



I Metodi di Analisi Multi-Attributo (AMA)

Prof. Paolo Rosato

DIA - UNITS

Obiettivi:

- Introdurre ai metodi di Analisi Multi-Attributo evidenziandone le principali caratteristiche rispetto ai metodi di valutazione monetaria.
- Illustrare i vari passaggi di un'Analisi Multi-Attributo, con particolare riferimento alla procedura Analytic Hierarchy Process, sottolineandone le analogie e le differenze.
- Illustrare i metodi di «Outranking» con particolare riferimento ad ELECTRE.

L'Analisi Multi-Criterio

Famiglia di metodi di supporto alle decisioni volti ad affrontare la molteplicità degli aspetti della decisione al fine di individuare la soluzione dominante o, in assenza di questa, quella di miglior compromesso.

- Consente di trattare efficacemente problemi di scelta caratterizzati da aspetti difficilmente valutabili in termini monetari.
- E' notevolmente più agile da implementare dell'Analisi Costi Benefici.
- Consente di distinguere chiaramente il ruolo dell'analista da quello del decisore.

L'Analisi Multi-Criterio: Definizioni

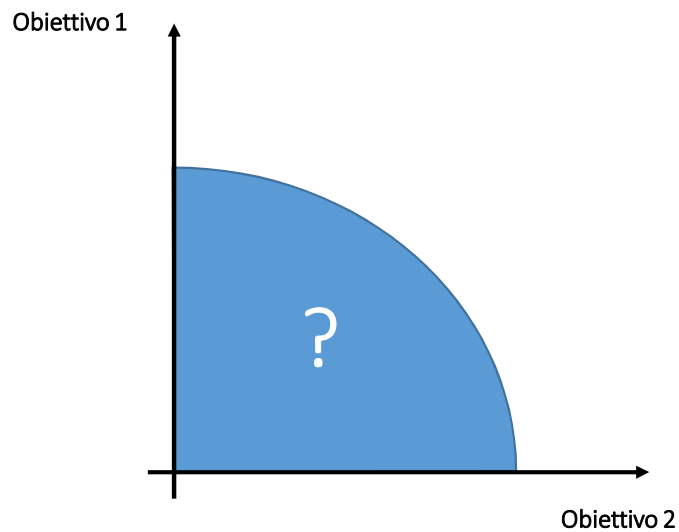
Definizione	Descrizione	Esempi riferiti all'ambito edile/urbanistico
Variabile decisionale (x)	Variabile che concorre a definire una certa scelta/alternativa	Superfici di vario tipo, destinazioni, finiture, tecniche realizzative, ecc.
Attributo (a)	Criterio di valutazione considerato dal decisore	Utile, Reddito, Rendimento, Occupazione, Quietè, Biodiversità, Inquinamento, ecc.
Parametro (p)	Parametro tecnico utile/necessario per definire lo stato un certo attributo	Ricavi, Costi, dBa, Ore lavorate, Numero specie, Concentrazione NOx , SOx, Polveri sottili, ecc.
Obiettivo (O)	Direzione che il decisore persegue per un certo attributo (Min/Max)	Max Reddito, Max Occupazione, Max Biodiversità, Min Rumorosità, Min Inquinamento, ecc.
Traguardo (T)	Livello in un certo attributo che il decisore si prefigge di realizzare con le sue scelte	Raggiungere 10% nel TRI, 10 mln€ di Utile, Dimezzare la Rumorosità, Mantenere l'attuale Biodiversità, Portare al 10% il tasso di disoccupazione, ecc.
Alternativa (A)	Opzione di scelta che il decisore ha a disposizione per perseguire i propri scopi	Ipotesi di riuso di un complesso dismesso, Tracciati di una ferrovia, Marche d'auto, ecc.
Soluzione (x)	Vettore che identifica lo stato ottimo delle variabili decisionali (continue) rispetto agli obiettivi del decisore	Distribuzione del suolo fra usi concorrenti, Dimensionamento di fabbricati, Ottimizzazione nell'impiego di fattori della produzione/prodotti, ecc.

L'Analisi Multi-Criterio

I metodi di Analisi Multi-Criterio possono essere raggruppati in due grandi categorie:

- Metodi di Analisi Multi-Obiettivo: consentono di individuare la soluzione preferibile (x) fra un set infinito di possibili alternative.
- Metodi di Analisi Multi-Attributo: consentono di ordinare scelte alternative (A) predefinite coerentemente con le preferenze del decisore.

L'Analisi Multi-Obiettivo



$$\text{MAX } U = f(O_1, O_2)$$

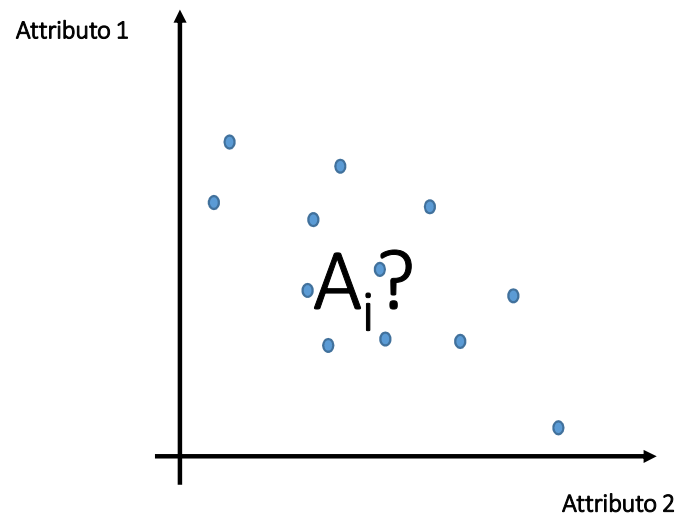
con

$$O_1 = f(x_k)$$

$$O_2 = f(x_j)$$

$$x_{k,j} \in X$$

L'Analisi Multi-Attributo



Scegli fra $\{A_i\}$
in funzione di $\{a_1, a_2\}$

con

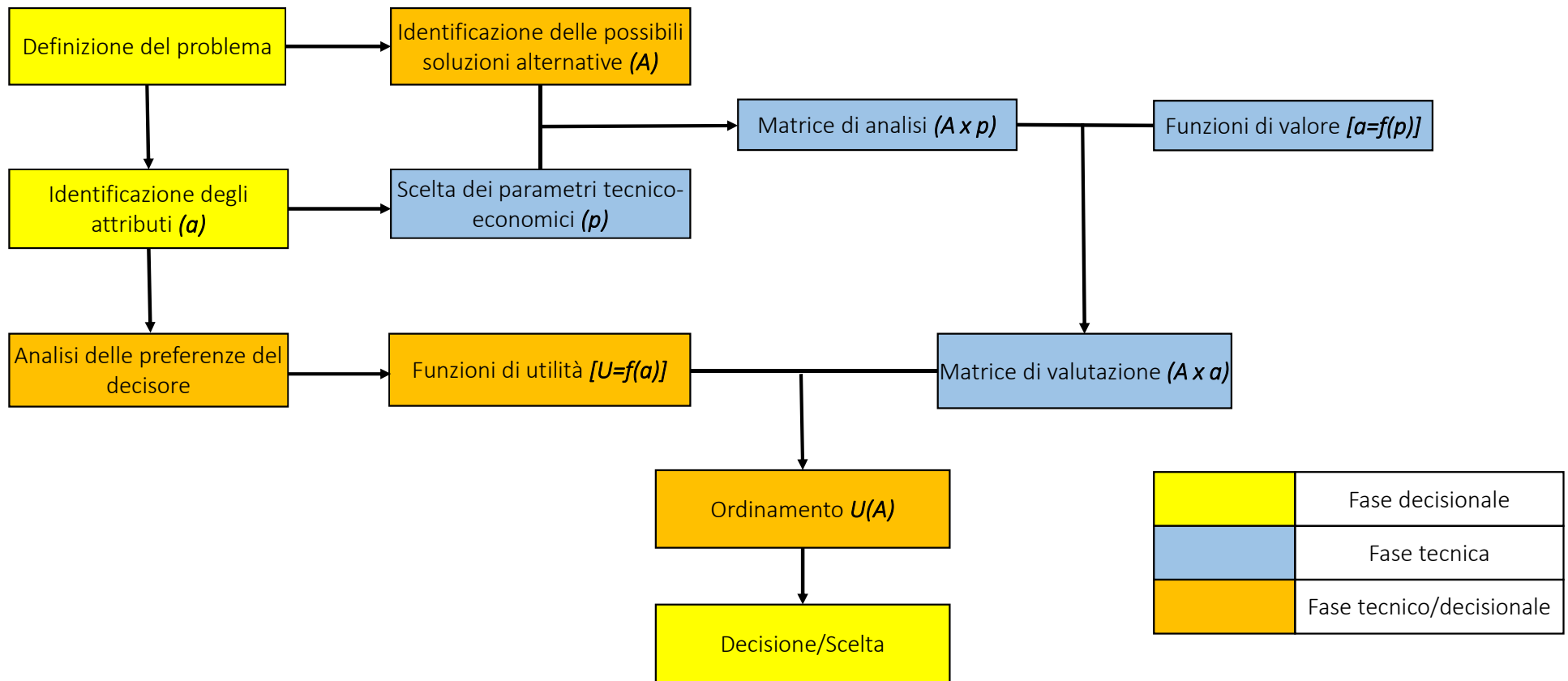
$$a_1 = f(p_k)$$

$$a_2 = f(p_j)$$

Analisi Multi-Attributo e Analisi Costi-Benefici

	Analisi Multi-Attributo	Analisi Costi Benefici
Scopo	Analisi degli impatti delle varie alternative sui criteri di valutazione del decisore	Valutazione delle variazioni di benessere prodotte dalle varie alternative
Input	Stima delle effetti delle alternative su un set di Attributi, Funzioni di utilità	Misura monetaria delle variazioni di benessere, Tasso di sconto
Output	Ordinamento delle varie alternative in funzione delle preferenze del decisore	Giudizio di convenienza sociale delle varie alternative (VAN, TRI, IRA)
Pregi	Coerente con il processo decisionale pubblico, Permette di distinguere il ruolo dell'analista da quello del decisore, Flessibilità	Procedura collaudata e codificata
Criticità	Procedure poco codificate, Trasparenza/Manipolabilità	Monetizzazione dei costi e benefici pubblici, Scelta del saggio di sconto, Assunzioni restrittive sulla funzione di utilità del decisore

La Struttura dell'Analisi Multi-Attributo



La definizione del problema da risolvere

- E' il momento iniziale e prodromico a tutte le fasi successive.
- Serve a tracciare la cornice normativa e tecnologica all'individuazione delle alternative.
- Contribuisce a chiarire gli obiettivi perseguiti con le soluzioni che verranno sviluppate successivamente.
- Permette di individuare tutti i criteri di valutazione da utilizzare nella valutazione.

L'identificazione delle alternative (A)

- E' una fase cruciale poiché definisce l'insieme di opzioni all'interno del quale va ricercata la soluzione preferibile.
- Deve essere il più possibile ampia per non rischiare di orientare la scelta in modo aprioristico.
- Deve comprendere anche l'alternativa zero (A_0), non fare nulla, se questa è un'opzione ammissibile.

L'analisi tecnico-economica delle alternative (A)

- Permette di individuare tutte le implicazioni tecniche, economiche e sociali delle alternative selezionate.
- La caratterizzazione delle alternative è effettuata rispetto ad un insieme di parametri tecnico-economici (p) valutati da esperti.
- I parametri (p) vanno scelti in modo da fornire una descrizione esaustiva degli effetti delle alternative e poter poi stimare gli attributi (a).
- Le analisi tecnico-economiche sono condotte con le metodiche più opportune per l'aspetto di volta in volta considerato.
- Le informazioni raccolte sono codificate con la metrica più adatta ad esprimerne correttamente il significato.

L'analisi tecnico-economica delle alternative (A)

Tipo di parametro	Descrizione	Esempio
Cardinale	Valutazione quantificabile da un numero reale che consente di individuare un ordinamento e la «distanza» fra due posizioni nell'ordinamento	Superficie, Volume, Costo, Ricavo, Reddito, Altezza, Densità, Punteggi, ecc.
Ordinale	Valutazione che esprime un ordinamento ma che non consente di apprezzare la «distanza» fra le varie posizioni dell'ordinamento	1°, 2°, 3°, ecc. Alto, Medio, Basso Ottimo, Buono, Sufficiente, Insufficiente, Pessimo
Descrittivo	Parametro espresso da un testo descrittivo e oggettivo che non necessariamente esprime un ordinamento	Palladio, Longhena, Scamozzi, Sansovino, Muttoni, ecc. Giallo, Nero, Verde, Blu

La Matrice di Analisi ($A \times p$)

Compendio organizzato di tutte le informazioni caratterizzanti le alternative (A) rispetto al set di parametri tecnico-economici selezionati (p)

		Alternative		
		A_1	...	A_n
Parametri	p_1	p_{11}		p_{n1}

	p_k	p_{1k}	...	p_{nk}

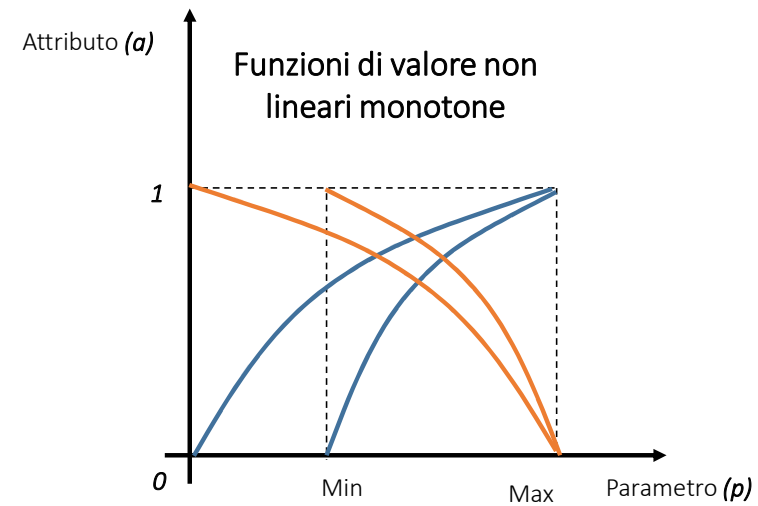
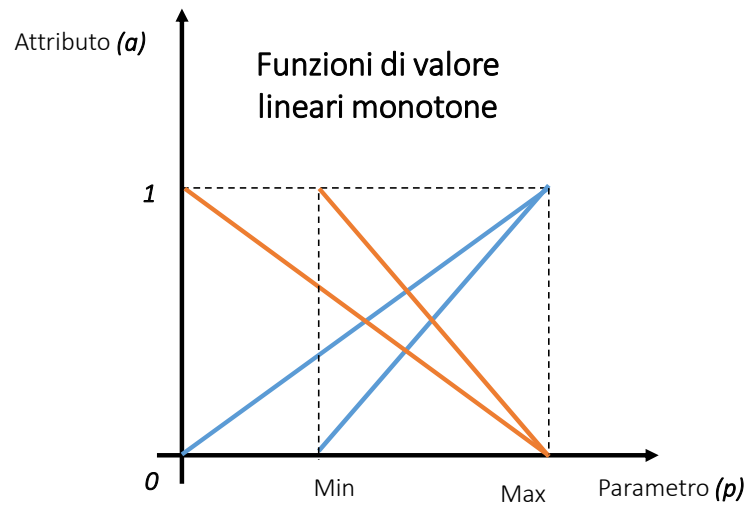
Parametri (p)	Alternative recupero area dismessa e inquinata (A)			
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale
Impatto sul contesto	Alto	Moderato	Basso	Alto
Numero assunti	15	20	3	15
Costo adeguamenti k€	1.500	1.200	1.500	1.200
Incasso IMU k€	50	40	10	20

La Valutazione degli attributi (a)

- Permette di stimare le prestazioni delle alternative (A) rispetto agli attributi (a) presi in considerazione dal decisore al fine della scelta.
- Consiste nella trasformazione delle prestazioni delle alternative rispetto ai parametri (p) nelle prestazioni rispetto agli attributi (a).
- Si avvale di funzioni valore [$a=f(p)$] che trasformano, sintetizzano e normalizzano i parametri, espressi con varie metriche e modalità, in attributi espressi con la medesima scala di valore (0-1, 0-10, 0-100, ecc.).
- Le funzioni di valore sono specifiche di ogni attributo e possono essere lineari e non-lineari, crescenti e decrescenti, monotone e non monotone, continue e discontinue, mono o pluriparametriche.

