

**ANALISI COMPLESSA – Prova scritta (29 giugno 2022)**

**Esercizio 1** Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^4 + 3x^2 + 2} dx.$$

**Esercizio 2.** Determinare quanti zeri ha il polinomio  $p(z)$  in  $D(0, 1)$  dove

$$p(z) = z^4 + 10z + 1.$$

**Esercizio 3.** Scrivere la serie di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$$

nella corona circolare  $2 < |z|$ .

**Esercizio 4** Risolvere esplicitamente il seguente problema di Dirichlet:

$$\begin{cases} \Delta u = 0 & (x, y) \in D \\ u = h & (x, y) \in \partial D \end{cases}$$

dove  $D = D(0, 1)$  e  $h(x, y) = x + xy^2$

**Esercizio 5.** Sia  $\Omega := \mathbb{C} \setminus \{0\}$ ; siano  $\alpha(t) := e^{it}$  e  $\beta(t) := 3e^{-2it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ , e sia  $\sigma := 2\alpha + \beta$ . Si stabilisca se  $\sigma$  è omologo a 0 in  $\Omega$ .