

Geometria 3 – Topologia

III appello d'esame

Anno accademico 2024-2025

10/6/2025

Motivare adeguatamente le risposte. Per l'ammissione all'orale occorrono almeno 18 punti.
Tempo a disposizione: 3 ore.

- 1) (7 punti) Consideriamo \mathbb{N} con la topologia discreta. $\widehat{\mathbb{N}}$ si può immergere in \mathbb{R} ? Se sì, determinare una tale immersione.
- 2) (8 punti) Sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un'immersione. Dimostrare che $\text{Int}_{\mathbb{R}^3} f(\mathbb{R}^2) = \emptyset$.
- 3) (7 punti) Siano $a, b, c \in \mathbb{R}^2$ tre punti non allineati. Dimostrare che esiste un omeomorfismo $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tale che $f(a), f(b), f(c)$ siano allineati.
- 4) (8 punti) Consideriamo le inclusioni canoniche $\mathbb{R} \subset \mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}P^1 \subset \mathbb{R}P^3$.
 - a) (4 punti) Determinare una retrazione per deformazione forte di \mathbb{R}^3 su \mathbb{R} .
 - b) (4 punti) Dimostrare che non esiste una retrazione di $\mathbb{R}P^3$ su $\mathbb{R}P^1$.