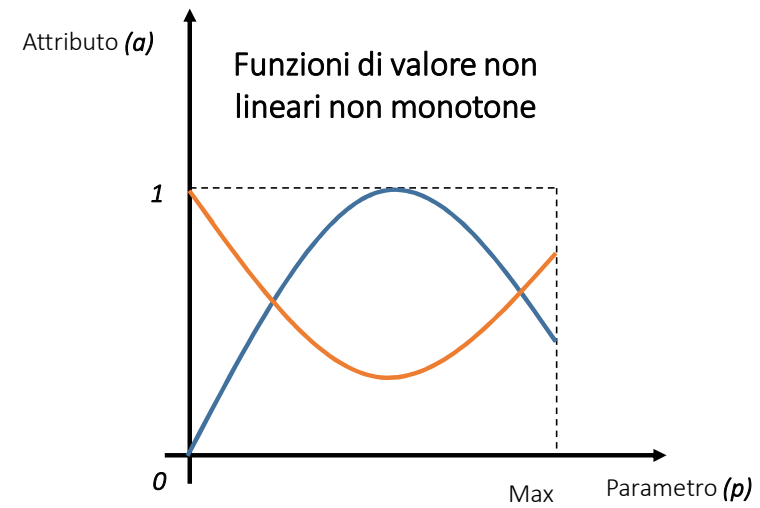
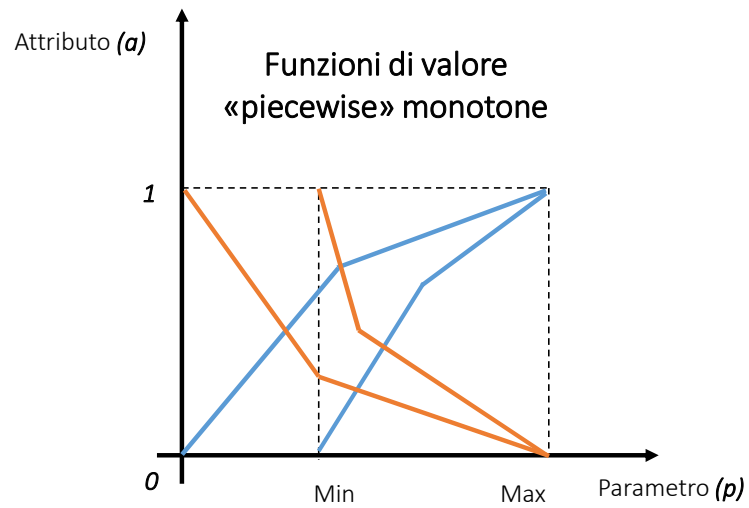
La Valutazione degli attributi (a)

Funzioni di valore per parametri cardinali



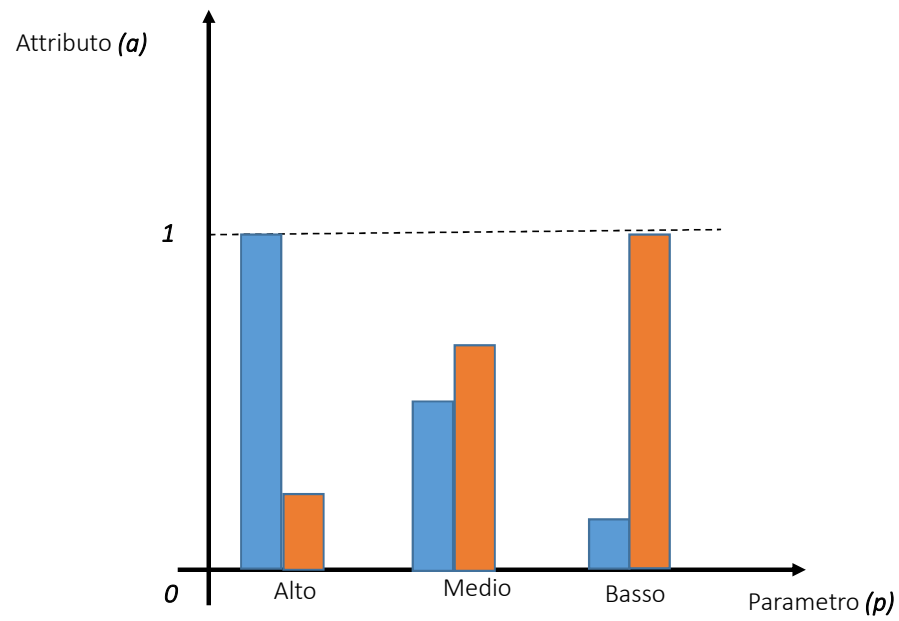
La Valutazione degli attributi (a)

Funzioni di valore per parametri cardinali



La Valutazione degli attributi (a)

Funzioni di valore per parametri ordinali/descrittivi

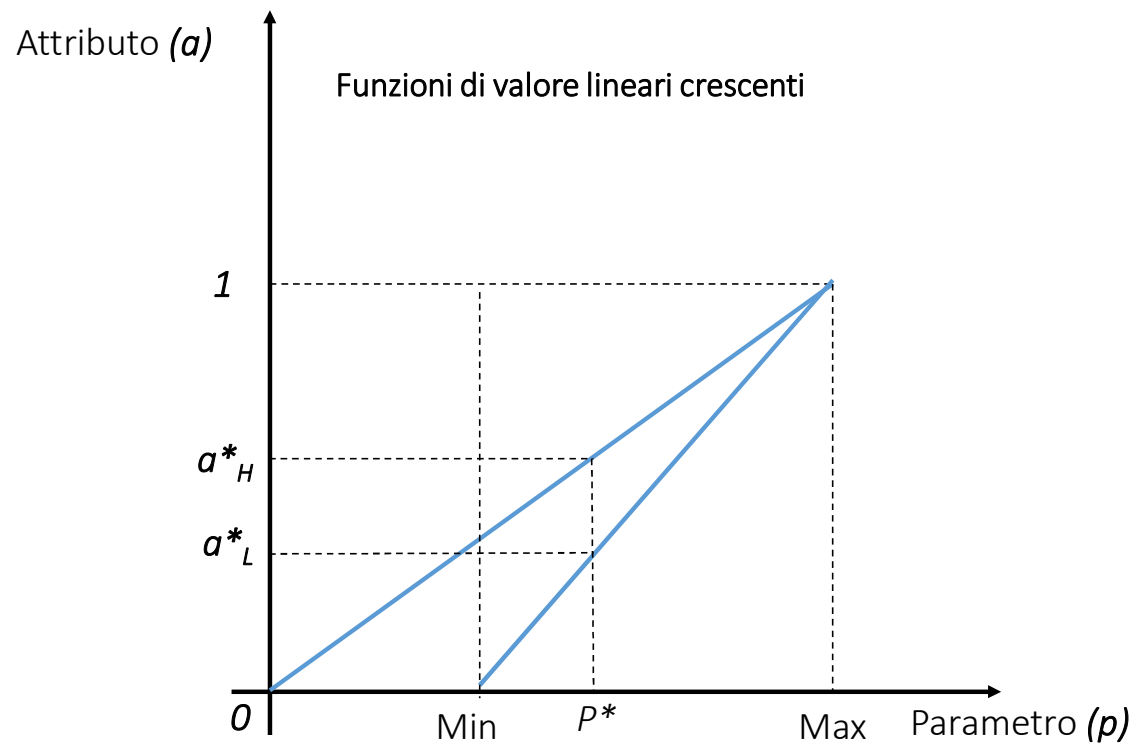


La Valutazione degli attributi (a)

- Spesso, per semplicità o mancanza di specifiche funzioni valore, si effettua una semplice normalizzazione dei parametri mediante una funzione lineare crescente o decrescente, a seconda della relazione fra parametro e attributo.
- Vi sono varie forme di normalizzazione (0/Min – 1/Max; 0/0-1/Max; 0/Max-1/Min; 0/Max-1/0).
- E' necessario porre attenzione che il criterio di normalizzazione adottato sia coerente con l'effetto del parametro sull'attributo.
- Criteri di normalizzazione diversi possono portare a risultati diversi.
- La costruzione della matrice di valutazione delle alternative avviene, nell'AHP, con la procedura del confronto a coppie fra alternative (A) rispetto a ciascun attributo (a). Questo approccio è molto utile per trasformare parametri qualitativi in attributi cardinali.

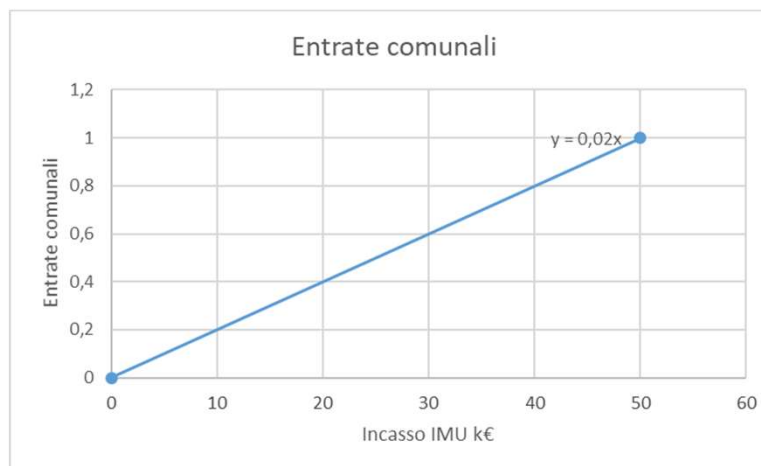
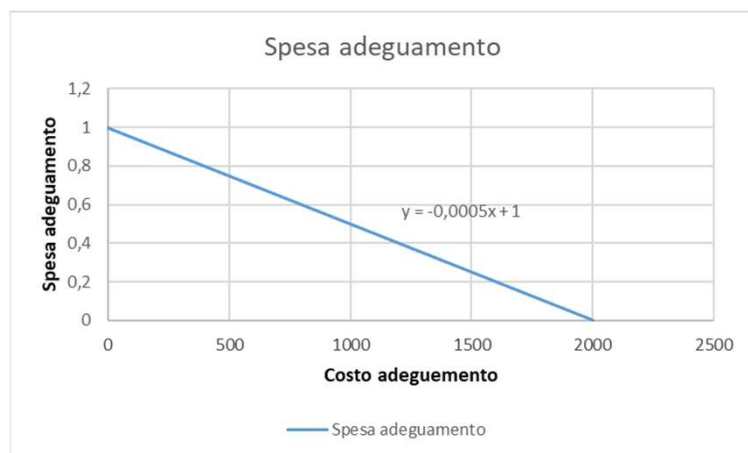
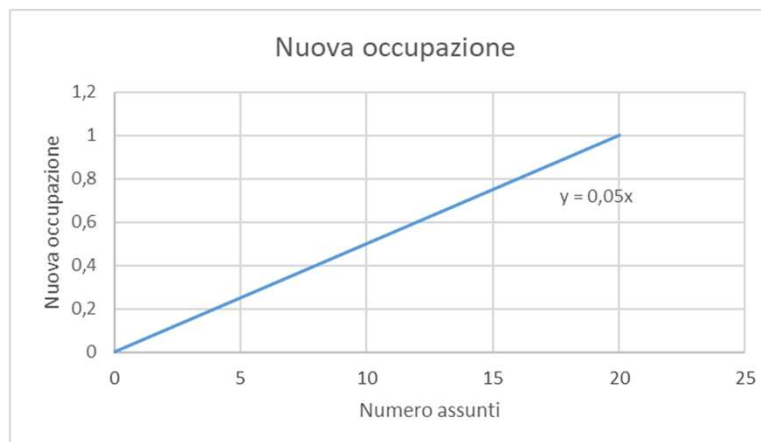
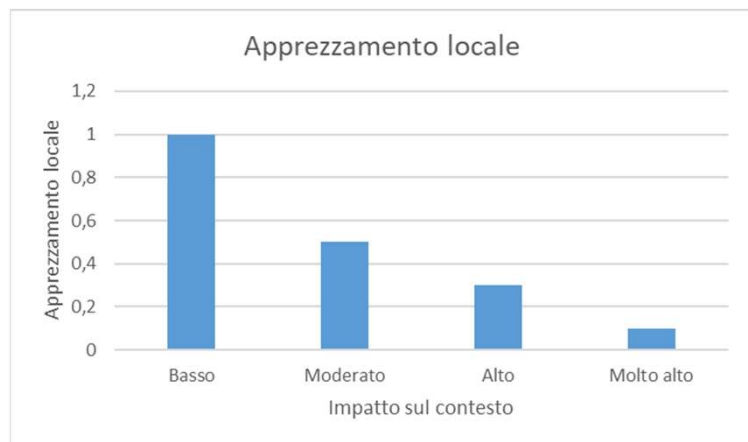
La Valutazione degli attributi (a)

Criterio di normalizzazione ed effetto sull'attributo



Criterio	Valore attributo
0/0-1/Max	a_H
0/Min-1/Max	a_L

La Valutazione degli attributi (*a*) nell'esempio



La Matrice di Valutazione ($A \times a$)

Compendio organizzato di tutte le informazioni caratterizzanti le alternative (A) rispetto al set di attributi (a)

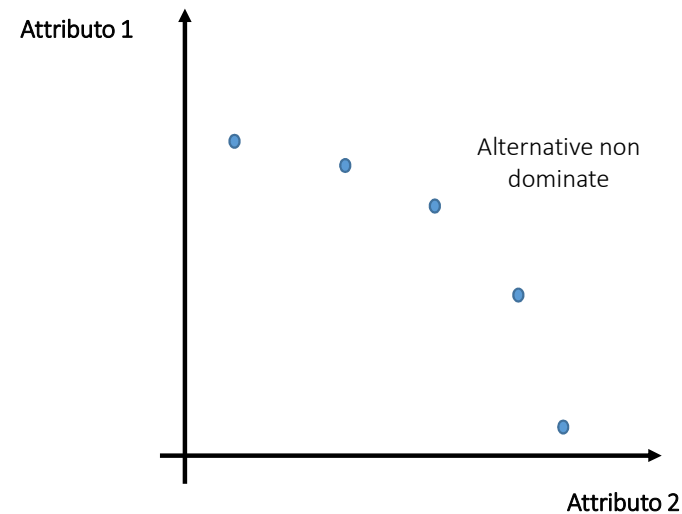
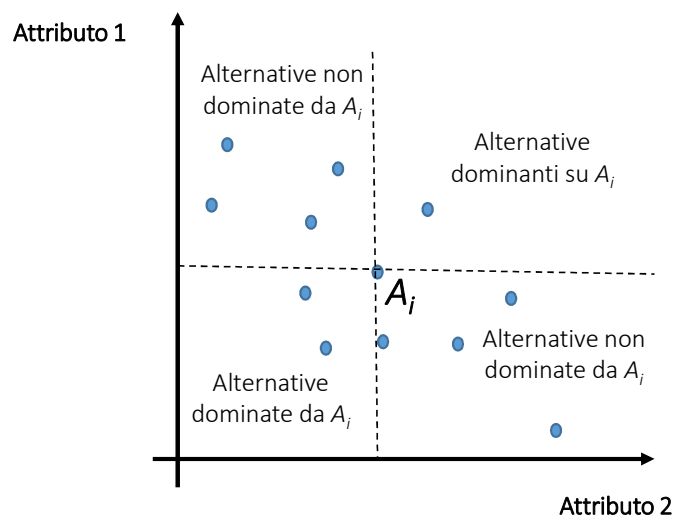
		Alternative		
		A_1	...	A_n
Attributi	a_1	a_{11}		a_{n1}

	a_h	a_{1h}	...	a_{nh}

Attributi (a)	Alternative recupero area dismessa e inquinata (A)			
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale
Apprezzamento locale	0,30	0,50	1,00	0,3
Nuova occupazione	0,75	1,00	0,15	0,75
Spesa adeguamento	0,25	0,40	0,25	0,40
Entrate comunali	1,00	0,80	0,20	0,40

L'eliminazione delle alternative dominate

- La matrice di valutazione contiene informazioni utili ad eliminare le alternative «dominate» in senso paretiano.
- Un'alternativa «domina» un'altra se ha prestazioni non inferiori rispetto a tutti gli attributi e superiori per almeno uno.



L'eliminazione delle alternative dominate

L'alternativa «Industriale» è dominata dalla «Direzionale» poiché ha prestazioni uguali rispetto all'attributo «Spesa adeguamento» e inferiori rispetto a tutti gli altri. Tutte altre alternative di riuso sono non-dominate.

Attributi (<i>a</i>)	Alternative recupero area dismessa e inquinata (<i>A</i>)			
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale
Apprezzamento locale	0,30	0,50	1,00	0,3
Nuova occupazione	0,75	1,00	0,15	0,75
Spesa adeguamento	0,25	0,40	0,25	0,40
Entrate comunali	1,00	0,80	0,20	0,40

L'ordinamento delle alternative non-dominate

- L'ordinamento delle alternative non-dominate richiede l'assunzione di una procedura in grado di riassumere le preferenze del decisore.
- Vi è una vasta letteratura che propone procedure per ordinare alternative non- dominate rispetto ad un set di attributi.
- I metodi proposti di possono aggregare in due categorie:
 - Gli approcci che utilizzano una funzione di utilità [$U=f(\mathbf{a})$].
 - I metodi di surclassamento o *outranking* (ELECTRE).

L'ordinamento delle alternative non-dominate

- La forma più semplice, e utilizzata, di funzione di utilità è quella lineare ed additiva (Simple Additive Weighting - SAW) che ipotizza:
 - L'utilità del decisore varia in modo lineare rispetto al variare di ciascun attributo.
 - L'effetto di un attributo sull'utilità del decisore è indipendente dagli altri attributi ed rappresentato da un peso (w).
- L'utilità associata ad una certa alternativa (j) sarà data dalla sommatoria dei prodotti fra gli attributi (a_{ij}) e i rispettivi pesi (w_i) associati agli attributi:

$$U_j = f(a_{ij}) = \sum_{i=1}^h w_i a_{ij}$$

La stima del vettore dei pesi (w)

- Nota la matrice di valutazione e, quindi, gli attributi (a_{ij}) rimane il problema di stimare il peso (w_j) a associare a ciascuno attributo (a_j).
- Vi sono vari approcci all'individuazione dei pesi:
 - Assegnazione diretta.
 - Confronto a coppie (AHP).
 - Tecniche di ordinamento (Simos e sue varianti).

Il confronto a coppie

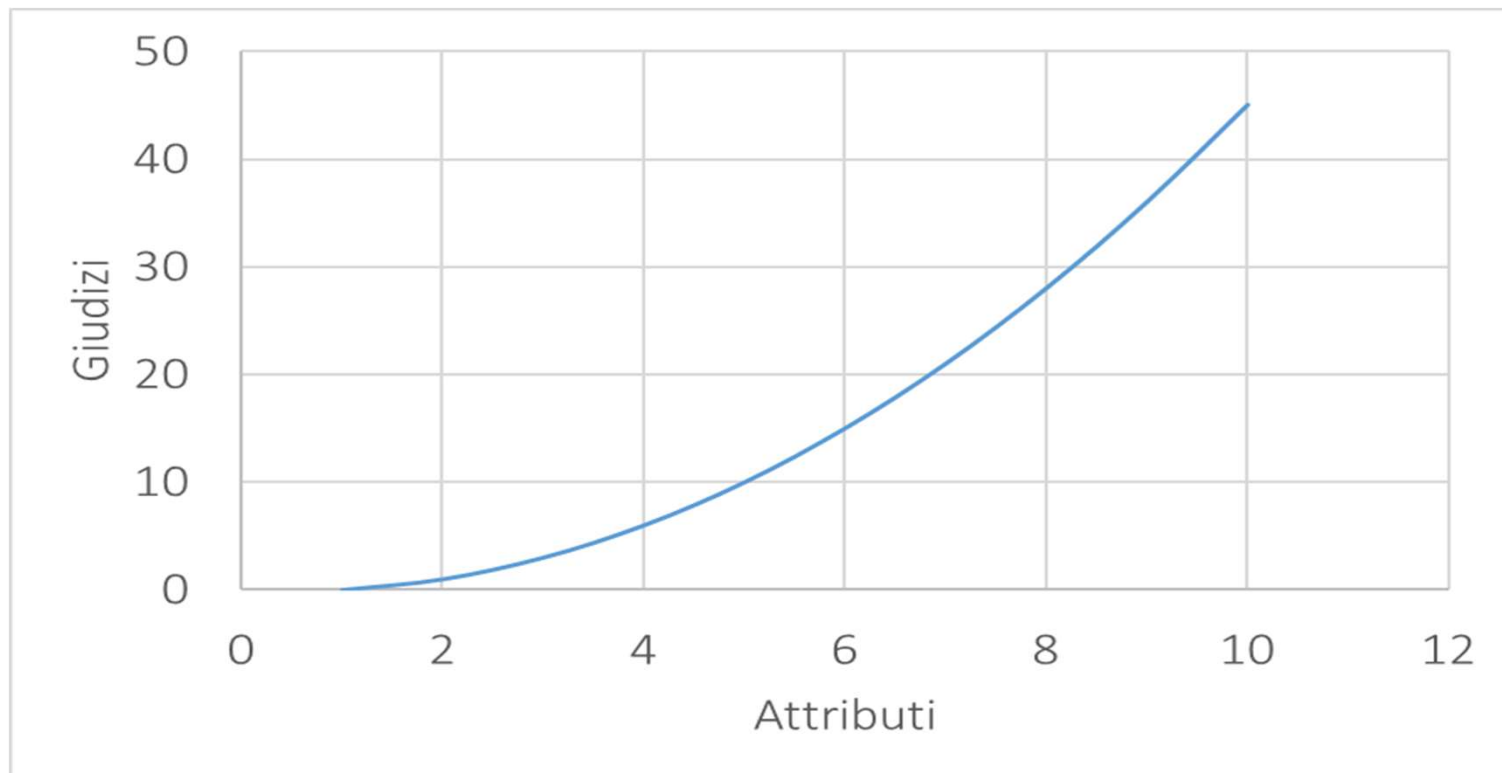
- Viene effettuato utilizzando una matrice quadrata (axa) con un numero di righe e di colonne pari al numero degli attributi.
- In ogni casella della matrice viene riportato il giudizio verbale di importanza dell'attributo posto sulla riga rispetto all'attributo posto sulla colonna.
- Teoricamente la matrice contiene $h \times h$ giudizi, con h pari al numero di attributi considerati.
- In realtà, poiché la matrice è reciproca e positiva rispetto alla diagonale che contiene sempre il giudizio di «Uguale», il numero di giudizi da formulare è pari a $h(h-1)/2$.
- Il confronto a coppie nell'AHP viene utilizzato anche per valutare le prestazioni delle varie alternative rispetto a ciascun attributo effettuato utilizzando una matrice quadrata (AxA) con un numero di righe e di colonne pari al numero delle alternative.

