

Geometria 3 – Topologia

VI appello d'esame

Anno accademico 2023-2024

4/9/2024

Motivare adeguatamente le risposte. Per l'ammissione all'orale occorrono almeno 18 punti.
Tempo a disposizione: 3 ore.

- 1) (9 punti) Consideriamo il sottospazio $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^5 - \cos x\} \subset \mathbb{R}^2$.
 - (a) (6 punti) Determinare un omeomorfismo di \mathbb{R}^2 che manda l'asse x su S .
 - (b) (3 punti) Quante componenti connesse per archi ha $\mathbb{R}^2 - S$?
- 2) (5 punti). Siano X e Y spazi topologici e sia $f: X \rightarrow Y$ continua e suriettiva. Dimostrare che se X è connesso per archi allora Y è connesso per archi.
- 3) (8 punti). Determinare il gruppo fondamentale del complementare di un piano affine in \mathbb{R}^4 .
- 4) (8 punti). Dimostrare che gli aperti non vuoti di \mathbb{R}^n sono localmente compatti e localmente connessi per archi.