

ANALISI COMPLESSA – Prova scritta (14 giugno 2022)

Esercizio 1 Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 4} dx.$$

Esercizio 2. Determinare quanti zeri ha il polinomio $p(z)$ in $D(0, 1)$ dove

$$p(z) = 3z^5 + z^4 + 1$$

Esercizio 3. Scrivere la serie di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)(z-3)}$$

nella corona circolare $2 < |z| < 3$.

Esercizio 4 Risolvere esplicitamente il seguente problema di Dirichlet:

$$\begin{cases} \Delta u = 0 & (x, y) \in D \\ u = h & (x, y) \in \partial D \end{cases}$$

dove $D = D(0, 1)$ e $h(x, y) = y + 2x + x^2y$

Esercizio 5. Sia

$$\gamma(t) := \begin{cases} 1 + e^{it} & t \in [-\pi, \pi] \\ -1 + e^{-i(t+\pi)} & t \in [\pi, 3\pi] \end{cases}$$

Si calcoli

$$\int_{\gamma} \frac{1}{z^2 - 1} dz.$$