

MATEMATICA ATTUARIALE

DELLE

ASSICURAZIONI VITA

Ermanno Pitacco

ermanno.pitacco@deams.units.it



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI TRIESTE

Introduzione

alla Matematica Attuariale delle Assicurazioni Vita

**(ed alla Tecnica Attuariale
delle Assicurazioni di Persone)**

Matematica e tecnica attuariale

Matematica e tecnica: corpus disciplinare formalizzato, orientato all'analisi di aspetti quantitativi

Attenzione rivolta a:

- questioni metodologiche (\Rightarrow “matematica” attuariale)
- problemi applicativi (\Rightarrow “tecnica” attuariale)

Significato di **attuariale**

- Significato storico in latino: *actuarius* era chi redigeva gli *acta*, in particolare senatoriali

Osservazione

Significato lontano da quello attuale, collegato in particolare (ma non solo) alle attività assicurative. Problemi assicurativi presenti peraltro anche nell'antica Roma; esempio: tavola di mortalità di Ulpiano (220 d.C.), costruita per valutare rendite collegate ad eredità

Matematica e tecnica attuariale (cont.)

- Nel Settecento, Inghilterra: il termine *actuary* è impiegato con significato simile a quello “moderno” (ma più ristretto); ufficializzato nel 1848 con la costituzione dell’Institute of Actuaries of Great Britain and Ireland
- In Germania per più di un secolo è stato usato il termine *Versicherungsmathematiker*: da un lato fa esplicito riferimento all’attività assicurativa, dall’altro sottolinea la base matematica della professione; il termine *Aktuar* è una recente acquisizione (*DAV = Deutsche Aktuarvereinigung*)
- In Italia il termine *attuario* è usato da fine Ottocento
 - ▷ 1897: fondata l’Associazione Italiana per l’Incremento della Scienza degli Attuari
 - ▷ 1929: fondato l’Istituto Italiano degli Attuari, che prosegue ed amplia l’attività della Associazione
 - ▷ 1942: legge di istituzione dell’Albo degli Attuari ⇒ Ordine professionale

- Significato “moderno” (ma ancora ristretto): studio di aspetti quantitativi dell’attività assicurativa
 - ▷ argomenti esclusi dall’ambito attuariale:
 - domanda di assicurazione (\Rightarrow Economia dell’assicurazione)
 - gestione dell’impresa di assicurazione (\Rightarrow Tecnica ed economia delle imprese assicuratrici)
 - ...
 - ▷ argomenti inclusi nell’ambito attuariale:
 - valutazione del costo (per l’assicuratore) dei prodotti assicurativi \Rightarrow premio (\Rightarrow prezzo dei prodotti assicurativi)
 - “gestione” dei premi incassati nel tempo \Rightarrow riserve tecniche (riserva matematica in assicurazioni vita)
 - valutazione degli utili attesi
 - valutazione della rischiosità di portafogli assicurativi; riassicurazione, allocazione di capitale proprio
 - ...

- Recente estensione del ruolo attuariale
 - ▷ analisi di problemi finanziari, anche al di fuori dell'attività assicurativa: scelte tra investimenti, scelte tra finanziamenti
 - ▷ valutazioni di rischio in varie attività economiche, e scelte relative alla gestione di rischi (in particolare: ritenzione, hedging, trasferimento, ecc. \Rightarrow *Enterprise Risk Management*, e in particolare *Quantitative Risk Management*)
 - ▷ analisi statistiche, soprattutto relative a fenomeni economico-finanziari

Matematica e tecnica attuariale **delle assicurazioni** \Rightarrow focus su aspetti quantitativi delle attività assicurative sulla vita e contro i danni, della gestione di fondi pensione, della gestione delle assicurazioni sociali

Obiettivi

- della *matematica attuariale*: fornire la struttura fondamentale sulla quale costruire metodi di calcolo di premi, riserve, ecc.; contributi metodologici da
 - ▷ matematica finanziaria
 - ▷ calcolo delle probabilità
- della *tecnica attuariale*: sintesi ed implementazione di contributi provenienti da
 - ▷ matematica attuariale
 - ▷ finanza matematica
 - ▷ economia e finanza d'azienda
 - ▷ statistica
 - ▷

con adattamento degli stessi alle condizioni di mercato, normative, ecc.

