

ESERCIZI DI MATEMATICA II - Serie 3

Esercizio 1. Trovare una base per i sottospazi di \mathbb{R}^3 definiti dalle seguenti equazioni o sistemi di equazioni:

1. $x - y - z = 0$

2.
$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x + 4y + 2z = 0 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x + z = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

Esercizio 2. Scrivere un'equazione o un sistema di equazioni che definisca i seguenti sottospazi di \mathbb{R}^3

1. $\text{span}\langle(1, 1, 0), (0, 1, 1)\rangle$

2. $\text{span}\langle(1, 1, 0), (2, 2, 0)\rangle$

3. $\text{span}\langle(1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1)\rangle$

Esercizio 3. Dire se le seguenti famiglie di vettori sono linearmente dipendenti o indipendenti

1. $\mathcal{F}_1 = \{(1, 0, 0), (2, 1, 0), (0, 1, 1)\}$

2. $\mathcal{F}_1 = \{(1, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 1, 1)\}$

3. $\mathcal{F}_1 = \{(1, 2, 3), (3, 2, 1)\}$

Esercizio 4. Completare le seguenti famiglie in modo da ottenere delle basi di \mathbb{R}^3 .

1. $\mathcal{F}_1 = \{(1, 0, 1), (0, 1, 0)\}$

2. $\mathcal{F}_1 = \{(3, 2, 1)\}$

3. $\mathcal{F}_1 = \{(1, 0, 0), (1, 2, 3)\}$

Esercizio 5. Trovare una base ortonormale dei seguenti sottospazi di \mathbb{R}^3 .

1. $\text{span}\langle(1, 1, 0), (0, 1, 0)\rangle$

2. $x + y + z = 0$

3.
$$\begin{cases} x + y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$$