Il confronto a coppie: La matrice dei giudizi verbali

Attributi	a_1	a_2	a_h
a_1	Uguale importanza	Importanza a_1 vs a_2	Importanza a_1 vs a_h
a_2	Importanza a_1 vs a_2	Uguale importanza	Importanza a_2 vs a_h
.....	Uguale importanza
a_h	Importanza a_h vs a_1	Importanza a_h vs a_2	Uguale importanza

Il confronto a coppie

Attenzione: aumentando il numero (h) di attributi, il numero di giudizi necessari cresce più che proporzionalmente!



Il confronto a coppie: La matrice numerica

I giudizi verbali vengono trasformati in valori numerici mediante una scala codificata da Saaty nei giudizi e nei valori numerici corrispondenti.

Espressione semantica del giudizio di importanza/preferibilità	Scala numerica corrispondente
Estremamente più	9
Molto più	7
Più	5
Un po' più	3
Uguale	1
Un po' meno	1/3
Meno	1/5
Molto meno	1/7
Estremamente meno	1/9



Attributi	a_1	a_2	a_h
a_1	1	i_{12}	i_{1h}
a_2	$i_{21}=1/i_{12}$	1	i_{2h}
.....	1
a_h	$i_{h1}=1/i_{1h}$	$i_{h2}=1/i_{2h}$	1

Il confronto a coppie: La verifica delle valutazioni

- Prima di procedere è necessario verificare che giudizi inseriti nella matrice di confronto a coppie siano sufficientemente consistenti.
- I giudizi sono logicamente consistenti se rispettano l'assioma della transitività.
- Ad esempio, se considero tre attributi (a_1 , a_2 e a_3) con a_1 un po' più importante (3) di a_2 e a_2 un po' più importante (3) di a_3 , allora a_1 sarà estremamente più importante ($3 \times 3 = 9$) di a_3 .
- L'assioma della transitività stretta non è necessario per procedere con l'analisi poiché il decisore potrebbe non concordare sulle valutazioni perfettamente consistenti e poiché formulare giudizi perfettamente consistenti diventa via via più difficile aumentando il numero degli attributi.

Il confronto a coppie: La matrice consistente

Se il vettore dei pesi (w) fosse noto, gli elementi (i) della matrice sarebbero costituiti dai relativi rapporti fra pesi e la matrice sarebbe perfettamente consistente.

Attributi		a_1	a_2	a_h
	Pesi	w_1	w_2	w_h
a_1	w_1	$w_1/w_1=1$	$w_1/w_2=i_{12}$	$w_1/w_h=i_{1h}$
a_2	w_2	$i_{21}=1/i_{12}$	$w_2/w_2=1$	$w_2/w_h=i_{2h}$
.....	1
a_h	w_h	$i_{h1}=1/i_{1h}$	$i_{h2}=1/i_{2h}$	$w_h/w_h=1$

L'AHP prevede, invece, di ricavare (w) dalla matrice dei confronti a coppie (i) che, normalmente non sono perfettamente consistenti.

Il confronto a coppie: La verifica delle valutazioni

- Un certo grado di inconsistenza nei confronti è accettabile; è comunque utile contenere il «grado di inconsistenza» dei giudizi entro un certo limite.
- Il grado di (in)consistenza (*C.I.* e *R.I.*) di una matrice di confronto a coppie si calcola con le seguenti equazioni:

$$C.I. = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

con

λ_{\max} Autovalore massimo della matrice

n Numero attributi

$$R.I. = \frac{C.I.}{C.I.(random)}$$

con

C.I.(random) pari alla media dei *C.I.* calcolati a partire da matrici di grado n con valutazioni casuali

- I valori *C.I.(random)* sono pre-calcolati in funzione di n (3: 0,52; 4: 0,89; 5: 1,11; 6: 1,25; 7: 1,35; 8: 1,45; 9: 1,45; 10: 1,49).
- Valori di *R.I.* inferiori al 0,1 sono ritenuti accettabili.

Il confronto a coppie: La verifica delle valutazioni

- Il calcolo dell'autovalore massimo può essere effettuato in vari modi, più o meno approssimati.
- La soluzione migliore e rapida è affidarsi ad un «componente aggiuntivo» di Excel, ad esempio MATRIX.XLA, che supporta calcoli matriciali e che fornisce agevolmente la matrice degli autovalori.
- MATRIX.XLA funziona bene con le vecchie versioni di Excel (2010), meno bene con quelle più recenti e con fogli di calcolo complessi!
- Nota la matrice degli autovalori, si sceglie quello massimo.

La matrice dei CaC: giudizi verbali nell'esempio

Attributi	Apprezzamento locale	Nuova occupazione	Spesa adeguamento	Entrate comunali
Apprezzamento locale	<i>Uguale Importanza</i>	<i>Un po' di più/ Uguale</i>	<i>Un po' meno/ Uguale</i>	<i>Uguale</i>
Nuova occupazione	<i>Un po' meno/ Uguale</i>	<i>Uguale</i>	<i>Un po' meno/ Uguale</i>	<i>Uguale</i>
Spesa adeguamento	<i>Un po' di più/ Uguale</i>	<i>Un po' di più/ Uguale</i>	<i>Uguale</i>	<i>Uguale</i>
Entrate comunali	<i>Uguale</i>	<i>Uguale</i>	<i>Uguale</i>	<i>Uguale</i>

La matrice di CaC numerica nell'esempio

Attributi	Apprezzamento locale	Nuova occupazione	Spesa adeguamento	Entrate comunali
Apprezzamento locale	1,0	2,0	0,5	1,0
Nuova occupazione	0,5	1,0	0,5	1,0
Spesa adeguamento	2,0	2,0	1,0	1,0
Entrate comunali	1,0	1,0	1,0	1,0

La consistenza matrice numerica di CaC

Autovalori della matrice CaC	
- 0,12	-
-	0,71
-	0,71
4,12	-

$$C.I. = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{4,12 - 4}{4 - 1} = 0,04$$

$$R.I. = \frac{C.I.}{C.I.(random);4} = \frac{0,04}{0,89} = 0,045 < 0,1$$

La matrice dei confronti a coppie è «sufficientemente consistente»

La stima del vettore dei pesi

- La stima del vettore dei pesi (w) a partire dalla matrice numerica dei confronti a coppie può essere effettuata in vari modi, anch'essi più o meno approssimati.
- Anche in questo caso ci si può affidare a MATRIX.XLA, che fornisce agevolmente l'autovettore principale a partire dall'autovalore massimo.
- Noto l'autovettore, il vettore dei pesi si ottiene normalizzando rispetto alla somma dei valori dell'autovettore.

La stima del vettore dei pesi

Attributi	Autovettore principale	Pesi
Apprezzamento locale	0,4714	0,2426
Nuova occupazione	0,3333	0,1716
Spesa adeguamento	0,6667	0,3432
Entrate comunali	0,4714	0,2426
Totale	1,9428	1,0000

Il metodo «Simos» dell'ordinamento

Si fonda sull'ordinamento degli attributi, crescente per importanza, e sull'assegnazione di un punteggio a seconda della posizione dell'ordinamento.

Procedura:

- Si ordinano gli attributi dal meno importante al più importante, con la possibilità di ex aequo;
- Si inseriscono le “blank cards” per rappresentare dei «salti d'importanza» maggiori fra attributi;
- Si attribuiscono i punteggi (p) in funzione della posizione nell'ordinamento;
- Si assume un rapporto (z) di importanza fra l'attributo più importante e quello meno importante;
- Si ri-scalano i punteggi (p) in funzione di (z): $p_z : (1/1; z/p_{max})$
- Si normalizza rispetto alla somma dei punteggi.

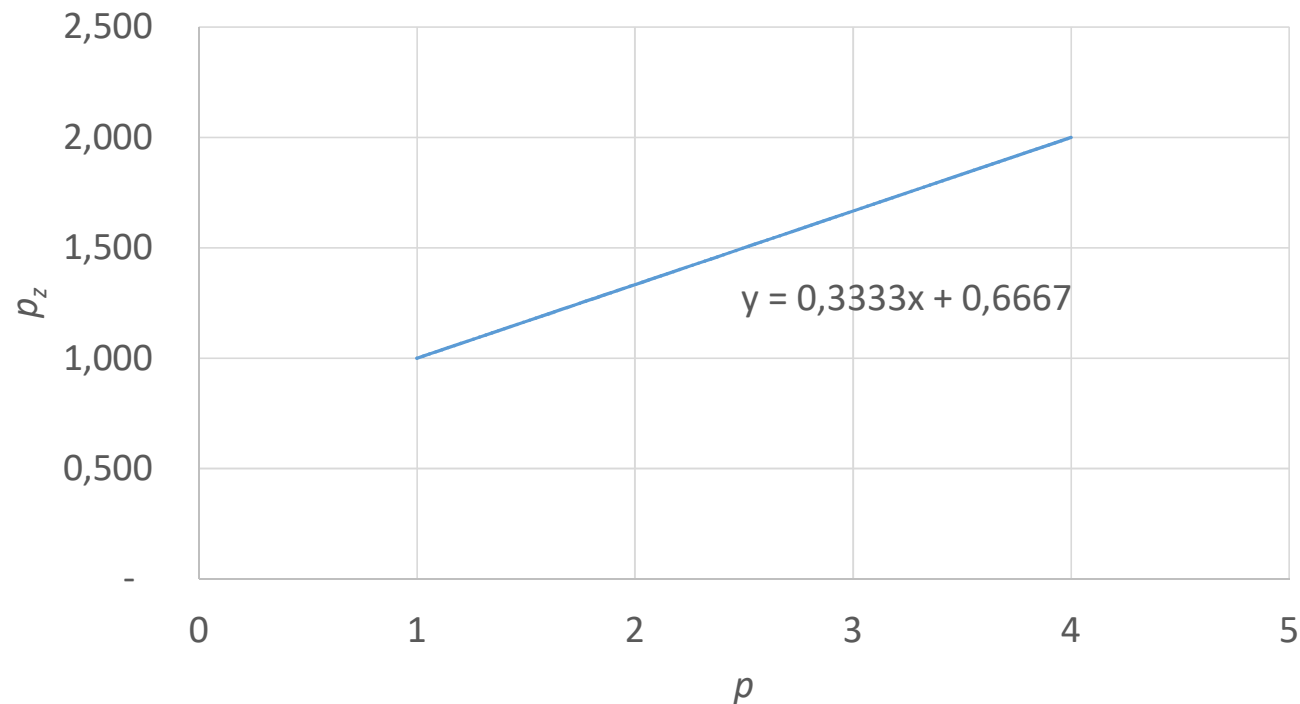
Il metodo «Simos» nell'esempio

Attributi	Ordinamento	Ordinamento con «blank card	Punteggio
Apprezzamento locale	Nuova occupazione	Nuova occupazione	1
Nuova occupazione	Entrate comunali/ Apprezzamento locale	Entrate comunali/ Apprezzamento locale	2
Spesa adeguamento			
Entrate comunali	Spesa adeguamento	Blank Card	3
		Spesa adeguamento	4

L'inserimento della «blank card» rappresenta il fatto che la differenza di importanza fra «Spesa di adeguamento» e «Entrate comunali» o «Apprezzamento locale» è doppia di quella fra «Entrate comunali» o «Apprezzamento locale» e Nuova occupazione»

Il metodo «Simos» nell'esempio

Assumendo un valore di z (rapporto di peso fra l'attributo più importante e quello meno importante) pari a 2, si trasformano i valori di p in quelli di p_z mediante seguente funzione lineare: $p_z = p/3 + 2/3$.



Il metodo «Simos» nell'esempio

Attributi	Punteggio (p)	Punteggio ri-scalato p_z con $z=2$	Pesi normalizzati	Vettore pesi CaC
Nuova occupazione	1	1,000	0,1765	0,1716
Entrate comunali	2	1,333	0,2353	0,2426
Apprezzamento locale	2	1,333	0,2353	0,2426
Spesa adeguamento	4	2,000	0,3529	0,3432
		5,667	1,0000	1,0000

Il metodo «Simo» non soffre del «rank reversal» ovvero dell'eventualità che l'ordinamento derivante dal confronto a coppie non risulti coerente con quello che il decisore esprimerebbe direttamente.

La matrice di valutazione ed il vettore dei pesi

Attributi (a)	Alternative recupero area dismessa e inquinata (A)			Vettore dei pesi normalizzati (w)
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	
Apprezzamento locale	0,30	0,50	1,00	0,2426
Nuova occupazione	0,75	1,00	0,15	0,1716
Spesa adeguamento	0,25	0,40	0,25	0,3432
Entrate comunali	1,00	0,80	0,20	0,2426

La matrice di valutazione «pesata» e l'ordinamento delle alternative

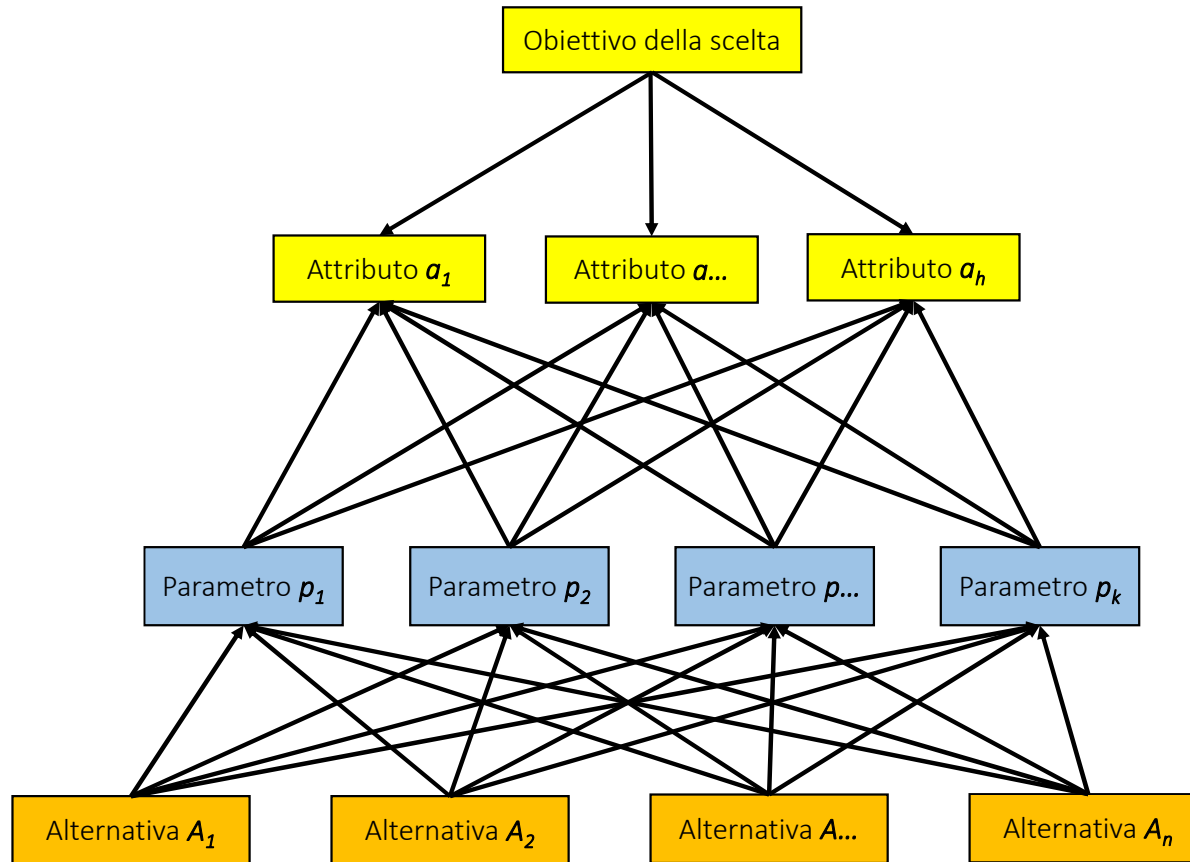
Attributi (a)	Alternative recupero area dismessa e inquinata (A)		
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Apprezzamento locale	0,073	0,121	0,243
Nuova occupazione	0,129	0,172	0,026
Spesa adeguamento	0,086	0,137	0,086
Entrate comunali	0,243	0,194	0,049
Somma $U=f(a)=\sum wa$	0,530	0,624	0,403
Ordinamento	2	1	3

L'Analytic Hierarchy Process

E' un metodo di Analisi Multi-Attributo sviluppato da Thomas Saaty negli anni '70 che consente di valutare alternative di vario tipo, coerentemente con le preferenze del decisore, che:

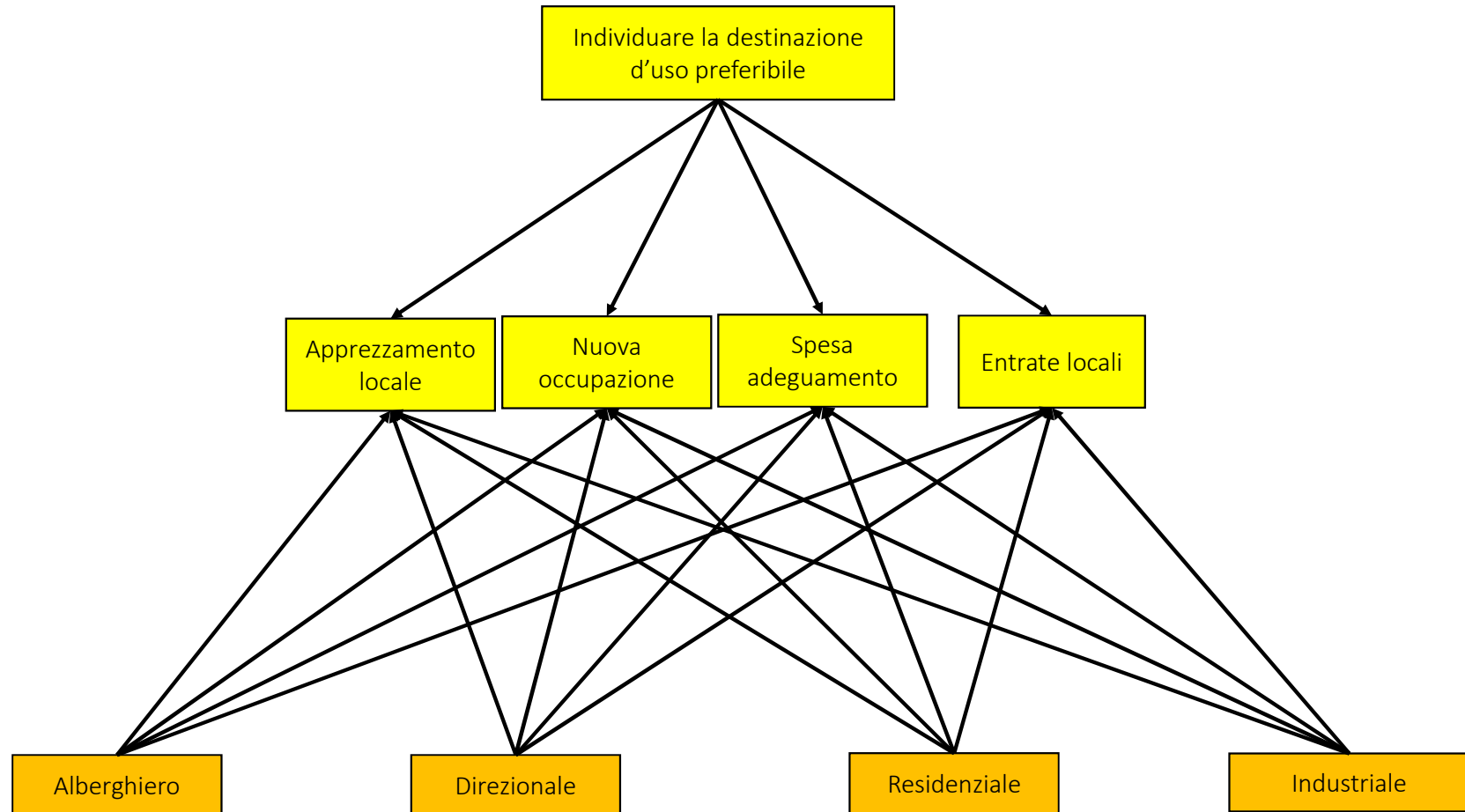
- Come l'Analisi Multi-Attributo, prescinde dalla metrica monetaria dell'ACB.
- Struttura il problema di scelta mediante una gerarchizzazione del processo di analisi e valutazione nel quale l'obiettivo della scelta viene declinato, prima rispetto ad un set di attributi (criteri decisionali) e poi in parametri di dettaglio, sempre più specifici (tecnici).
- Le alternative di scelta sono poste alla base della struttura gerarchica.
- L'articolazione della gerarchia dipende dalla complessità del problema di valutazione.