Assicurazioni “vita”

In senso stretto: *assicurazioni sulla durata di vita* \Rightarrow il pagamento di benefici (prestazioni dell'assicuratore) dipende solo dalla durata di vita dell'assicurato

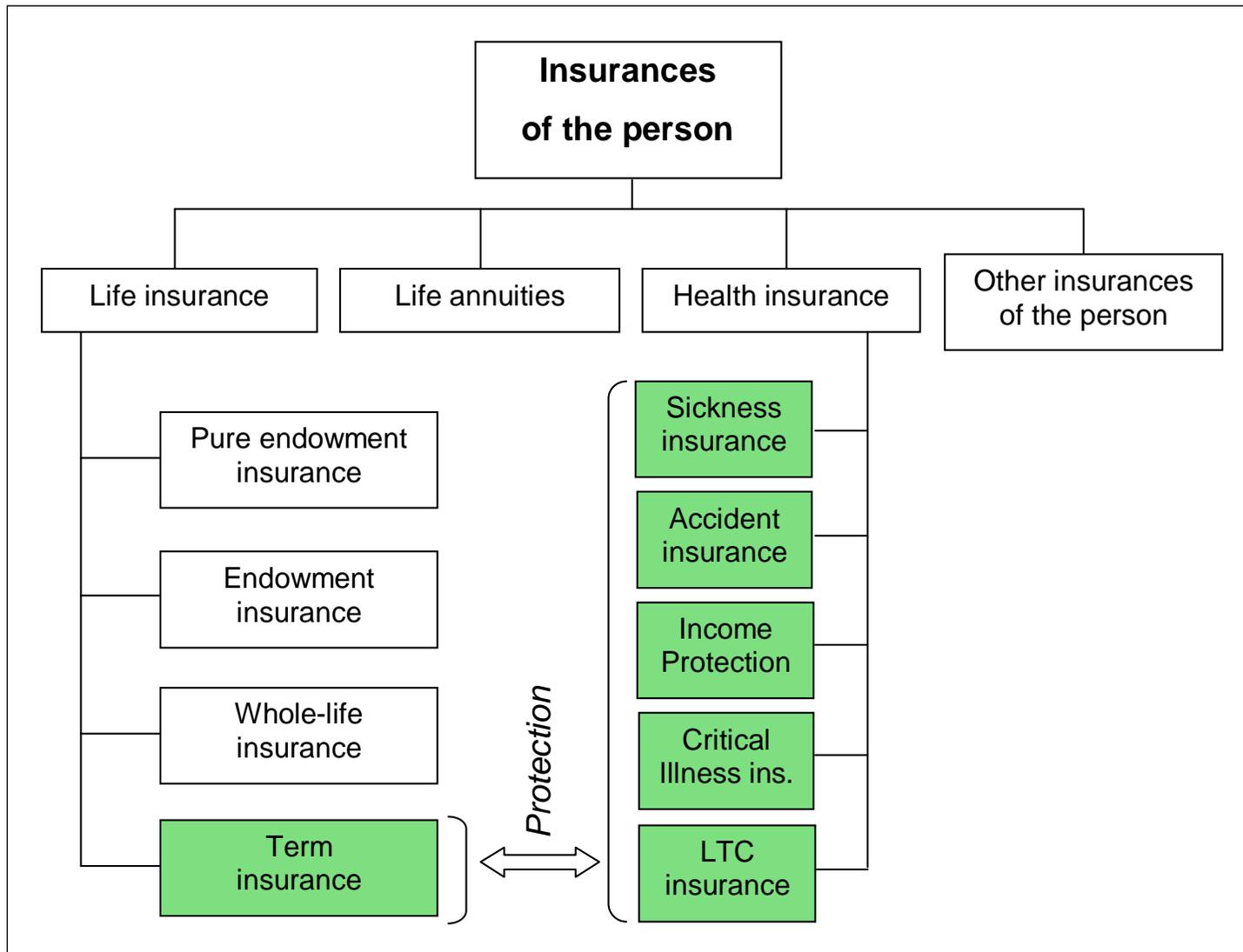
Categoria più ampia: *assicurazioni di persone*, che coprono:

- ▷ rischi collegati alla durata di vita
- ▷ rischi collegati alle condizioni di salute
- ▷ ...

