

ANALISI COMPLESSA – Esercizi – Foglio 8

Esercizio 1 Dimostrare che la funzione

$$\phi(z) := \frac{1+z}{1-z}$$

è iniettiva, e mappa:

- (1) $\mathbb{C} \setminus \{1\}$ su $\mathbb{C} \setminus \{-1\}$;
- (2) $\{w \mid w = e^{i\theta}, \theta \in]0, 2\pi[\}$ su $\{w \mid \operatorname{Re} w = 0\}$;
- (3) $D(0, 1)$ su $\{w \mid \operatorname{Re} w > 0\}$

Esercizio 2 Sia

$$S_{\pi/8} := \{re^{i\theta} \mid r > 0, 0 < \theta < \pi/8\}.$$

Trovare esplicitamente una mappa bi-olomorfa Φ da $S_{\pi/8}$ in $D(0, 1)$.

Esercizio 3. Si consideri la striscia

$$S := \{z \mid 0 < \operatorname{Im} z < 2\pi\}.$$

Determinare esplicitamente una mappa bi-olomorfa Φ da S in $D(0, 1)$

Esercizio 4. Dimostrare che $\mathbb{C} \setminus [-1, 1]$ è biolomorficamente equivalente a $D(0, 1) \setminus \{0\}$.