L'Analisi Multi-Attributo e l'AHP

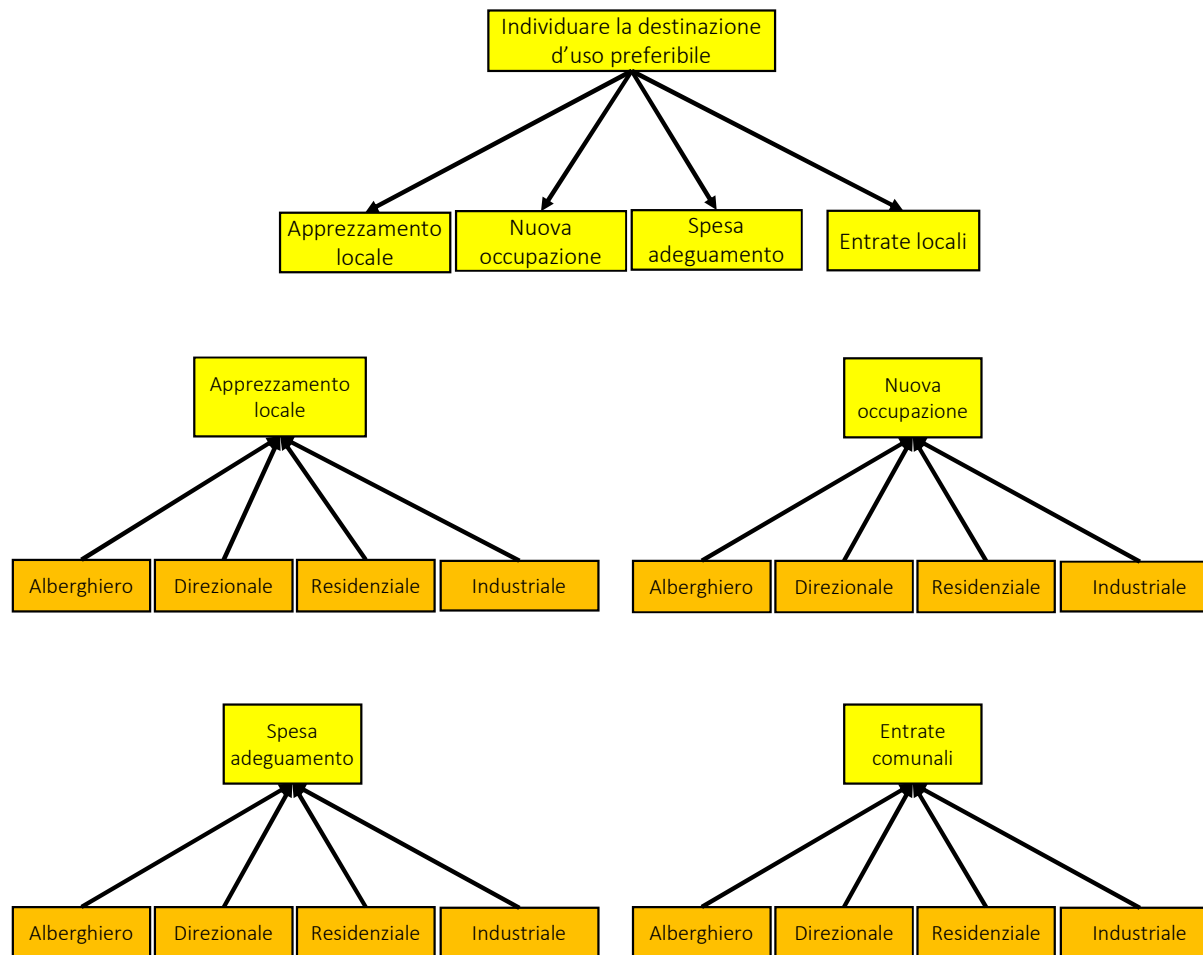


	Fase decisionale
	Fase tecnica
	Fase tecnico/decisionale

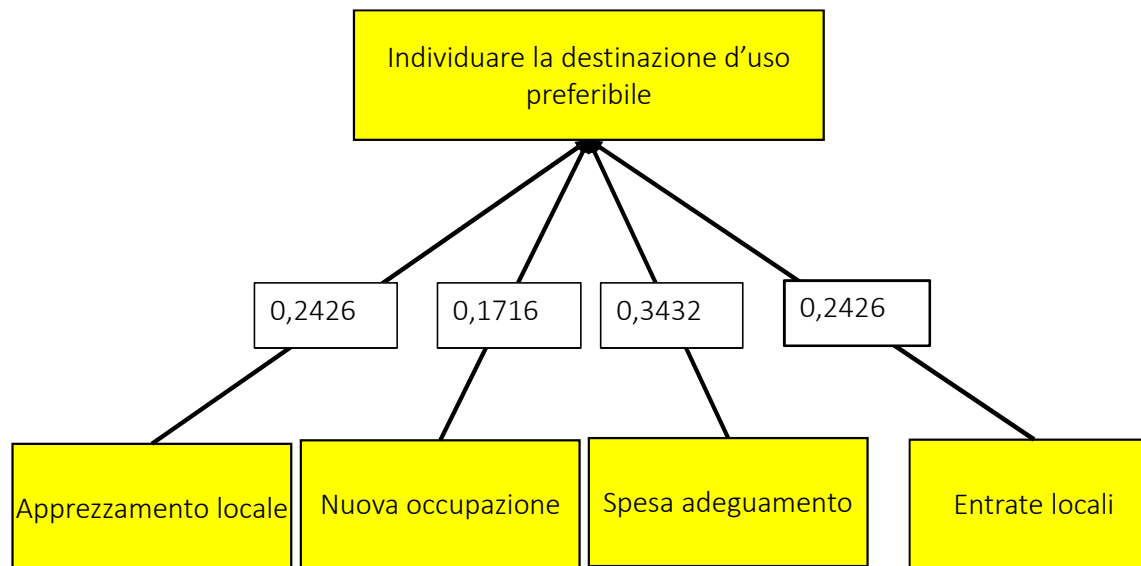
L'AHP nell'esempio: Le relazioni di dominanza



L'AHP nell'esempio: la stima dei pesi locali



L'AHP nell'esempio: La stima dei pesi locali (Attributi vs Obiettivo)



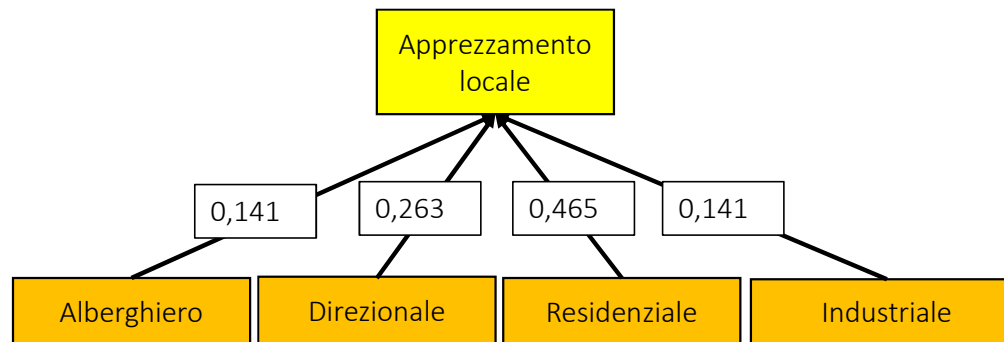
L'AHP nell'esempio: La stima dei pesi locali (Alternative vs Attributi)

La valutazione delle alternative rispetto agli attributi può avvenire in tre modalità:

- **Assoluta:** ad ogni attributo viene associata una scala ordinata di giudizi (p.e.: pessimo, insufficiente, sufficiente, buono, ottimo) ai quali sono associati dei valori numerici corrispondenti (p.e.: da 0 a 10) che rappresentano le prestazioni delle alternative rispetto agli attributi.
- **Distributiva:** le alternative vengono confrontate a coppie in una matrice $A \times A$ rispetto a ciascun attributo e le loro prestazioni vengono ricavate con la tecnica dell'autovettore principale e normalizzate in modo che la somma sia pari a 1.
- **Ideale:** le alternative vengono confrontate a coppie come nella modalità distributiva e normalizzate rispetto alla migliore prestazione che assumerà valore 1.

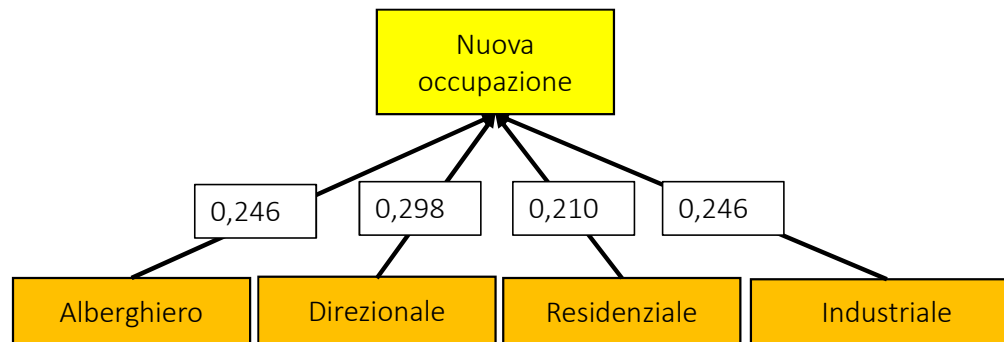
L'AHP nell'esempio: La stima dei pesi locali

Apprezzamento locale	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale	Autovettore	Peso locale (distributiva)
Alberghiero	1,000	0,500	0,333	1,000	0,141	0,141
Direzionale	2,000	1,000	0,500	2,000	0,263	0,263
Residenziale	3,000	2,000	1,000	3,000	0,455	0,465
Industriale	1,000	0,500	0,333	1,000	0,141	0,141
					C.I.	0,003
					R.I.	0,004



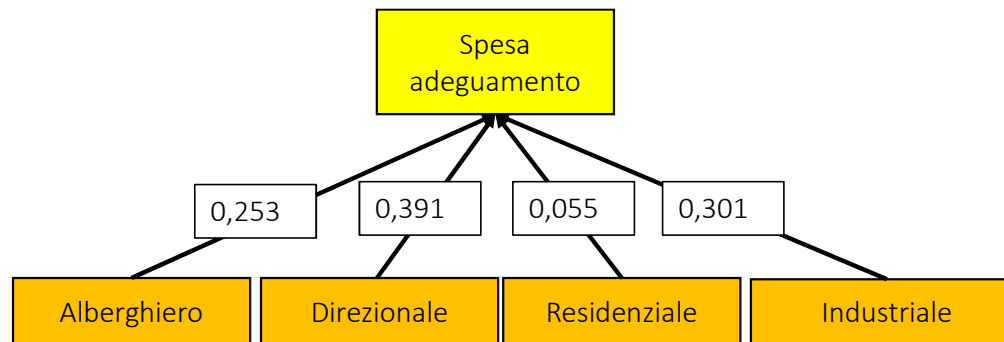
L'AHP nell'esempio: La stima dei pesi locali

Nuova occupazione	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale	Autovettore	Peso locale (distributiva)
Alberghiero	1,000	1,000	1,000	1,000	0,246	0,246
Direzionale	1,000	1,000	2,000	1,000	0,298	0,298
Residenziale	1,000	0,500	1,000	1,000	0,210	0,210
Industriale	1,000	1,000	1,000	1,000	0,246	0,246
					C.I.	0,020
					R.I.	0,023



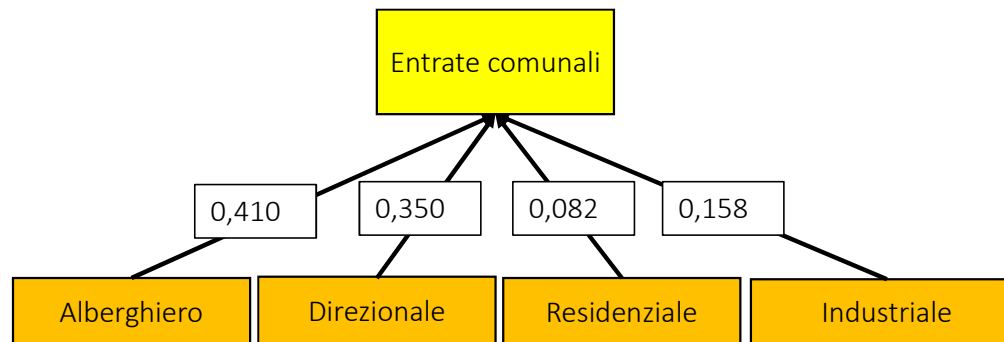
L'AHP nell'esempio: La stima dei pesi locali

Spesa adeguamento	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale	Autovettore	Peso locale (distributiva)
Alberghiero	1,000	0,500	5,000	1,000	0,253	0,253
Direzionale	2,000	1,000	7,000	1,000	0,391	0,391
Residenziale	0,200	0,143	1,000	0,200	0,055	0,055
Industriale	1,000	1,000	5,000	1,000	0,301	0,301
					C.I.	0,015
					R.I.	0,017



L'AHP nell'esempio: La stima dei pesi locali

Entrate comunali	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale	Autovettore	Peso locale (distributiva)
Alberghiero	1,000	1,000	5,000	3,000	0,410	0,410
Direzionale	1,000	1,000	4,000	2,000	0,350	0,350
Residenziale	0,200	0,250	1,000	0,500	0,082	0,082
Industriale	0,333	0,500	2,000	1,000	0,158	0,158
					C.I.	0,005
					R.I.	0,006



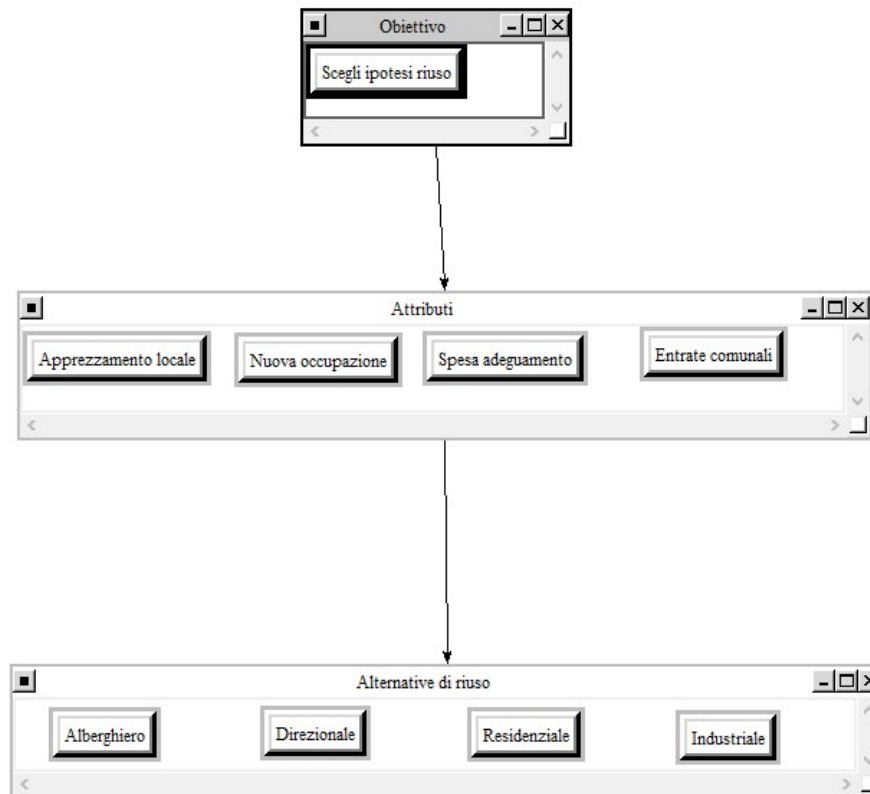
L'AHP nell'esempio: La stima dei pesi globali e l'ordinamento (Modalità distributiva)

Attributi	Pesi locali				
	Alternative vs Attributi				Attributi vs Obiettivo
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale	
Apprezzamento locale	0,141	0,263	0,455	0,141	0,2426
Nuova occupazione	0,253	0,391	0,055	0,301	0,1716
Spesa adeguamento	0,246	0,298	0,210	0,246	0,3432
Entrate comunali	0,410	0,350	0,082	0,158	0,2426
Pesi globali	0,262	0,318	0,212	0,209	
Ordinamento	2	1	3	4	

L'AHP nell'esempio: La stima dei pesi globali e l'ordinamento (Modalità ideale)

Attributi	Pesi locali				
	Alternative vs Attributi				Attributi vs Obiettivo
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Industriale	
Apprezzamento locale	0,309	0,577	1,000	0,309	0,2426
Nuova occupazione	0,647	1,000	0,140	0,771	0,1716
Spesa adeguamento	0,827	1,000	0,704	0,827	0,3432
Entrate comunali	1,000	0,854	0,201	0,385	0,2426
Pesi globali	0,712	0,862	0,557	0,585	
Ordinamento	2	1	4	3	

L'AHP nell'esempio usando Superdecision



L'AHP nell'esempio: (Attributi vs Obiettivo)

Comparisons for Super Decisions Main Window: Riuso NO Pareto.sdmod: ratings

1. Choose

Node Cluster

Choose Node ◀▶

Scegli ipotesi~

Cluster: Obiettivo

Choose Cluster ◀▶

Attributi

Restore

2. Node comparisons with respect to Scegli ipotesi riuso

Graphical Verbal Matrix Questionnaire Direct

Comparisons wrt "Scegli ipotesi riuso" node in "Attributi" cluster

Apprezzamento locale is 1 times more important than Entrate comunali

Inconsistency	Entrate c~	Nuova occ~	Spesa ade~
	← 1	← 2	↑ 2
		← 1	← 1
			↑ 2

Copy to clipboard

3. Results

Normal Hybrid

Inconsistency: 0.04544

Apprezzam~	<div style="width: 24.264%; background-color: blue;"></div>	0.24264
Entrate c~	<div style="width: 24.264%; background-color: blue;"></div>	0.24264
Nuova occ~	<div style="width: 17.157%; background-color: blue;"></div>	0.17157
Spesa ade~	<div style="width: 34.315%; background-color: blue;"></div>	0.34315

Completed Comparison

Copy to clipboard

L'AHP nell'esempio: (Alternative vs Apprezz. locale)

Comparisons for Super Decisions Main Window: Riuso NO Pareto.sdmod: ratings

1. Choose

Node Cluster

Choose Node <>

Apprezzamento ~

Cluster: *Attributi*

Choose Cluster <>

Alternative di~

Restore

2. Node comparisons with respect to Apprezzamento locale

Graphical Verbal Matrix Questionnaire Direct

Comparisons wrt "Apprezzamento locale" node in "Alternative di riuso" cluster

Direzionale is 2 times more preferable than Alberghiero

Inconsistency	Direzional~	Industrial~	Residenza~
	↑ 2	← 1	↑ 3.0000
		← 2	↑ 2
			↑ 3.0000

Copy to clipboard

3. Results

Normal Hybrid

Inconsistency: 0.00388

Alberghie~		0.14088
Direziona~		0.26283
Industria~		0.14088
Residenzi~		0.45541

Completed Comparison

Copy to clipboard

L'AHP nell'esempio: (Alternative vs Occupazione)

Comparisons for Super Decisions Main Window: Riuso NO Pareto.sdmod: ratings

1. Choose

Node Cluster

Choose Node

Nuova occupazi~

Cluster: *Attributi*

Choose Cluster

Alternative di~

Restore

2. Node comparisons with respect to Nuova occupazione

Graphical Verbal Matrix Questionnaire Direct

Comparisons wrt "Nuova occupazione" node in "Alternative di riuso" cluster

Direzionale is 2 times more preferable than Alberghiero

Inconsistency

	Direzional~	Industrial~	Residenza~
Alberghier~	2	2	3
Direzional~		2	4
Industrial~			2

Copy to clipboard

3. Results

Normal

Hybrid

Inconsistency: 0.01716

Alberghie~		0.28632
Direziona~		0.43478
Industria~		0.18200
Residenzi~		0.09690

Completed Comparison

Copy to clipboard

L'AHP nell'esempio: (Alternative vs Spesa Adeguam.)

