**ESERCIZI DI MATEMATICA II - Serie 10**

**Esercizio 1.** Calcolare
$$\int_{\mathcal{C}} \vec{F}(s) \cdot \vec{\tau}(s)\, ds$$
dove $\vec{F}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ è il campo vettoriale di componenti
$$\begin{cases} F_1 = y - z \\ F_2 = z + x \\ F_3 = x + y \end{cases}$$
e $\mathcal{C}$ è una curva con parametrizzazione $\gamma(t) = (2\cos t, \sqrt{2}\sin t, \sqrt{2}\sin t)$, $t \in [0, 2\pi]$.

**Esercizio 2.** Sia $\vec{F}\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ il campo vettoriale di componenti
$$\begin{cases} F_1 = xy \\ F_2 = \frac{1}{2}x^2 \end{cases} .$$

1. Verificare che $\vec{F}$ è irrotazionale
2. Verificare che $\vec{F}$ è conservativo e trovare un suo potenziale.

**Esercizio 3.** Sia $\vec{F}\colon \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z > 0\} \to \mathbb{R}^3$ il campo vettoriale di componenti
$$\begin{cases} F_1 = 3x^2y \\ F_2 = x^3 \\ F_3 = -\frac{1}{z} \end{cases} .$$

1. Verificare che $\vec{F}$ è irrotazionale
2. Verificare che $\vec{F}$ è conservativo e trovare un suo potenziale.

**Esercizio 4.** Calcolare l'area della superficie del toro (aka ciambella) di parametrizzazione $\Lambda\colon ]0, 2\pi[\times]0, 2\pi[\to \mathbb{R}^3$,

$$\Lambda(\phi, \theta) = ((R + r\cos\theta)\cos\phi, (R + r\cos\theta)\sin\phi, r\sin\theta)$$

dove $0 < r < R$.

**Esercizio 5.** Sia $\vec{F}\colon \mathbb{R}^3 \setminus \{0\} \to \mathbb{R}^3$ il campo vettoriale di componenti

$$\begin{cases} F_1 = \frac{x}{\|(x,y,z)\|^3} \\ F_2 = \frac{y}{\|(x,y,z)\|^3} \\ F_3 = \frac{z}{\|(x,y,z)\|^3} \end{cases} .$$

Calcolare il flusso di $\vec{F}$ in uscita attraverso la superficie

$$\mathcal{S} = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1\},$$

ovvero

$$\iint_{\mathcal{S}} \vec{F}(s) \cdot \vec{\nu}(s)\, ds.$$