2$$

$$\text{(II)} \quad v_1 = v_2 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$$

Sostituendo (II) in (I) e riordinando i termini:

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_2^2 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4$$

$$= \frac{1}{2}\rho v_2^2 \left[1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4\right]$$

Da cui: $$v_2^2 = \frac{2(p_1 - p_2)}{\rho\left[1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4\right]}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho\left[1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4\right]}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (8-6) \cdot 10^4 \ \text{Pa}}{10^3 \frac{kg}{m^3}\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4\right]}}$$

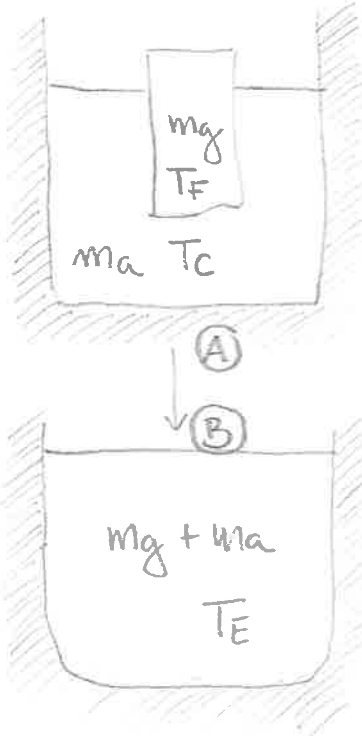
$\text{Pa} \to \frac{kg\, \cancel{m}}{m^{\cancel{2}} s^2}$

$$= 2 \cdot 10^2 \ \frac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{10^{-3}}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4}} = 6{,}5 \ m/s$$

Ed infine: $$v_1 = v_2 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$$

$$= 6{,}5 \ m/s \cdot \frac{1}{4} = 1{,}6 \ m/s$$

③



$T_C = 40\,°C$
$T_F = -20\,°C$
$T_E = 10\,°C$
$m_g = 100\,g$
$m_a = ?$

$c_a = 1{,}0\ cal/(g\,°C)$
$c_g = 0{,}50\ cal/(g\,°C)$
$K = 80\ cal/g$
$T_0 = 0\ °C$

a)

Nel passaggio da Ⓐ a Ⓑ:
- m_a: si raffredda da T_C a T_E
- m_g: si scalda da T_F a T_0 (stato solido)
  si scioglie
  si scalda da T_0 a T_E (stato liquido)

Possiamo scrivere l'equazione che corrisponde ai passaggi di calore dei processi sopra descritti

$$m_a c_a (T_C - T_E) = m_g c_g (T_0 - T_F) + m_g K + m_g c_a (T_E - T_0) \quad (I)$$

$\left(\begin{matrix} m_a \text{ si raffredda da} \\ T_C \text{ a } T_C \end{matrix}\right) = \left(\begin{matrix} m_g \text{ si scalda da } T_F \text{ a } T_0 \\ \text{- stato solido -} \end{matrix}\right) + \left(\begin{matrix} m_g \text{ si} \\ \text{scioglie} \end{matrix}\right) + \left(\begin{matrix} m_g \text{ si scalda da } T_0 \text{ a } T_E \\ \text{stato liquido} \end{matrix}\right)$

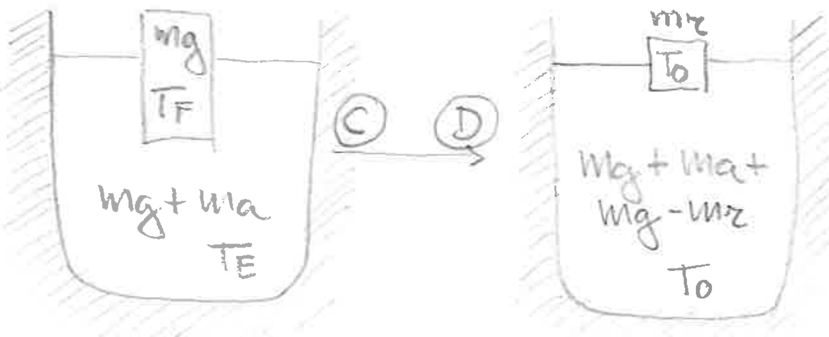
$$m_a = m_g \frac{c_g (T_0 - T_F) + K + c_a (T_E - T_0)}{c_a (T_C - T_E)}$$

$$= 100\,g \frac{0{,}5 \frac{cal}{g\,°C} \cdot 20\,°C + 80 \frac{cal}{g} + 1{,}0 \frac{cal}{g\,°C} \cdot 10\,°C}{1{,}0 \frac{cal}{g\,°C} \cdot 30\,°C}$$

$$= 100\,g \frac{10\ cal/g + 80\ cal/g + 10\ cal/g}{30\ cal/g}$$

$$= \frac{10}{3} \cdot 100\,g = 333\,g$$

b) Si aggiunge ora un altro blocchetto di ghiaccio:



stavolta sappiamo che solo $(m_g - m_r)$ si sciolgono, mentre m_r resta allo stato solido