The screenshot displays the 'Comparisons for Super Decisions' software interface. The window title is 'Comparisons for Super Decisions Main Window: Riuso NO Pareto.sdmod: ratings'. The interface is divided into three main sections: '1. Choose', '2. Node comparisons with respect to Spesa adeguamento', and '3. Results'.

1. Choose: This section contains two dropdown menus: 'Choose Node' (set to 'Spesa adeguame~') and 'Choose Cluster' (set to 'Alternative di~'). There are also 'Restore' and 'Copy to clipboard' buttons.

2. Node comparisons with respect to Spesa adeguamento: This section shows a comparison matrix for the 'Direzionale' node. The matrix compares 'Direzionale~' against 'Alberghier~', 'Direzional~', and 'Industrial~'. The values are: Direzionale vs Alberghier (2), Direzionale vs Direzional (1), Direzionale vs Industrial (3.0000), Direzional vs Industrial (5), and Industrial vs Direzionale (3.0000). A text label states: 'Comparisons wrt "Spesa adeguamento" node in "Alternative di riuso" cluster. **Direzionale** is 2 times more preferable than Alberghiero'. There are also 'Inconsistency', 'Restore', and 'Copy to clipboard' buttons.

3. Results: This section shows the calculated weights for each node. The inconsistency is 0.03000. The weights are: Alberghie~ (0.13790), Direziona~ (0.38624), Industria~ (0.36636), and Residenzi~ (0.10950). There are 'Normal' and 'Hybrid' radio buttons, and a 'Completed Comparison' checkbox which is checked. There are also navigation arrows and a 'Copy to clipboard' button.

Node	Alberghie~	Direziona~	Industria~	Residenzi~
Alberghie~	0.13790			
Direziona~	0.38624			
Industria~	0.36636			
Residenzi~	0.10950			

L'AHP nell'esempio: (Alternative vs Entrate)

Comparisons for Super Decisions Main Window: Riuso NO Pareto.sdmod: ratings

1. Choose

Node Cluster

Choose Node ◀▶

Entrate comuna~ ▾

Cluster: *Attributi*

Choose Cluster ◀▶

Alternative di~ ▾

Restore

2. Node comparisons with respect to Entrate comunali

Graphical Verbal Matrix Questionnaire Direct

Comparisons wrt "Entrate comunali" node in "Alternative di riuso" cluster
Alberghiero is 2 times more preferable than Direzionale

Inconsistency	Direzional~	Industrial~	Residenza~
Alberghier~	← 2	← 3	← 4
Direzional~		← 4	← 5
Industrial~			← 3.0000

Copy to clipboard

3. Results

Normal ▾ Hybrid ▾

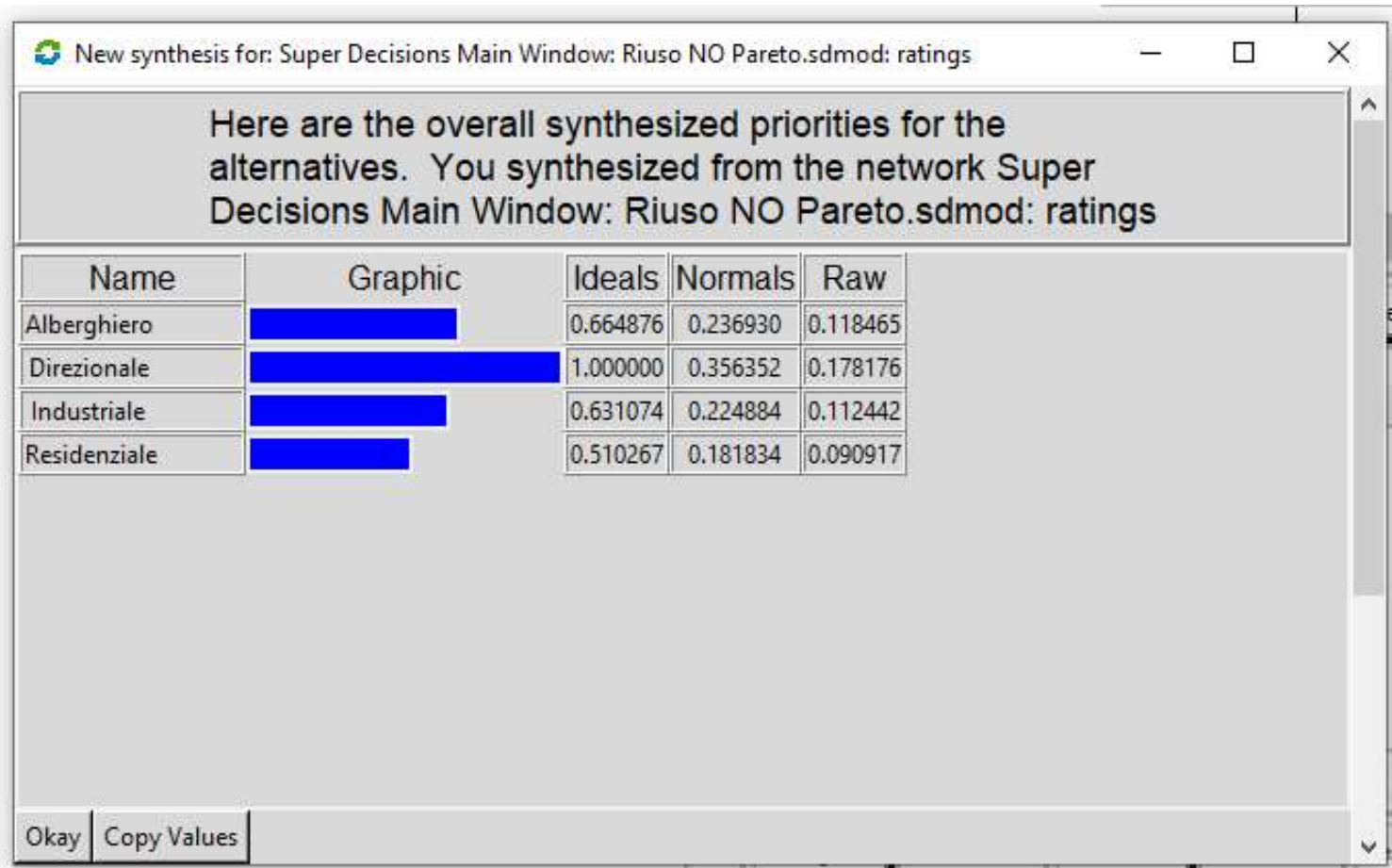
Inconsistency: 0.07681

Alberghie~	0.43810
Direziona~	0.35215
Industria~	0.13913
Residenzi~	0.07062

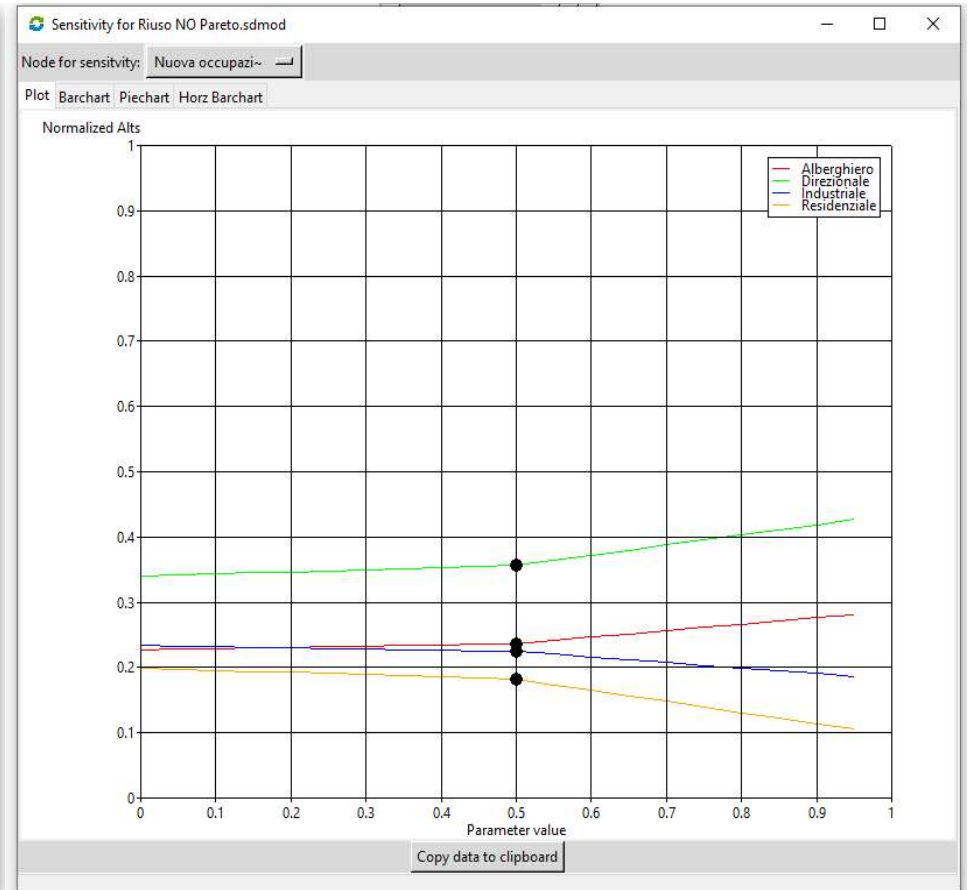
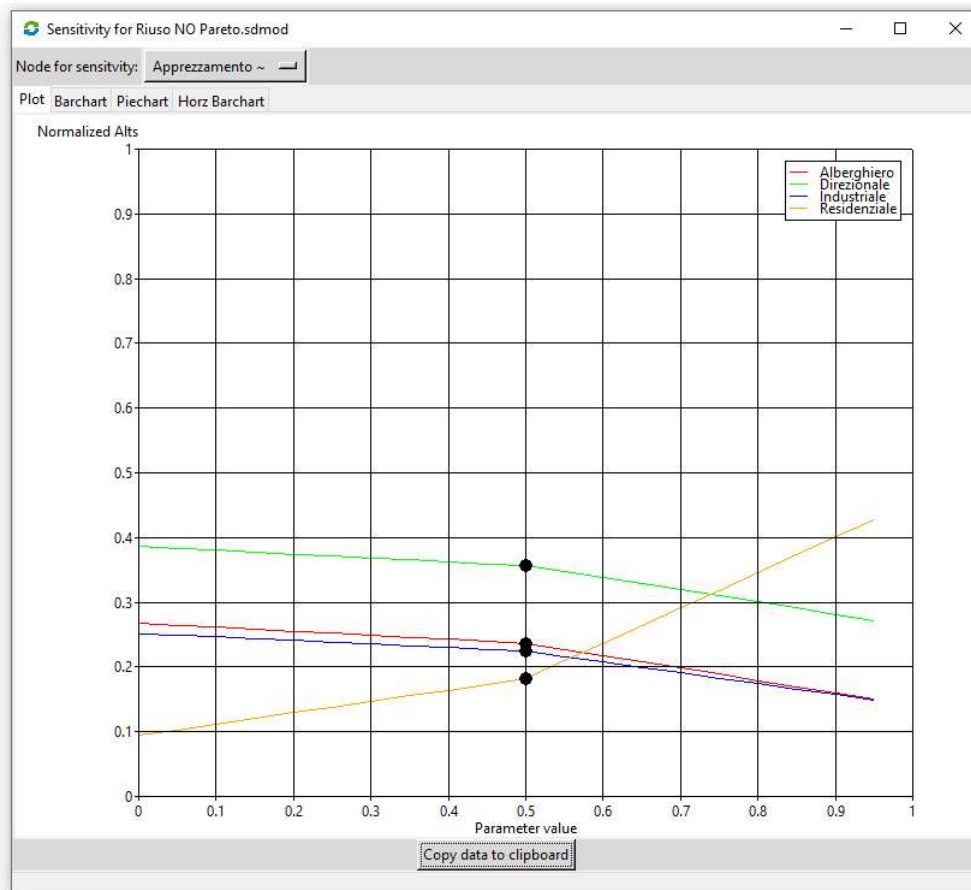
Completed Comparison

Copy to clipboard

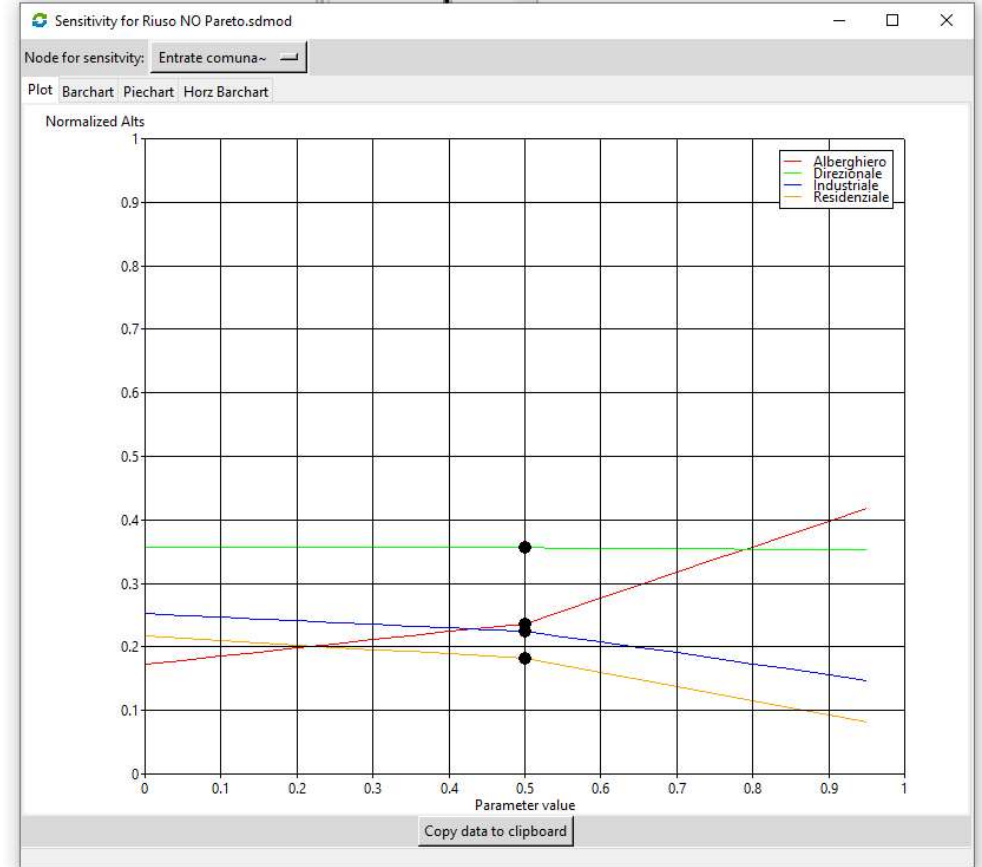
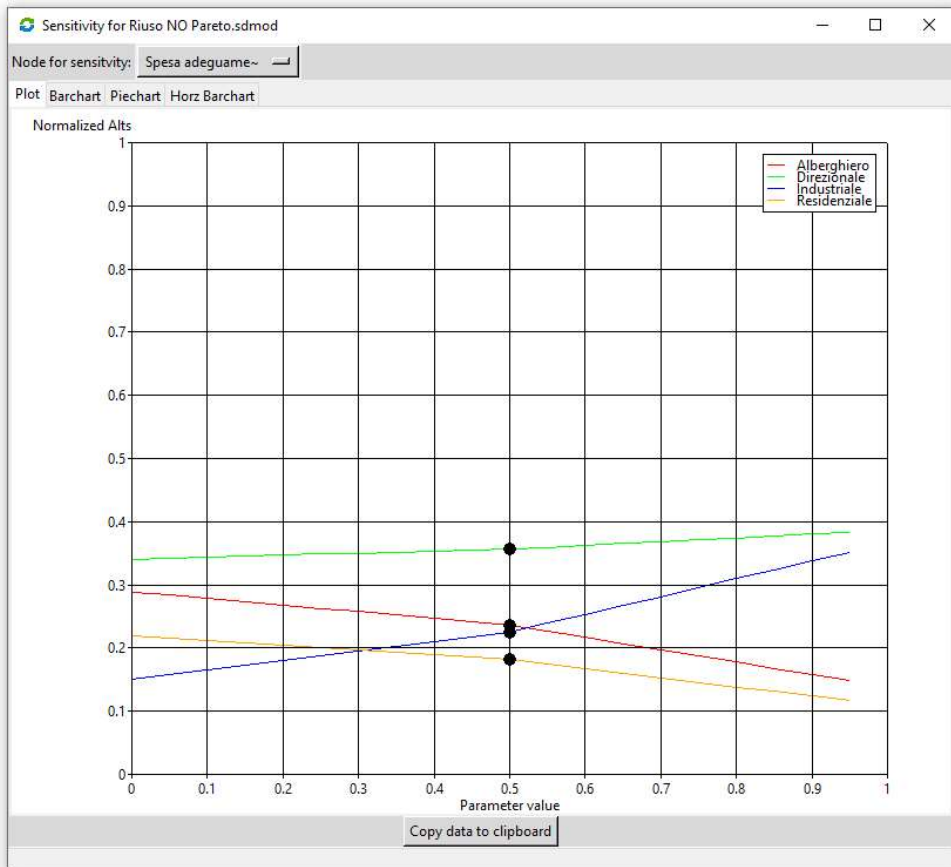
L'AHP nell'esempio: L'ordinamento



L'AHP nell'esempio: Sensitivity Analysis



L'AHP nell'esempio: Sensitivity Analysis



Le funzioni di valore non-lineari

- Una forma flessibile di funzione di utilità è quella non-lineare che incorpora anche l'effetto sull'utilità del decisore delle interazioni positive (sinergie) e negative (ridondanze) fra attributi.
- L'utilità associata ad una certa alternativa (j) sarà data dalla sommatoria dei prodotti fra gli attributi (a_{ij}) e i rispettivi pesi (w_i) e dal peso assunto dalle interazioni fra criteri; ad esempio nel caso di un problema bi-criteriale:

$$U_j = f(a_{1j}, a_{2j}) = w_1 a_{1j} + w_2 a_{2j} + w_{12} a_{1j} a_{2j}$$

Il metodo degli «Edges» nella stima dei pesi

- Si considerano solo i valori estremi (migliore e peggiore) negli attributi.
- Si costruiscono degli scenari ipotizzando tutte le combinazioni possibili fra gli stati estremi negli attributi.
- Alla combinazione peggiore si attribuisce il punteggio «zero».
- Alla miglior combinazione si attribuisce il punteggio «100».
- Alle combinazioni intermedie si attribuisce un punteggio intermedio coerente con la preferibilità/gradimento.
- Noti i punteggi totali si calcolano i punteggi netti attribuiti alla varie combinazioni di criteri.