(vedi: Tecnica attuariale delle assicurazioni di persone) ma escludono:

- ▷ rischi relativi alla persona in quanto professionista, o imprenditore, ecc. (es. responsabilità civile)
- ▷ rischi relativi alla persona in quanto conducente un autoveicolo o motoveicolo (es. responsabilità civile)
- ▷ rischi relativi all'abitazione di una persona (es. furto, incendio, ...)
- ▷ ...

Assicurazioni “vita” (cont.)



Assicurazioni di persone: classificazione

Assicurazioni vita classificabili in

- *libere*: stipulate in seguito a libera scelta del contraente (oggetto di questo insegnamento)
- *obbligatorie*: riguardanti collettività di persone
 - ▷ fondi pensione
 - ▷ assicurazioni sociali (sistemi di sicurezza sociale)

Inoltre:

- assicurazioni sulla durata di vita di una persona (“testa” assicurata)
- assicurazioni sulle durate di vita di più persone (“gruppo” assicurato, ad esempio una famiglia); esempio: rendite reversibili

Origine delle assicurazioni vita

Matematica attuariale: disciplina nata e sviluppata per far fronte ad esigenze pratiche di calcolo \Rightarrow collegamento tra origine delle discipline attuariali ed origine delle assicurazioni vita

- Fino al 1600: varie forme di contratto con lo scopo di protezione dalle conseguenze del rischio di decesso
- Fra metà 1600 e inizio 1700: prime forme di rendita vitalizia \Rightarrow rendite “tontine”. Principio base:
 - ▷ Raccolta di fondi da un insieme di sottoscrittori
 - ▷ Pagamento di un importo totale annuo costante ai sottoscrittori superstiti
 - ▷ Per ciascun sottoscrittore superstite \Rightarrow rendita di importo crescente
 - ▷ Assenza di calcoli tecnici per determinare la relazione tra totale dei contributi e importo totale annuo

Origine delle assicurazioni vita (cont.)

Esempi:

- Circa 1650: prima tontina, emessa dal governo francese (Luigi XIV) a scopo di finanziamento
- 1674: tontina emessa dalla City of London
- 1706: fondata la Amicable (Amicable Society for a Perpetual Assurances)
 - ▷ Contratti pluriennali con beneficio caso morte
 - ▷ Raccolta annua di contributi individuali
 - ▷ Contributi non dipendenti dall'età
 - ▷ A fine anno ripartizione tra i beneficiari dei deceduti di
Contributi annui + interessi su invest. - spese - accantonamento a riserva
 - ▷ Principio della tontina applicato in caso morte
 - ▷ *Nessuna garanzia* sull'importo del beneficio

Origine delle assicurazioni vita (cont.)

- 1762: fondata la Equitable (Society for Equitable Assurances on Lives and Survivorships)
 - ▷ Contratti pluriennali con beneficio caso morte
 - ▷ Dato l'importo scelto per il beneficio, contributi individuali (premi) calcolati in base a:
 - Età (tavola di mortalità)
 - Ipotesi sul rendimento degli investimenti
 - ▷ Importo del beneficio *garantito*
 - ▷ Possibilità di aumento del beneficio grazie a partecipazione agli utili (bonus)
 - ▷ Inizio dell'assicurazione vita su basi scientifiche
 - ▷ Il principio della garanzia nelle assicurazioni vita rimarrà inalterato fino al 1960 (nascita delle Unit-Linked)

Origine delle discipline attuariali

Nella seconda metà del Seicento e nel Settecento \Rightarrow fatti che contribuiscono alla nascita della matematica e tecnica attuariale delle assicurazioni vita