Nel passaggio da Ⓒ a Ⓓ: $(m_g + m_a)$ si raffredda da T_E a T_0
m_g si scalda da T_F a T_0 (solido)
$(m_g - m_r)$ si scioglie

Quindi, tenendo ancora una volta conto degli scambi di calore:

$$(m_g+m_a)\,c_a\,(T_E-T_0) = m_g\,c_g\,(T_0-T_F) + (m_g-m_r)\,K \qquad (II)$$

(mg+ma si raffredda da TE a To) = (mg si scalda da TF a To (solido)) + (mg − mr) si scioglie

$$m_g - m_r = \frac{(m_g+m_a)\,c_a\,(T_E-T_0) - m_g\,c_g\,(T_0-T_F)}{K}$$

$$m_r = m_g + \frac{m_g\,c_g\,(T_0-T_F) - (m_a+m_g)\,c_a\,(T_E-T_0)}{K}$$

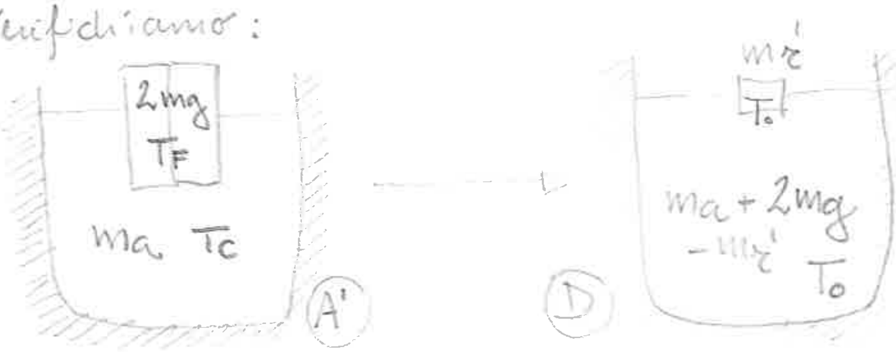
$$= 100\,g + \frac{100\,g\ 0{,}5\,\frac{cal}{g\,°C}\cdot 20\,°C - 433\,g\ 1{,}0\,\frac{cal}{g\,°C}\ 10\,°C}{80\ cal/g}$$

$$= 100\,g + \frac{1000\ cal - 4330\ cal}{80\ cal/g}$$

$$= 100\,g - 41{,}6\,g = 58{,}4\,g$$

c) Poiché la quantità di ghiaccio che si scioglie $(2m_g - m_r)$ o non si scioglie (m_r) dipende dall'energia disponibile all'inizio, è lecito aspettarsi che $m_r' = m_r$.

Verifichiamo:



ma si raffredda da Tc a To (liquida)
2mg si scalda da TF a To (solida)
2mg − mr' si scioglie

$$m_a\,c_a\,(T_C-T_0) = 2m_g\,c_g\,(T_0-T_F) + (2m_g - m_r')\,K \qquad (III)$$

(ma si raffredda da Tc a To) = (2mg si scalda da TF a To) + (2mg − mr') si scioglie

Tuttavia, sommando (I) e (II) membro a membro si ha

si semplifica

si semplifica!

$$m_a c_a (T_C - \cancel{T_E}) + m_a c_a (\cancel{T_E} - T_0) + \cancel{m_g c_a (T_E - T_0)} =$$

$$= m_g c_g (T_0 - T_F) + m_g c_g (T_0 - T_F) + m_g K + (m_g - m_r) K + \cancel{m_g c_a (T_E - T_0)}$$

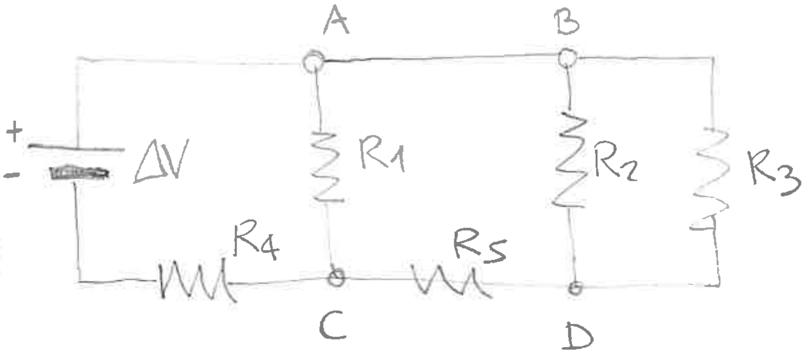
$$m_a c_a (T_C - T_0) = 2 m_g c_g (T_0 - T_F) + (2m_g - m_r) K$$

che coincide con (III) con $m_r' = m_r$.