Il metodo degli «Edges» nella stima dei pesi

- Esempio: due attributi (a_1 e a_2) con due stati possibili per ogni attributo (*pessimo e ottimo*)

Scenario	a_1	a_2	Punteggio
1	Pessimo	Pessimo	0
2	Ottimo	Pessimo	30
3	Pessimo	Ottimo	40
4	Ottimo	Ottimo	100

- Peso a_1 : $(\text{Punteggio scenario 2} - \text{Punteggio scenario 1})/100 = (30 - 0)/100 = 0,3$
- Peso a_2 : $(\text{Punteggio scenario 3} - \text{Punteggio scenario 1})/100 = (40 - 0)/100 = 0,4$
- Peso $a_1 \times a_2$:
 $[\text{Punteggio scenario 4} - (\text{Punteggio scenario 2} + \text{Punteggio scenario 3})]/100 =$
 $[100 - (30 + 40)]/100 = 0,3$

$$U = f(a_1, a_2) = 0,3a_1 + 0,4a_2 + 0,3a_1a_2$$

Il metodo degli «Edges» nell'esempio

L'attribuzione del punteggio agli scenari

Scen.	Impatto sul contesto	Numero assunti	Costo adeguamenti k€	Incasso IMU k€	Punteggio
1	Alto	3	1500	10	0
2	Basso	3	1500	10	20
3	Alto	20	1500	10	10
4	Alto	3	1200	10	25
5	Alto	3	1500	50	20
6	Basso	20	1500	10	35
7	Basso	3	1200	10	50
8	Basso	3	1500	50	45
9	Alto	20	1200	10	35
10	Alto	20	1500	50	35
11	Alto	3	1200	50	50
12	Basso	20	1200	10	70
13	Basso	20	1500	50	55
14	Basso	3	1200	50	75
15	Alto	20	1200	50	70
16	Basso	20	1200	50	100

Il metodo degli «Edges» nell'esempio

Il calcolo dei coefficienti e l'ordinamento

Componente funzione di valore	Pesi normalizzati	Matrice Valutazione Alternative con Interazioni			Punteggi Alternative		
		Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Impatto	0,200	0,30	0,50	1,00	0,06	0,10	0,20
Assunti	0,100	0,75	1,00	0,15	0,08	0,10	0,02
Costo	0,250	0,25	0,40	0,25	0,06	0,10	0,06
IMU	0,200	1,00	0,80	0,20	0,20	0,16	0,04
Impatto x Assunti	0,050	0,23	0,50	0,15	0,01	0,03	0,01
Impatto x Costo	0,050	0,08	0,20	0,25	0,00	0,01	0,01
Impatto x IMU	0,050	0,30	0,40	0,20	0,02	0,02	0,01
Assunti x Costo	0,050	0,19	0,40	0,04	0,01	0,02	0,00
Assunti x IMU	0,050	0,75	0,80	0,03	0,04	0,04	0,00
Costo x IMU	0,050	0,25	0,32	0,05	0,01	0,02	0,00
Impatto x Assunti x Costo	0,000	0,06	0,20	0,04	0,00	0,00	0,00
Impatto x Assunti x IMU	-0,100	0,23	0,40	0,03	-0,02	-0,04	0,00
Impatto x Costo x IMU	0,000	0,08	0,16	0,05	0,00	0,00	0,00
Assunti x Costo x IMU	0,000	0,19	0,32	0,01	0,00	0,00	0,00
Impatto x Assunti x Costo x IMU	0,050	0,06	0,16	0,01	0,00	0,01	0,00
				Totale	0,47	0,56	0,35

Il metodo degli «Edges» e pesi «Simos»

L'ordinamento degli scenari

Scenario	Impatto sul contesto	Numero assunti	Costo adeguamenti k€	Incaso IMU k€	Ordinamento
1	Alto	3	1500	10	1
3	Alto	20	1500	10	2
2	Basso	3	1500	10	3
5	Alto	3	1500	50	4
4	Alto	3	1200	10	5
6	Basso	20	1500	10	6
9	Alto	20	1200	10	7
10	Alto	20	1500	50	8
8	Basso	3	1500	50	9
7	Basso	3	1200	10	10
11	Alto	3	1200	50	11
13	Basso	20	1500	50	12
12	Basso	20	1200	10	13
15	Alto	20	1200	50	14
14	Basso	3	1200	50	15
16	Basso	20	1200	50	16

Il metodo degli «Edges» e pesi «Simos»

L'inserimento delle «blank cards»

Scenario	Impatto sul contesto	Numero assunti	Costo adeguamenti k€	Incasso IMU k€	Ordinamento
1	Alto	3	1500	10	1
3	Alto	20	1500	10	2
					3
2	Basso	3	1500	10	4
5	Alto	3	1500	50	
4	Alto	3	1200	10	5
					6
6	Basso	20	1500	10	
9	Alto	20	1200	10	7
10	Alto	20	1500	50	
					8
8	Basso	3	1500	50	9
7	Basso	3	1200	10	
11	Alto	3	1200	50	10
13	Basso	20	1500	50	11
					12
					13
12	Basso	20	1200	10	
15	Alto	20	1200	50	14
14	Basso	3	1200	50	15
					16
					17
					18
16	Basso	20	1200	50	19

Il metodo degli «Edges» e pesi «Simos»

Il calcolo dei coefficienti della funzione di valore

	Scen.	Impatto sul contesto	Numero assunti	Costo adeguamenti k€	Incasso IMU k€	Pos. Ordinamento	Punteggio	Coefficienti
	1	Alto	3	1500	10	1	0,00	0,00
w1	2	Basso	3	1500	10	4	16,67	16,67
w2	3	Alto	20	1500	10	2	5,56	5,56
w3	4	Alto	3	1200	10	5	22,22	22,22
w4	5	Alto	3	1500	50	4	16,67	16,67
w12	6	Basso	20	1500	10	7	33,33	11,11
w13	7	Basso	3	1200	10	10	50,00	11,11
w14	8	Basso	3	1500	50	9	44,44	11,11
w23	9	Alto	20	1200	10	7	33,33	5,56
w24	10	Alto	20	1500	50	7	33,33	11,11
w34	11	Alto	3	1200	50	10	50,00	11,11
w123	12	Basso	20	1200	10	14	72,22	0,00
w124	13	Basso	20	1500	50	11	55,56	-16,67
w134	14	Basso	3	1200	50	15	77,78	-11,11
w234	15	Alto	20	1200	50	14	72,22	0,00
w1234	16	Basso	20	1200	50	19	100,00	5,56

Il metodo degli «Edges» e pesi «Simos»

L'ordinamento delle alternative

Componente funzione di valore	Pesi normalizzati	Matrice Valutazione Alternative con Interazioni			Punteggi Alternative		
		Alberghiero	Direzionale	Residenziale	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Impatto	17%	0,3	0,5	1	0,05	0,08	0,17
Assunti	6%	0,75	1	0,15	0,04	0,06	0,01
Costo	22%	0,25	0,4	0,25	0,06	0,09	0,06
IMU	17%	1	0,8	0,2	0,17	0,13	0,03
Impatto x Assunti	11%	0,23	0,50	0,15	0,03	0,06	0,02
Impatto x Costo	11%	0,08	0,20	0,25	0,01	0,02	0,03
Impatto x IMU	11%	0,30	0,40	0,20	0,03	0,04	0,02
Assunti x Costo	6%	0,19	0,40	0,04	0,01	0,02	0,00
Assunti x IMU	11%	0,75	0,80	0,03	0,08	0,09	0,00
Costo x IMU	11%	0,25	0,32	0,05	0,03	0,04	0,01
Impatto x Assunti x Costo	0%	0,06	0,20	0,04	0,00	0,00	0,00
Impatto x Assunti x IMU	-17%	0,23	0,40	0,03	-0,04	-0,07	-0,01
Impatto x Costo x IMU	-11%	0,08	0,16	0,05	-0,01	-0,02	-0,01
Assunti x Costo x IMU	0%	0,19	0,32	0,01	0,00	0,00	0,00
Impatto x Assunti x Costo x IMU	6%	0,06	0,16	0,01	0,00	0,01	0,00
					0,46	0,55	0,33

I metodi basati sul «surclassamento»: Electre (ELimination Et Choix Traduisant la Réalité)

Una famiglia di metodi sviluppata da Bernard Roy dalla fine degli anni 60 che cerca di essere fedele alle modalità con cui la decisione avviene nella realtà

Elementi distintivi rispetto ai metodi SAW:

- Prescindono dall'assioma di transitività (ammettono inconsistenze);
- Rinunciano all'assioma di completezza (ammettono l'incomparabilità/indiscernibilità fra alternative);
- Valutano i fattori che non si oppongono al fatto che un'alternativa possa essere preferibile ad un'altra (analisi di concordanza);
- Valutano i fattori che si oppongono al fatto che un'alternativa possa essere preferibile ad un'altra (analisi di discordanza);
- Evidenziano le relazioni di surclassamento tra coppie di alternative, basandosi sulle soglie definite dal valutatore per la concordanza e la discordanza.

Roy, B. (1968) Classement et choix en présence de points de vue multiples (la méthode ELECTRE), La Revue d'Informatique et de Recherche Opérationnelle (RIRO), 8.

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

Le fasi del metodo (ELECTRE I°):

1. Compilazione della matrice di valutazione
2. Stima del vettore dei pesi
3. Calcolo della matrice di concordanza
4. Calcolo della matrice di discordanza
5. Definizione delle soglie di surclassamento
6. Calcolo delle matrici di dominanza
7. Individuazione delle relazioni di surclassamento

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

La matrice di valutazione ed il vettore dei pesi (Simos)

Attributi (<i>a</i>)	Alternative recupero area dismessa e inquinata (<i>A</i>)			Vettore dei pesi normalizzati (<i>w</i>)
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	
Apprezzamento locale	0,30	0,50	1,00	0,2353
Nuova occupazione	0,75	1,00	0,15	0,1765
Spesa adeguamento	0,25	0,40	0,25	0,3529
Entrate comunali	1,00	0,80	0,20	0,2353

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

La matrice di concordanza ($A \times A$) contiene una valutazione sul grado di consenso che si realizza scegliendo una data alternativa (riga) rispetto ad un'altra (colonna)

Calcolo della matrice di concordanza:

1. Si individuano gli attributi per i quali l'alternativa scelta (riga) è preferibile a quella scartata
2. Si sommano i pesi di questi attributi

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

Calcolo dell'indice di concordanza Alberghiero vs Direzionale

Attributi	Destinazione d'uso		A > D	Pesi	Pesi A > D
	Alberghiero	Direzionale			
Apprezzamento locale	0,30	0,50	0	0,24	0,00
Nuova occupazione	0,75	1,00	0	0,17	0,00
Spesa adeguamento	0,25	0,40	0	0,35	0,00
Entrate comunali	1,00	0,80	1	0,24	0,24
Ic A vs D =					0,24

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

Calcolo dell'indice di concordanza Alberghiero vs Residenziale

Attributi	Destinazione d'uso		A > R	Pesi	Pesi A > R
	Alberghiero	Residenziale			
Apprezzamento locale	0,30	1,00	0	0,24	0,00
Nuova occupazione	0,75	0,40	1	0,17	0,17
Spesa adeguamento	0,25	0,80	0	0,35	0,00
Entrate comunali	1,00	0,00	1	0,24	0,24
Ic A vs R =					0,41

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

Calcolo dell'indice di concordanza Direzionale vs Residenziale

Attributi	Destinazione d'uso		D > R	Pesi	Pesi D > R
	Direzionale	Residenziale			
Apprezzamento locale	0,50	1,00	0	0,24	0,00
Nuova occupazione	1,00	0,15	1	0,17	0,17
Spesa adeguamento	0,40	0,25	1	0,35	0,35
Entrate comunali	0,80	0,20	1	0,24	0,24
Ic D vs R =					0,76

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

La matrice di concordanza

		Destinazione d'uso		
		Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Destinazione d'uso	Alberghiero		0,24	0,41
	Direzionale	0,76		0,76
	Residenziale	0,59	0,24	

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

La matrice di discordanza ($A \times A$) contiene una valutazione sul grado di dissenso (rammarico) che si realizza scegliendo una data alternativa (riga) rispetto ad un'altra (colonna)

Calcolo dell'indice di discordanza:

1. Si calcolano gli scarti in valore assoluto fra le prestazioni di due alternative e si moltiplicano per i pesi;
2. Si individua lo scarto pesato massimo fra tutti gli attributi;
3. Si individua lo scarto pesato massimo fra gli attributi per i quali l'alternativa scartata è preferibile a quella scelta;
4. Calcola il rapporto fra il secondo ed il primo.

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

Calcolo dell'indice di discordanza Alberghiero vs Direzionale

Attributi	Destinazione d'uso		A - D	Pesi	A - D * p	A - D * p con A < D
	Alberghiero	Direzionale				
Apprezzamento locale	0,30	0,50	0,20	0,24	0,047	0,047
Nuova occupazione	0,75	1,00	0,25	0,17	0,043	0,043
Spesa adeguamento	0,25	0,40	0,15	0,35	0,053	0,053
Entrate comunali	1,00	0,80	0,20	0,24	0,047	0,000
Max					0,053	0,053
Id A vs D =						1,000

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

Calcolo dell'indice di discordanza Alberghiero vs Residenziale

Attributi	Destinazione d'uso		A - R	Pesi	A - R * p	A - R * p con A < R
	Alberghiero	Residenziale				
Apprezzamento locale	0,30	1,00	0,70	0,24	0,165	0,165
Nuova occupazione	0,75	0,15	0,60	0,17	0,103	0,000
Spesa adeguamento	0,25	0,25	0,00	0,35	0,000	0,000
Entrate comunali	1,00	0,20	0,80	0,24	0,188	0,000
Max					0,188	0,165
					Id A vs R =	0,875

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

Calcolo dell'indice di discordanza Direzionale vs Residenziale

Attributi	Destinazione d'uso		D - R	Pesi	D - R * p	D - R * p con D < R
	Direzionale	Residenziale				
Apprezzamento locale	0,50	1,00	0,50	0,24	0,118	0,118
Nuova occupazione	1,00	0,15	0,85	0,17	0,146	0,000
Spesa adeguamento	0,40	0,25	0,15	0,35	0,053	0,000
Entrate comunali	0,80	0,20	0,60	0,24	0,141	0,000
Max					0,146	0,118
					Id D vs R =	0,807

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

Calcolo dell'indice di discordanza Direzionale vs Aberghiero

Attributi	Destinazione d'uso		D - A	Pesi	D - A *p	D - A *p con D < A
	Direzionale	Alberghiero				
Apprezzamento locale	0,50	0,30	0,20	0,24	0,047	0,000
Nuova occupazione	1,00	0,75	0,25	0,17	0,043	0,000
Spesa adeguamento	0,40	0,25	0,15	0,35	0,053	0,000
Entrate comunali	0,80	1,00	0,20	0,24	0,047	0,047
Max					0,053	0,047
					Id D vs A =	0,889

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

Calcolo dell'indice di discordanza Residenziale vs Alberghiero

Attributi	Destinazione d'uso		R - A	Pesi	R - A *p	R - A *p con R < A
	Residenziale	Alberghiero				
Apprezzamento locale	1,00	0,30	0,70	0,24	0,165	0,000
Nuova occupazione	0,15	0,75	0,60	0,17	0,103	0,103
Spesa adeguamento	0,25	0,25	0,00	0,35	0,000	0,000
Entrate comunali	0,20	1,00	0,80	0,24	0,188	0,188
Max					0,188	0,188
					Id R vs A =	1,000

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

Calcolo dell'indice di discordanza Residenziale vs Direzionale

Attributi	Destinazione d'uso		R - D	Pesi	R - D *p	R - D *p con R < D
	Residenziale	Direzionale				
Apprezzamento locale	1,00	0,50	0,5	0,2	0,118	0,000
Nuova occupazione	0,15	1,00	0,9	0,2	0,146	0,146
Spesa adeguamento	0,25	0,40	0,2	0,4	0,053	0,053
Entrate comunali	0,20	0,80	0,6	0,2	0,141	0,141
Max					0,146	0,146
					Id R vs D =	1,000

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

La matrice di discordanza

		Destinazione d'uso		
		Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Destinazione d'uso	Alberghiero		1,000	0,875
	Direzionale	0,889		0,807
	Residenziale	1,000	1,000	

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

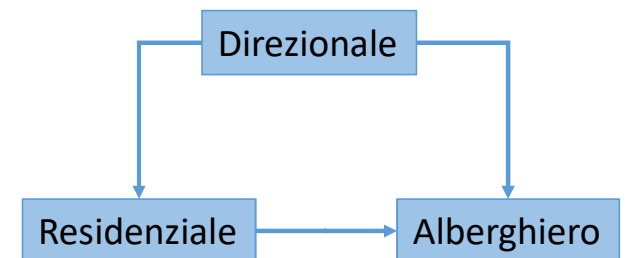
La soglia di concordanza minima: Media $I_c = 0,50$

Se $I_c \geq 0,50$: 1; 0 altrimenti

La matrice di dominanza nella concordanza

1: Domina/0= Non domina

		Destinazione d'uso		
		Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Destinazione d'uso	Alberghiero		0	0
	Direzionale	1		1
	Residenziale	1	0	



