

# Geometria 3 - Topologia

## Foglio di esercizi 1

Giustificare adeguatamente le risposte.

- 1) Determinare tutte le topologie sull'insieme  $X_2 = \{1, 2\}$ .
- 2) Determinare tutte le topologie sull'insieme  $X_3 = \{1, 2, 3\}$ .
- 3) Dire se la seguente famiglia di insiemi è base per una topologia su  $\mathbb{R}$ :

$$\mathcal{B} = \{]a, +\infty[ \mid a \in \mathbb{R}\}.$$

Se sì, quali sono gli aperti e i chiusi?

- 4) Dimostrare che la famiglia di insiemi

$$\mathcal{B} = \{]a, b[ \mid a, b \in \mathbb{Q} \text{ e } a < b\}$$

è base per la topologia Euclidea su  $\mathbb{R}$ .

- 5) Dimostrare che la famiglia di insiemi

$$\mathcal{B} = \{[a, b[ \mid a, b \in \mathbb{Q} \text{ e } a < b\}$$

è base per una topologia su  $\mathbb{R}$  che contiene strettamente la topologia Euclidea.  
 $\mathcal{T}_{\mathcal{B}}$  coincide con la topologia di Sorgenfrey?