- 1662: costruzione della prima tavola di sopravvivenza elaborata con metodo scientifico da John Graunt, sulla base della mortalità osservata a Londra
- 1671 e 1693: formule di calcolo del valore attuariale di rendite vitalizie, proposte dal primo ministro olandese Jan de Witt (1671) e dall'astronomo Edmond Halley (1693)
- 1693: costruzione di una tavola di sopravvivenza da parte di Edmond Halley, sulla base della mortalità osservata a Wroclaw (Breslavia)
- 1725: pubblicato a Londra il volume *Annuities on Lives* di Abraham de Moivre, probabilmente il primo testo di matematica attuariale delle assicurazioni vita

Origine delle discipline attuariali (cont.)

- 1755: pubblicato a Londra il terzo volume del *Mathematical Repository* di James Dodson, in cui si trattano vari problemi matematici delle assicurazioni vita e, in particolare:
 - ▷ calcolo di premi annui costanti a fronte di costi annui attesi crescenti sostenuti dall'assicuratore (a causa di probabilità annue di decesso crescenti)
 - ▷ conseguente formazione di un fondo (riserva) inizialmente alimentato dalle eccedenze dei premi sui costi, e quindi usato per coprire l'insufficienza dei premi rispetto ai costi
- 1756: relazione di J. Dodson sulla posizione finanziaria di un assicuratore operante con premi annui costanti, su un orizzonte di 20 anni (\Rightarrow primo esempio di fusione tra matematica attuariale e tecnica attuariale)

Origine delle discipline attuariali (cont.)

- 1771: Richard Price pubblica *Observations on Reversionary Payments*, manuale per il calcolo di premi per assicurazioni vita, rimasto in uso per più di un secolo; valutazioni basate sulla *Northampton life table*, tavola costruita da Price sulla base della mortalità osservata nella popolazione di Northampton; sovrastima della mortalità rispetto a quella degli assicurati, quindi:
 - ▷ valutazione “prudenziale” per assicurazioni caso morte
 - ▷ valutazione non appropriata per rendite vitalizie
- 1774: il re d’Inghilterra Giorgio III promulga il *Gambling Act* (o *Life Assurance Act*), con cui si dichiarano lecite le assicurazioni sulla vita di una persona diversa dal contraente / beneficiario, purché vi sia un legittimo interesse economico del contraente / beneficiario
 - ▷ confine tra assicurazione e scommessa
 - ▷ concetto di “interesse assicurabile”, successivamente ripreso da varie legislazioni europee
 - ▷ esempio ante-litteram di controllo da parte di uno Stato sull’attività assicurativa

Origine delle discipline attuariali (cont.)

- 1780: J. Dodson, R. Price e W. Morgan propongono ed implementano il primo prodotto assicurativo sulla vita “with-profit” (partecipazione agli utili)

E la “Finanza” ?

- Problemi relativi agli investimenti (*assets*) vengono considerati solo dopo aver trovato una rigorosa (e quasi definitiva) soluzione dei problemi relativi agli impegni (*liabilities*) collegati alla durata di vita degli assicurati (problemi biometrici affrontabili con appropriate tavole di mortalità)
- 1862: Arthur Bailey pubblica la prima relazione su *asset-liability management* e sulle strategie di investimento in assicurazioni vita
- 1952: Frank Redington propone l’idea di “immunizzazione” dal rischio di variazione dei tassi di interesse sul mercato finanziario

Evoluzione delle discipline attuariali

Fattori che hanno contribuito all'evoluzione delle discipline attuariali:

- sviluppo del calcolo delle probabilità (definizione dei concetti di numero aleatorio e di processo stocastico)
- variazioni nello scenario economico; ad esempio: inflazione e conseguente necessità di definire appropriati prodotti assicurativi vita
- evoluzione delle tecnologie elettroniche \Rightarrow risorse di calcolo automatico a basso costo \Rightarrow approccio “computazionale” a varie discipline e in particolare al calcolo attuariale \Rightarrow costruzione di modelli complessi ad elevato grado di realismo
- contributi dalla Finanza matematica (dalla seconda metà del Novecento): rischi di investimento, immunizzazione, opzioni, ...
- definizione dei modelli multistato Markoviani (e semi-Markoviani), alla fine degli anni Sessanta \Rightarrow sintesi di varie idee proposte nella matematica attuariale nell'arco di due secoli

Evoluzione delle discipline attuariali (cont.)