In alternativa, si poteva usare la (III) per calcolare $m_r' = 58{,}4\,g = m_r$

4

I



$\Delta V = 24\ V$

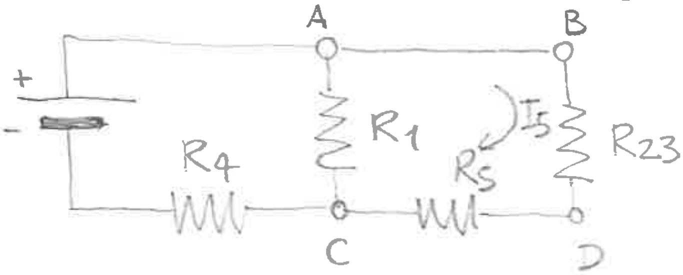
$R_1 = R_2 = R_3 = 10\ \Omega$

$R_4 = R_5 = 25\ \Omega$

Per semplificare la notazione, pongo $R_1 = R_2 = R_3 = 10\,\Omega \equiv R$.
Pertanto risulta $R_4 = R_5 = \frac{5}{2} R$.

a)

II



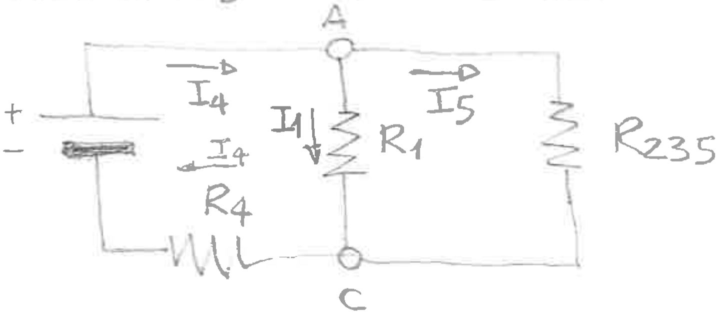
Le resistenze R_2 ed R_3 tra B e D sono in parallelo. Pertanto:

$$R_{23}^{-1} = R_2^{-1} + R_3^{-1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R}$$

$$R_{23} = \frac{R}{2} = 5\ \Omega$$

b) Per trovare R_{eq} semplifichiamo progressivamente il circuito:
R_{23} ed R_5 sono in serie:

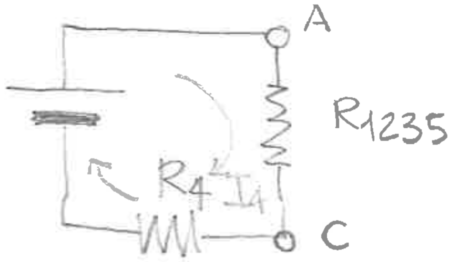
III



$$R_{235} = R_{23} + R_5 = \frac{R}{2} + \frac{5}{2}R = \frac{6}{2}R = 3R = 30\ \Omega$$

Successivamente, si nota che R_1 e R_{235} sono in parallelo:

IV



$$R_{1235}^{-1} = R_1^{-1} + R_{235}^{-1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} = \frac{4}{3R}$$

$$R_{1235} = \frac{3}{4} R = 7{,}5\ \Omega$$

Infine, R_4 e R_{1235} sono in serie, quindi:

V

$$R_{eq} = R_4 + R_{1235} = \frac{5}{2}R + \frac{3}{4}R = \frac{13}{4}R = 32{,}5\ \Omega$$

c) Per trovare le correnti, conviene considerare le semplificazioni del circuito a ritroso, partendo dalla V per arrivare alla I.

Confrontando V con IV si vede ad esempio che la corrente che attraversa R_4 è la stessa che attraversa R_{eq}:

$$I_4 = \frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{\Delta V}{\frac{13}{4}R} = \frac{4}{13}\frac{\Delta V}{R} = \frac{96\ V}{130\ \Omega} = 0{,}74\ A$$

d) Sempre da IV, si può calcolare la differenza di potenziale tra A e C

$$\Delta V_{AC} = I_4 \cdot R_{1235} = \frac{\cancel{4}}{13}\frac{\Delta V}{\cancel{R}} \cdot \frac{3}{\cancel{4}}\cancel{R} = \frac{3}{13}\Delta V$$

Quindi:

$$I_1 = \frac{\Delta V_{AC}}{R_1} = \frac{\frac{3}{13}\Delta V}{R} = \frac{3}{13}\frac{\Delta V}{R} = \frac{72\ V}{130\ \Omega} = 0{,}55\ A$$

e) Confrontando IV e III e poi III e II, si nota che

$$I_5 = I_4 - I_1$$
$$= \frac{4}{13}\frac{\Delta V}{R} - \frac{3}{13}\frac{\Delta V}{R} = \frac{1}{13}\frac{\Delta V}{R} = \frac{24\ V}{130\ \Omega} = 0{,}18\ A$$

La corrente I_5 attraversa anche il parallelo R_{23}. Poiché $R_2 = R_3$, I_5 si ripartirà equamente tra le due resistenze:

$$I_2 = I_3 = \frac{I_5}{2} = \frac{1}{26}\frac{\Delta V}{R} = \frac{24V}{260\ \Omega} = 9{,}2 \cdot 10^{-2}\ A$$