

# Geometria 3 – Topologia

## I appello d'esame

Anno accademico 2022-2023

17/1/2023

Giustificare adeguatamente le risposte.

- 1) Calcolare  $\pi_1(\mathbb{R}P^2 \times S^2)$ .
- 2) Sia  $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0 \text{ e } y \geq 0\} \subset \mathbb{R}^2$ .
  - (a) Dimostrare che  $X$  è contraibile.
  - (b) Dimostrare che  $X$  non è compatto.
  - (c) Determinare le componenti connesse e le componenti connesse per archi di  $\mathbb{R}^2 - X$ .
  - (d) Dimostrare che  $X$  non si può immergere in  $\mathbb{R}$ .
- 3) Dimostrare che il polinomio complesso

$$f = x^7 - 3ix^5 + (1 + i)x^2 + (5 + \sqrt{2})x + 1$$

ammette almeno uno zero  $\alpha \in \mathbb{C}$  tale che  $|\alpha| \leq 1$ .

- 4) Dimostrare che ogni spazio compatto di Hausdorff è regolare.