Da circa trent'anni:

- nuovi scenari
 - ▷ demografici (diminuzione della mortalità)
 - ▷ finanziari (disponibilità di vari strumenti finanziari)
- concorrenza (in particolare, ma non solo, in ambito Unione Europea)
- nuove normative a livello europeo o internazionale (solvibilità, standard contabili)

Matematica attuariale ed altre discipline:

- matematica attuariale “impreparata” ad affrontare nuove sfide
 - ▷ metodo attuariale tradizionale basato su valori attesi (\Rightarrow deterministico)
 - ▷ non esplicita considerazione della rischiosità delle operazioni assicurative
 - ▷ non esplicita considerazione dell'impresa assicuratrice (e del relativo capitale proprio)

Evoluzione delle discipline attuariali (cont.)

- necessari contributi da altre discipline: economia aziendale, corporate finance, ...
- problemi di “coerenza” di concetti e linguaggio

Una spiegazione:

- matematica e tecnica attuariale: storicamente il primo caso di modelli quantitativi formalizzati per l'economia d'impresa
- solidità dell'impianto attuariale originale (settecentesco)
⇒ storica chiusura nei confronti di altre discipline

Rapido “invecchiamento” della matematica e tecnica attuariale

Necessità di trovare nuovi riferimenti, coerenti con le nuove necessità aziendali, quali

- ▷ valutazioni di portafogli e di LOBs (PVFP, Embedded Value, ...)
- ▷ quantificazione del profilo di rischio di portafogli assicurativi
- ▷ gestione dei rischi

Evoluzione delle discipline attuariali (cont.)

Un nuovo “sistema di riferimento”: ERM (Enterprise Risk Management)

- non un “nuovo modello” attuariale
- insieme di “linee guida” generali, per la gestione di attività rischiose (in particolare l’attività assicurativa)
- linee guida impiegabili per una reinterpretazione (formale e operativa) del processo assicurativo-riassicurativo
- maggiore consapevolezza nell’uso di strumenti attuariali tradizionali (prevalentemente deterministici)
- necessità di implementare strumenti attuariali stocastici (sia tradizionali sia innovativi)

Evoluzione dell'offerta in assicurazione vita

Prodotti assicurativi vita fino all'inizio dell'Ottocento:

prevalenza di prodotti fortemente “personalizzati”

⇒ contratti assicurativi confezionati in base alle esigenze di ciascun contraente e della sua famiglia

Tra Ottocento e inizio Novecento:

progressiva “standardizzazione” ⇒ passaggio ad una ben definita tipologia di prodotti

- ▷ assicurazione temporanea caso morte
- ▷ assicurazione mista
- ▷ rendita vitalizia
- ▷

Evoluzione dell'offerta in assicurazione vita (cont.)

Tra fine Novecento e Duemila:

- processo in certa misura “inverso”, basato sulla definizione di prodotti assicurativi (e pacchetti di prodotti assicurativi) “parametrici”, che consentono, a scelta del contraente, l'eventuale inclusione di benefici, di garanzie di minimo beneficio, di possibilità di scelte nel corso della durata contrattuale, ecc.;

esempi:

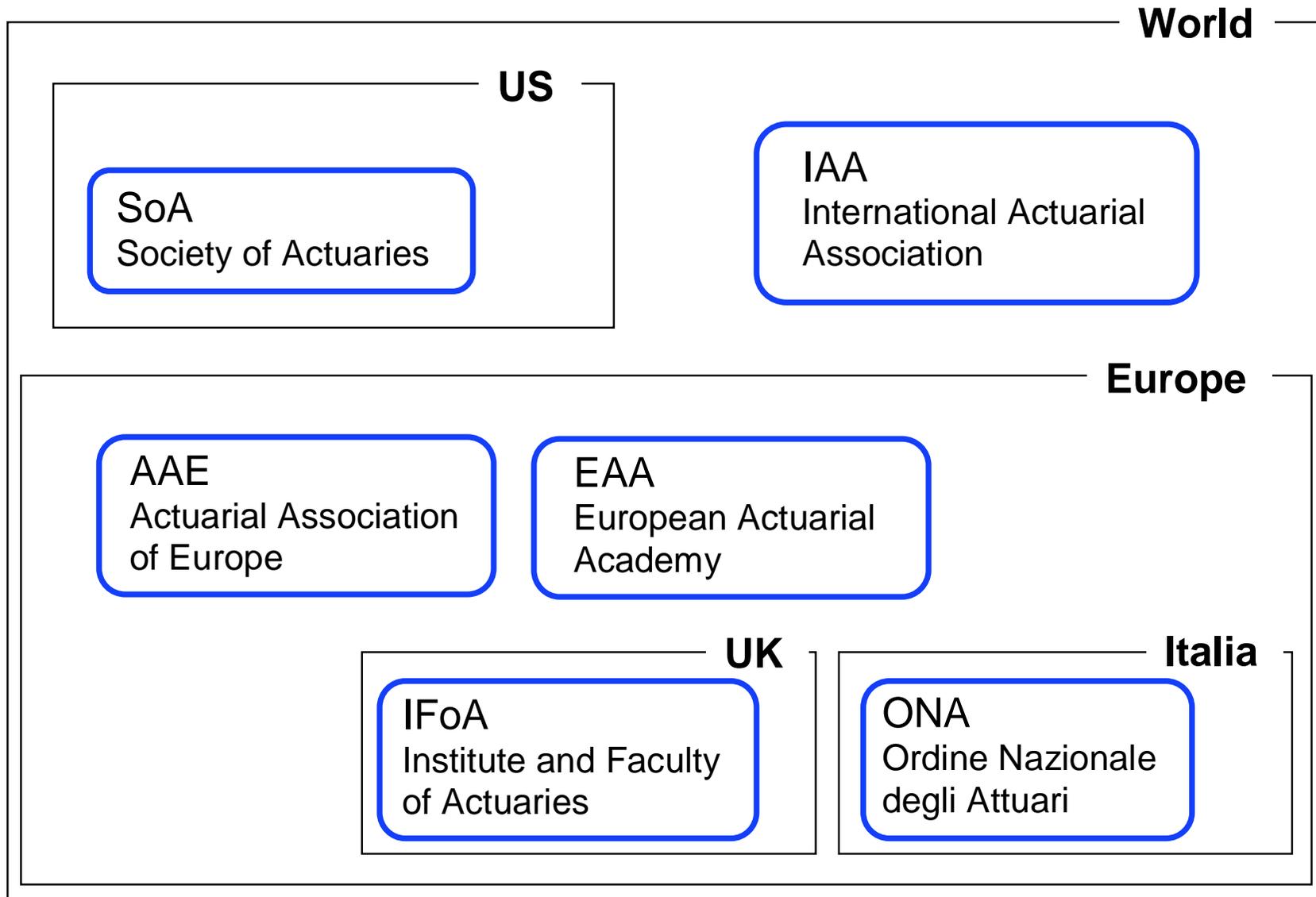
- ▷ assicurazioni Universal Life
- ▷ assicurazioni Unit-linked
- ▷ prodotti “ibridi” (o “multiramo”)
- ▷ Variable Annuities
- ▷

(argomenti trattati in Tecnica attuariale delle assicurazioni di persone)

Evoluzione dell'offerta in assicurazione vita (cont.)

- offerta di prodotti “semplificati”, adatti in particolare alla distribuzione via canale bancario; ad esempio:
 - ▷ quantificazione dei benefici caso vita e caso morte in funzione del cumulo di premi versati (\Rightarrow struttura simile a quella dei prodotti finanziari)
 - ▷ assenza (o ridotto numero) di possibilità di scelte da parte del cliente (prodotti “plain vanilla”, nel linguaggio della finanza)

Alcune istituzioni in ambito attuariale



Alcune istituzioni in ambito attuariale (cont.)

