

Geometria 3 – Topologia

V appello d'esame

Anno accademico 2022-2023

25/7/2023

Giustificare adeguatamente le risposte.

Il punteggio minimo per l'ammissione all'orale è 16.

1) (8 punti). Sia $L \subset \mathbb{R}^3$ una retta affine.

(a) (4 punti). Dimostrare che $\mathbb{R}^3 - L$ è omotopicamente equivalente a $\mathbb{R}^2 - \{0\}$.

(b) (4 punti). Calcolare $\pi_1(\mathbb{R}^3 - L)$.

2) (8 punti). Sia $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0\} \subset \mathbb{R}^2$.

(a) (4 punti). Dimostrare che X ammette una retrazione per deformazione forte su $\{(0, 0)\}$.

(b) (4 punti). Dimostrare che X non è omeomorfo a \mathbb{R} .

3) (7 punti). Per ogni $a \in \mathbb{C}$ consideriamo il polinomio complesso

$$f_a(x) = x^{13} - (1 + i)x^9 + 5ix^5 + x^4 + ax + 3.$$

Dimostrare che se $|a| \geq 10 + \sqrt{2}$ allora f_a ammette almeno una radice complessa di modulo ≤ 1 .

4) (7 punti). Sia $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua e biiettiva. Dimostrare che h è un omeomorfismo.