I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

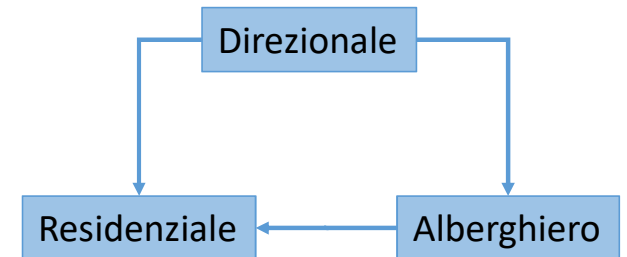
La soglia di discordanza massima: Media $I_d = 0,93$

Se $I_d \leq 0,93$: 1; 0 altrimenti

La matrice di dominanza nella discordanza

1: Domina/0= Non domina

		Destinazione d'uso		
		Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Destinazione d'uso	Alberghiero		0	1
	Direzionale	1		1
	Residenziale	0	0	

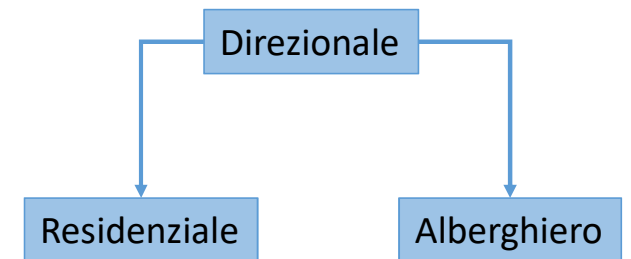


I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

La matrice di dominanza aggregata (Concordanza X
Discordanza)

1: Domina/0= Non domina

		Destinazione d'uso		
		Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Destinazione d'uso	Alberghiero		0	0
	Direzionale	1		1
	Residenziale	0	0	



I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

L'indice di concordanza aggregato (Nijkamp)

		Destinazione d'uso			Somma
		Alberghiero	Direzionale	Residenziale	
Destinazione d'uso	Alberghiero		0,24	0,35	0,59
	Direzionale	0,76		0,76	1,52
	Residenziale	0,65	0,24		0,89
Somma		1,41	0,48	1,11	
Ic Aggregato		$0,59-1,41=-0,82$	$1,52-0,48=1,04$	$0,89-1,11=-0,23$	

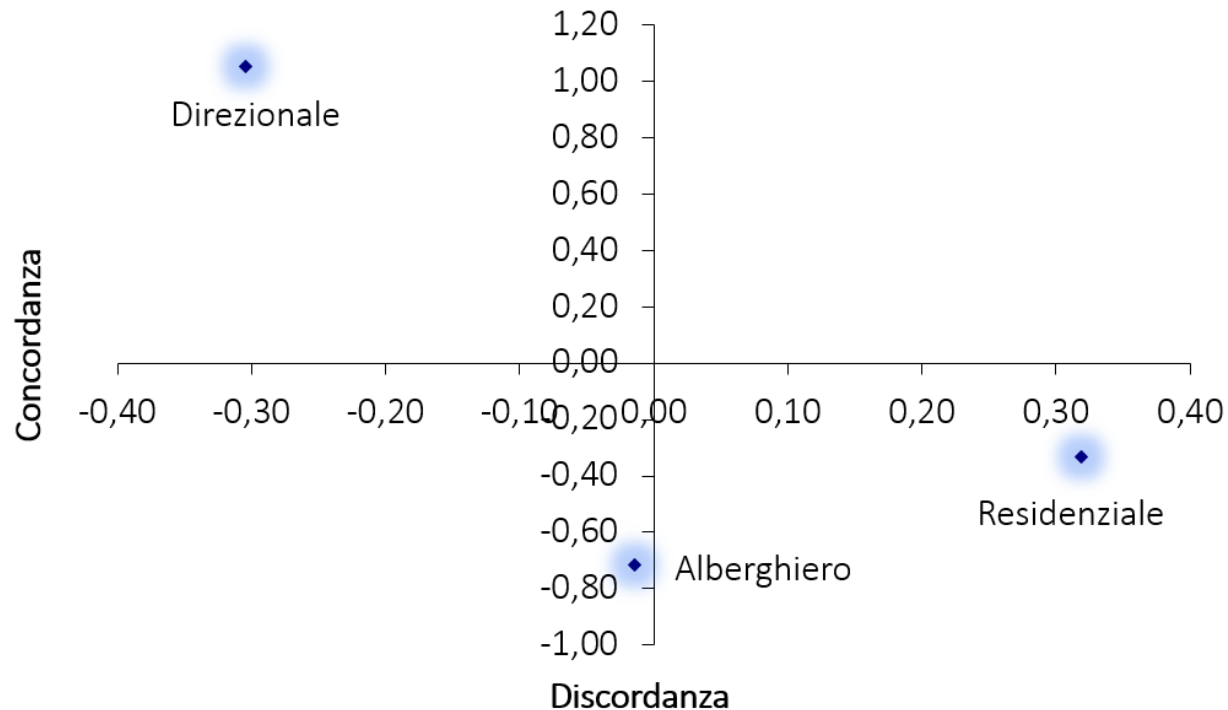
I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

L'indice di discordanza aggregato (Nijkamp)

		Destinazione d'uso			Somma
		Alberghiero	Direzionale	Residenziale	
Destinazione d'uso	Alberghiero		1,00	0,87	1,87
	Direzionale	0,89		0,81	1,70
	Residenziale	1,00	1,00		2,00
Somma		1,89	2,00	1,68	
Id Aggregato		$1,87-1,89=-0,02$	$1,70-2,00=-0,30$	$2,00-1,68=0,32$	

I metodi basati sul «surclassamento»: ELECTRE

Il confronto fra gli indici aggregati di concordanza e discordanza



I metodi di analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM)

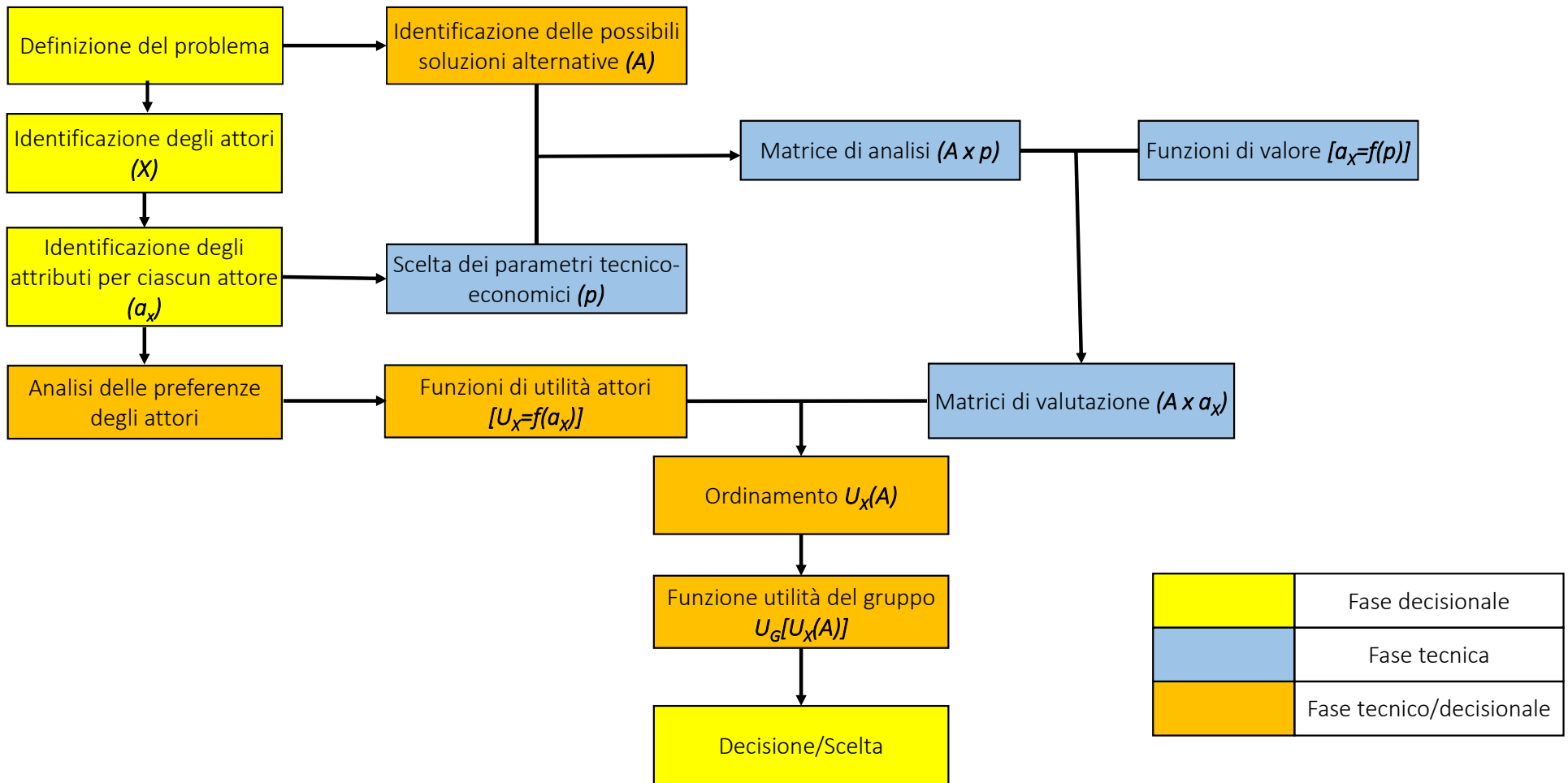
Le decisioni concrete, specie quelle di natura collettiva sono spesso il risultato dell'interazione fra diversi gruppi di interesse/attori, con obiettivi/interessi che possono essere:

- convergenti o divergenti;
- più o meno negoziabili;
- indipendenti o mutualmente influenzabili.

In contesti decisionali di questo tipo è utile:

- individuare le preferenze di ciascun gruppo/attore;
- valutare la similitudine degli interessi fra gruppi/attori;
- Valutare i rapporti di forza fra gruppi/attori;
- Individuare le possibili coalizioni fra gruppi/attori;
- Individuare i possibili sviluppi della negoziazione fra gruppi.

La Struttura dell'AMA in ambito GDM



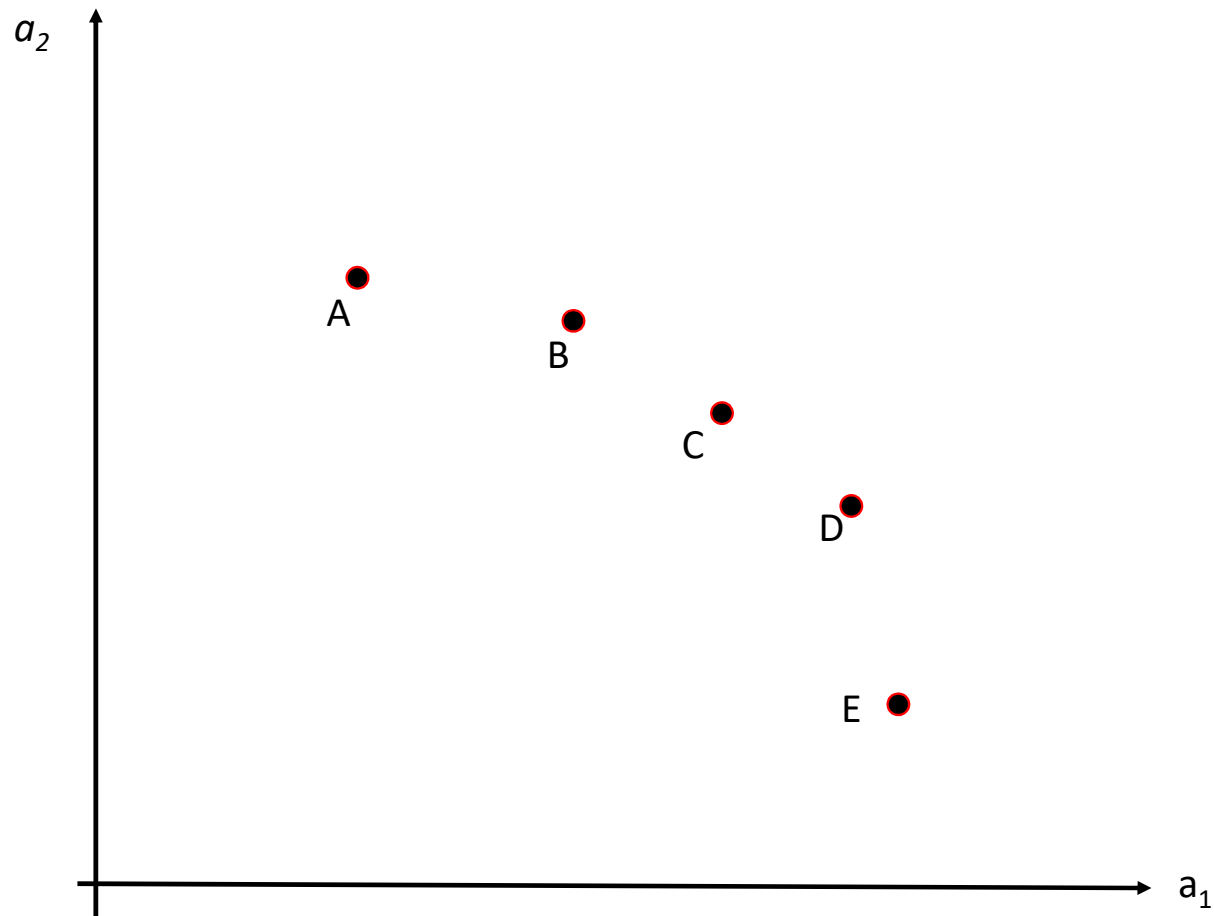
I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

Nelle decisioni di gruppo si assume, implicitamente, che vi siano almeno due attori (player, P_x) che devono prendere una comune decisione fra almeno due alternative, caratterizzate da diverse prestazioni rispetto ad almeno due attributi (a_j) e dove ciascun attore esprime una propria funzione di valore/utilità:

$$U_x = u_x(a_j)$$

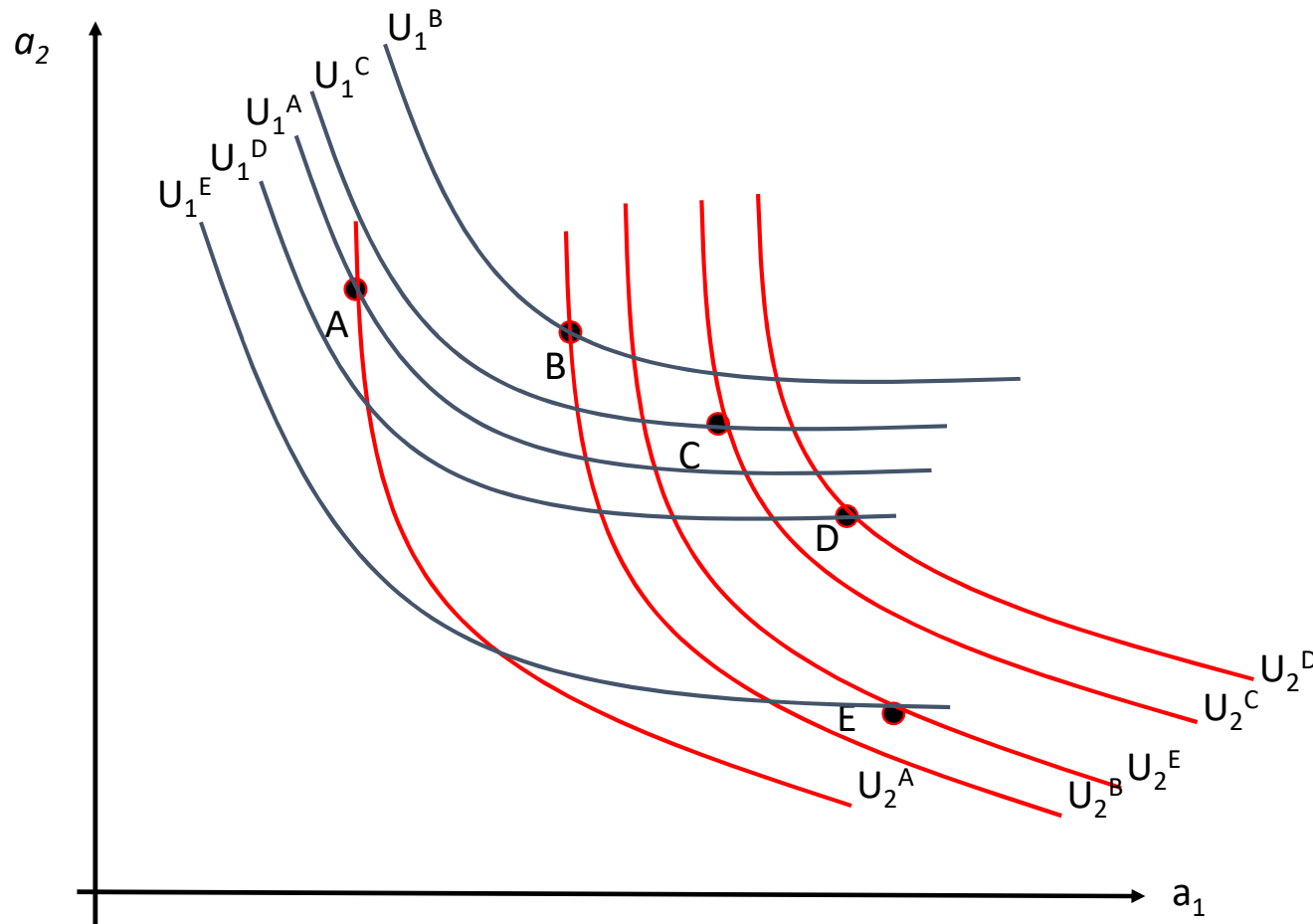
Graficamente, la soluzione può essere formalizzata con su un piano cartesiano con gli assi intitolati agli attributi (a_j).