IAA	International Actuarial Association	http://www.actuaries.org/
SoA	Society of Actuaries	https://www.soa.org/
AAE	Actuarial Association of Europe	http://actuary.eu/
EAA	European Actuarial Academy	https://actuarial-academy.com/
IFoA	Institute and Faculty of Actuaries	http://www.actuaries.org.uk/
ONA	Ordine Nazionale degli Attuari	http://www.ordineattuari.it/

Agenda di

Matematica attuariale delle assicurazioni sulla vita

1. Rischi e assicurazione

- 1.1 Introduzione
- 1.2 “Rischio”: definizioni
- 1.3 Gestione dei rischi
- 1.4 Quantificazione dei rischi: alcuni modelli
- 1.5 Misure di rischio
- 1.6 Trasferimento dei rischi
- 1.7 Prodotti assicurativi

2. Portafogli di rischi

- 2.1 Introduzione
- 2.2 Classi di rischio e classi di premio

3. Basi biometriche

- 3.1 Introduzione
- 3.2 Tavole di mortalità
- 3.3 Una “legge” di mortalità
- 3.4 Valori sintetici
- 3.5 Dal modello base a modelli più generali
- 3.6 Eterogeneità
- 3.7 Tavole selezionate
- 3.8 Dinamica della mortalità. Tavole proiettate
- 3.9 Modelli a tempo continuo

4. Premi

- 4.1 Prodotti assicurativi vita
- 4.2 Valori attuariali
- 4.3 Premi unici
- 4.4 Premi periodici
- 4.5 Caricamenti per spese

5. Riserve matematiche

- 5.1 Introduzione
- 5.2 Aspetti generali
- 5.3 La riserva matematica di un contratto
- 5.4 Rischio e risparmio
- 5.5 Utili attesi
- 5.6 Riserve per spese
- 5.7 Valori di riscatto e valori di riduzione

C. Complementi

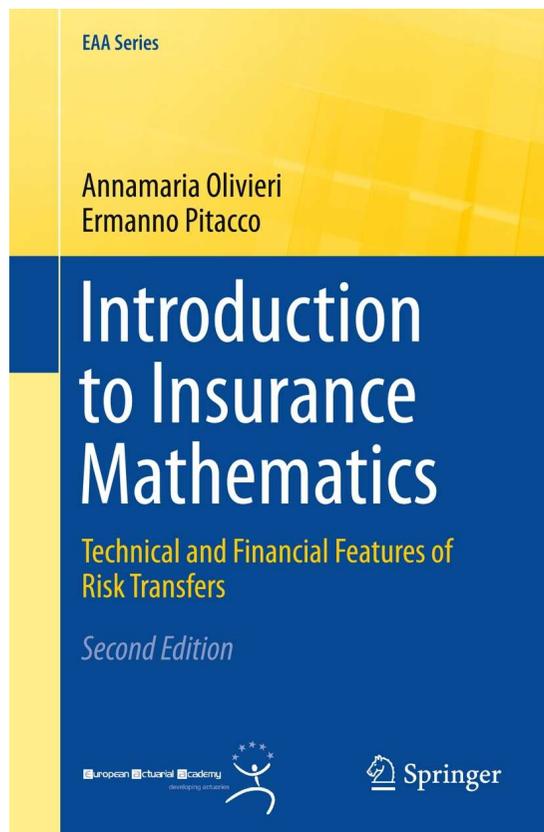
- C.1 Valori di commutazione
- C.2 Controassicurazioni
- C.3 Assicurazioni complementari
- C.4 Assicurazioni collettive e schemi previdenziali
- C.5 Valori attuariali in modelli a tempo continuo

Agenda (cont.)

La numerazione di capitoli e sezioni nelle slides fa riferimento a:

A. Olivieri, E. Pitacco, *Introduction to Insurance Mathematics. Technical and Financial Features of Risk Transfers*, 2nd Edition, Springer, 2015

Fanno eccezione gli argomenti trattati in “Complementi”



Capitoli:

1, 2 (2.1, 2.2), 3, 4, 5