I metodi di analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM)



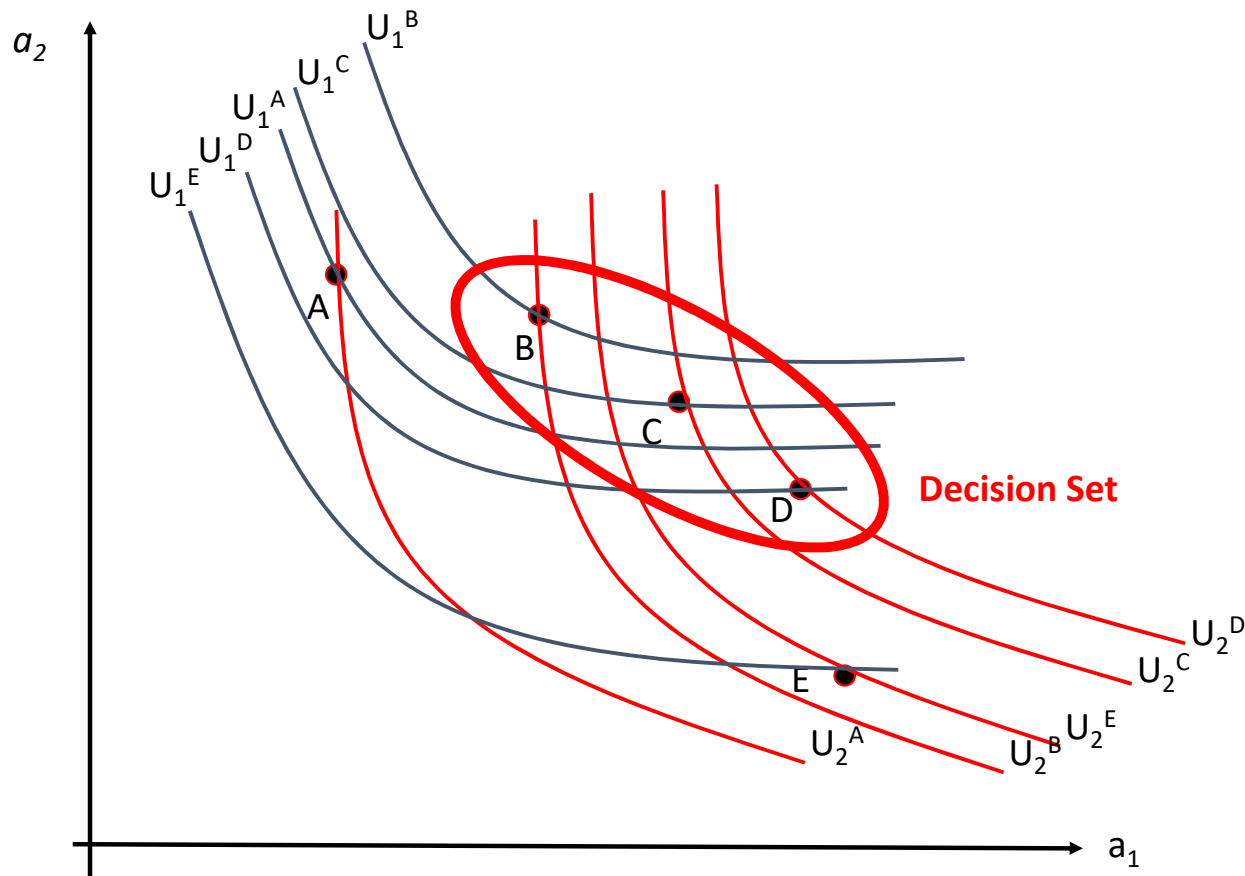
Ordinamento $u(a_1, a_2)$	
Attore 1	Attore 2
U_1^B	U_2^D
U_1^C	U_2^C
U_1^A	U_2^E
U_1^D	U_2^B
U_1^E	U_2^A

I metodi di analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM)



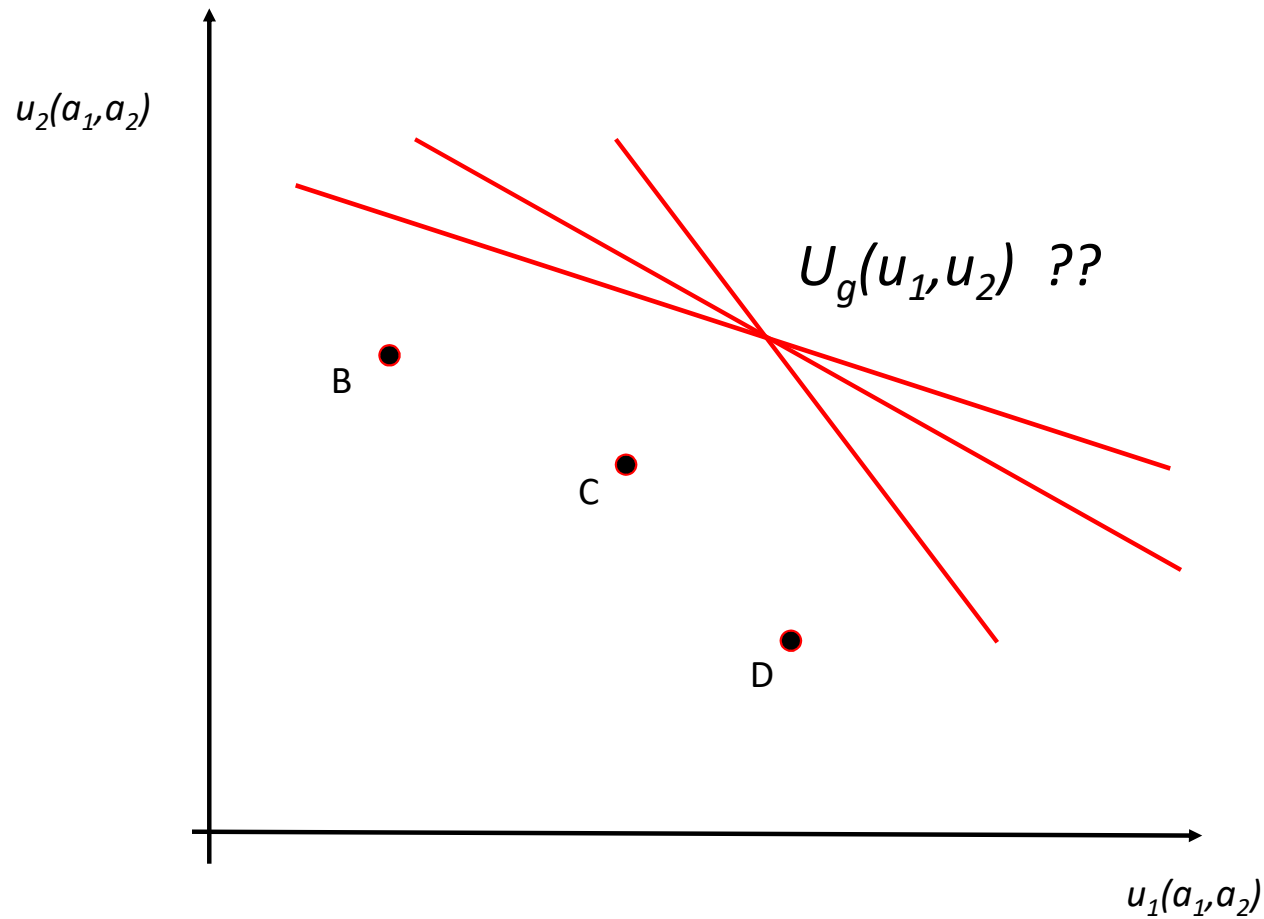
Ordinamento $u(a_1, a_2)$	
Attore 1	Attore 2
U_1^B	U_2^D
U_1^C	U_2^C
U_1^A	U_2^E
U_1^D	U_2^B
U_1^E	U_2^A

I metodi di analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM)



Ordinamento $u(a_1, a_2)$	
Attore 1	Attore 2
U_1^B	U_2^D
U_1^C	U_2^C
U_1^A	U_2^E
U_1^D	U_2^B
U_1^E	U_2^A

I metodi di analisi multicriterio a supporto delle decisioni di gruppo (GDM)



I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

La soluzione più semplice è, dopo aver individuato gli attori, stimare un vettore dei pesi per ciascun attore e poi calcolarne la media geometrica, assunta a vettore dei pesi del gruppo.

Ad esempio, si assumano tre attori che intervengono nella scelta dell'alternativa di riuso dell'area dismessa:

- L'amministrazione comunale;
- Un comitato dei residenti nelle vicinanze dell'area;
- Un comitato di imprenditori interessati ad investire nell'area dismessa.

Il primo passo è stimare un vettore dei pesi per ciascun attore e rappresentativo delle rispettive preferenze.

I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

Pesi Amministrazione						
Attributo	Attributo				Somma righe	Somma righe normalizzata
	Apprezzamento locale	Nuova occupazione	Spesa adeguamento	Entrate comunali		
Apprezzamento locale	1,0	2,0	0,5	1,0	4,500	0,257
Nuova occupazione	0,5	1,0	0,5	1,0	3,000	0,171
Spesa adeguamento	2,0	2,0	1,0	1,0	6,000	0,343
Entrate comunali	1,0	1,0	1,0	1,0	4,000	0,229
Inconsistenza	0,03			Somma	17,500	1,000

Pesi Comitato Residenti						
Attributo	Attributo				Somma righe	Somma righe normalizzata
	Apprezzamento locale	Nuova occupazione	Spesa adeguamento	Entrate comunali		
Apprezzamento locale	1,0	4,0	7,0	7,0	19,000	0,666
Nuova occupazione	0,3	1,0	1,0	1,0	3,250	0,114
Spesa adeguamento	0,1	1,0	1,0	1,0	3,143	0,110
Entrate comunali	0,1	1,0	1,0	1,0	3,143	0,110
Inconsistenza	0,01			Somma	28,536	1,000

Pesi Comitato Imprenditori						
Attributo	Attributo				Somma righe	Somma righe normalizzata
	Apprezzamento locale	Nuova occupazione	Spesa adeguamento	Entrate comunali		
Apprezzamento locale	1,0	0,3	0,5	1,0	2,750	0,134
Nuova occupazione	4,0	1,0	2,0	3,0	10,000	0,486
Spesa adeguamento	2,0	0,5	1,0	1,0	4,500	0,219
Entrate comunali	1,0	0,3	1,0	1,0	3,333	0,162
Inconsistenza	0,01			Somma	20,583	1,000

I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

I vettori dei pesi degli attori				
Attributi	Attori			Media geometrica
	Amministrazione	Comitato residenti	Comitato imprenditori	
Apprezzamento locale	0,257	0,666	0,134	0,284
Nuova occupazione	0,171	0,114	0,486	0,212
Spesa adeguamento	0,343	0,110	0,219	0,202
Entrate comunali	0,229	0,110	0,162	0,160
Somma	1,000	1,000	1,000	1,000

La somma pesata			
Attributi	Alternative		
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Apprezzamento locale	0,09	0,14	0,28
Nuova occupazione	0,16	0,21	0,03
Spesa adeguamento	0,05	0,08	0,05
Entrate comunali	0,16	0,13	0,03
Somma	0,45	0,56	0,40

Alternativa preferita

I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

Assumendo che non si possano comparare le utilità dei due attori, Arrow ha individuato alcune «ragionevoli» proprietà che la funzione di benessere sociale dovrebbe avere per giungere ad una scelta ottimale:

- *L'universalità (o dominio non ristretto)*: deve portare a una decisione, qualunque sia la configurazione delle preferenze dei votanti. Non deve perciò fallire in caso di preferenze multimodali;
- *La non imposizione (o sovranità del cittadino)*: qualsiasi possibile preferenza sociale deve essere raggiungibile a partire da un appropriato insieme di preferenze individuali;

I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

- *La non dittatorialità*: la funzione di scelta sociale non deve semplicemente seguire l'ordinamento delle preferenze di un individuo o un sottoinsieme di individui, al contempo ignorando le preferenze degli altri;
- *La monotonicità*, o associazione positiva tra i valori individuali e sociali: se un individuo modifica il proprio ordinamento di preferenze promuovendo una data opzione, la funzione di scelta sociale deve promuovere tale opzione o restare invariata, ma non può assegnare a tale opzione una preferenza minore ;
- *L'indipendenza dalle alternative irrilevanti*: se si confina l'attenzione ad un sottoinsieme di opzioni, e la funzione di scelta sociale è applicata ad esse soltanto, il risultato deve essere compatibile con il caso in cui la funzione di scelta sociale è applicata all'intero insieme di alternative possibili.

I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

Teorema dell'impossibilità di Arrow: Arrow dimostra che non esiste alcuna funzione di benessere sociale in grado di soddisfare contemporaneamente tutte le proprietà sopra enunciate.

Corollario: «the only method of passing from individual tastes to social preferences which will be satisfactory and which will be defined for a wide range of sets of individual orderings are either imposed or dictatorial»

Arrow K.J. (1951) Scelte sociali e valori individuali, EtasKompas, Milano.

I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

Quindi, il problema di scelta si può risolvere soltanto:

- a. Mediante un processo di negoziazione (game) fra i componenti del gruppo che individua l'alternativa di compromesso;
- b. Adottando una opportuna Group Utility Function [$U_G(u_x)$] in grado di ponderare le utilità e la forza di ciascun componente del gruppo [$u_x(a_i)$] e definita da un «*Benevolent Dictator*» o concordata fra i componenti del gruppo.

$$U_G(u_x) = g[u_x(a_i)]$$

I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

Possibili forme della funzione di utilità sociale:

- Additiva

$$U_G(u_x) = \sum_{x=1}^N \gamma_x u_x(a_i)$$

- Moltiplicativa

$$U_G(u_x) = \frac{\prod_{x=1}^N \gamma \gamma_x u_x(a_i) - 1}{\gamma}$$

La valutazione dei parametri γ (> -1) e γ_i (compreso fra 0 e 1) equivale a esplicitare la comparazione interpersonale dell'utilità

I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

Come assegnare i coefficienti γ ?:

- Assegnazione diretta da parte del «*benevolent dictator*», «*paternalism*» con approcci simili a quelli visti per le scelte individuali ma con riferimento al benessere collettivo;
- Con approcci mutualistici in grado di far convergere la scelta verso un ragionevole compromesso:
 - Bodily «Delegation Process»;
 - Negoziazione alla Nash-Harsanyi.

I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

Prima di affrontare il problema della stima della Group (Social) Welfare Function è necessario stimare la matrice di valutazione delle alternative da parte degli attori in modo da riunire e confrontare le preferenze dei vari gruppi.

Tale matrice può essere costruita a partire da matrice di valutazione (Alternative x Attributi) e applicandovi i vettori dei pesi di ciascun attore.

Matrice di valutazione			
Attributi	Alternative		
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Apprezzamento locale	0,30	0,50	1,00
Nuova occupazione	0,75	1,00	0,15
Spesa adeguamento	0,25	0,40	0,25
Entrate comunali	1,00	0,80	0,20

I vettori dei pesi degli attori			
Attributi	Attori		
	Amministrazione	Comitato residenti	Comitato imprenditori
Apprezzamento locale	0,257	0,666	0,134
Nuova occupazione	0,171	0,114	0,486
Spesa adeguamento	0,343	0,110	0,219
Entrate comunali	0,229	0,110	0,162
Somma	1,000	1,000	1,000

I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

Matrice di valutazione pesata		Amministrazione		
Attributi	Alternative			Pesi Amministrazione
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	
Apprezzamento locale	0,077	0,129	0,257	0,257
Nuova occupazione	0,129	0,171	0,026	0,171
Spesa adeguamento	0,086	0,137	0,086	0,343
Entrate comunali	0,229	0,183	0,046	0,229
Totale	0,520	0,620	0,414	1,000

Matrice di valutazione ponderata		Comitato residenti		
Attributi	Alternative			Pesi comitato residenti
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	
Apprezzamento locale	0,200	0,333	0,666	0,666
Nuova occupazione	0,085	0,114	0,017	0,114
Spesa adeguamento	0,028	0,044	0,028	0,110
Entrate comunali	0,110	0,088	0,022	0,110
Totale	0,423	0,579	0,732	1,000

Matrice di valutazione ponderata		Comitato imprenditori		
Attributi	Alternative			Pesi comitato imprenditori
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale	
Apprezzamento locale	0,040	0,067	0,134	0,134
Nuova occupazione	0,364	0,486	0,073	0,486
Spesa adeguamento	0,055	0,087	0,055	0,219
Entrate comunali	0,162	0,130	0,032	0,162
Totale	0,621	0,770	0,294	1,000

I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

Matrice di valutazione	Attori		
Attori	Alternative		
	Alberghiero	Direzionale	Residenziale
Amministrazione	0,520	0,620	0,414
Comitato residenti	0,423	0,579	0,732
Comitato imprenditori	0,621	0,770	0,294

La destinazione d'uso «Alberghiero» può essere scartata poiché «dominata» da «Direzionale» per tutti gli attori coinvolti nella scelta

I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

Come assegnare i coefficienti γ ?:

- Assegnazione diretta da parte del «*benevolent dictator*», «*paternalism*» con CaC ipotizzando tre attori (Amministrazione, Comitato Residenti e Comitato Imprenditori) coinvolti nella scelta del riuso dell'area dismessa.

Pesi
Attori

Attore	Attore			Somma righe	Somma righe normalizzata
	Pesi Amministrazione	Pesi Comitato Residenti	Pesi Comitato Imprenditori		
Pesi Amministrazione	1,0	2,0	3,0	6,000	0,529
Pesi Comitato Residenti	0,5	1,0	2,0	3,500	0,309
Pesi Comitato Imprenditori	0,3	0,5	1,0	1,833	0,162
Inconsistenza	0,01		Somma	11,333	1,000

I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

Come assegnare i coefficienti γ ?:

- Assegnazione dei pesi da parte degli attori (Amministrazione, Comitato Residenti e Comitato Imprenditori) adottando il «Delegation Process» di Bodily.

Membro che assegna i pesi		Pesi assegnati (P_{ij})			Somma righe
		Pesi Amministrazione	Pesi Comitato Residenti	Pesi Comitato Imprenditori	
Sotto gruppo (i)	Pesi Amministrazione	-	0,70	0,30	1,000
	Pesi Comitato Residenti	0,80	-	0,20	1,000
	Pesi Comitato Imprenditori	0,80	0,20	-	1,000
Somma colonne		1,60	0,90	0,50	3,000
Somma normalizzata (γ_i)		0,53	0,30	0,17	

Pesi Attori

I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

Matrice attori	Alternative		Peso attori
Attori	Direzionale	Residenziale	
Amministrazione	0,620	0,414	0,529
Comitato residenti	0,579	0,732	0,309
Comitato imprenditori	0,770	0,294	0,162

I metodi di analisi multicriterio a supporto GDM

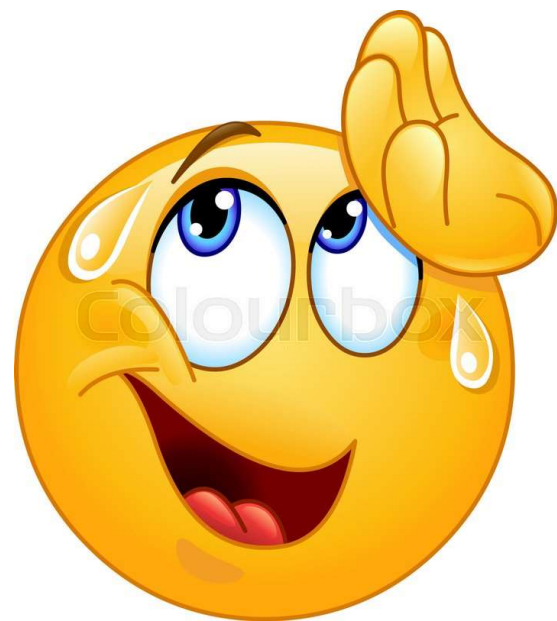
Matrice attori pesata	Alternative	
	Direzionale	Residenziale
Attori		
Amministrazione	0,328	0,219
Comitato residenti	0,179	0,226
Comitato imprenditori	0,124	0,047
SOMMA	0,632	0,493



Alternativa preferita

In conclusione....

- L'Analisi Multi-Attributo consente di affrontare efficacemente problemi di valutazione complessi.
- AMA si dimostra, alla prova operativa, molto flessibile e capace di supportare problemi di scelta molto diversi fra loro.
- AMA consente di incorporare agevolmente criteri di valutazione qualitativi, difficili da valutare monetariamente.
- I metodi di AMA devono essere applicati con certa attenzione poiché le assunzioni su alcuni passaggi, «apparentemente tecnici» possono influire sugli ordinamenti finali e distorcere la scelta.
- Per le alee evidenziate, il risultato dell'analisi non sostituisce mai il decisore nella scelta, ma deve essere considerato un supporto/aiuto alla decisione.



Grato per l'attenzione!