



**UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TRIESTE**



Dipartimento di

Fisica

Dipartimento d'Eccellenza 2023-2027

Laboratorio di Fisica Computazionale

FI020004-4

**Caos deterministico:
una contraddizione di termini?**

Maria Peressi

Università degli Studi di Trieste - Dipartimento di Fisica

Sede di Miramare (Strada Costiera 11, Trieste)

e-mail: peressi@units.it

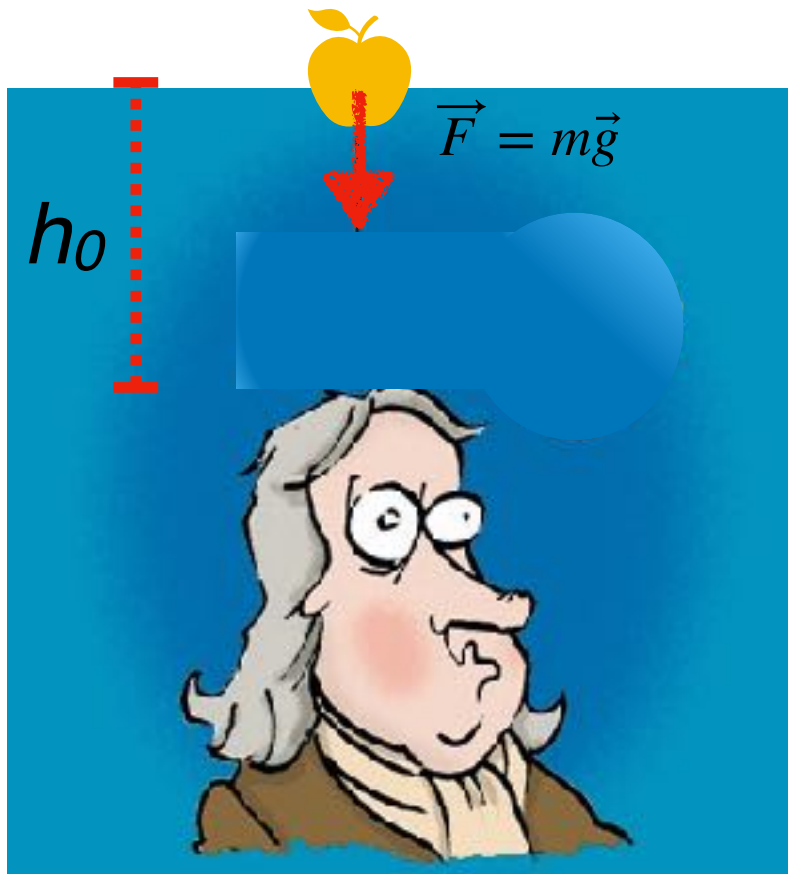
quali caratteristiche o sinonimi associ alla parola "caos"?



quali caratteristiche o sinonimi associ alla parola "determinismo"?



Alcuni fenomeni naturali sono pianificabili, hanno un andamento prevedibile (o predicibile), con evoluzione regolare...



Se conosco la forza,
la posizione
e velocità iniziale

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

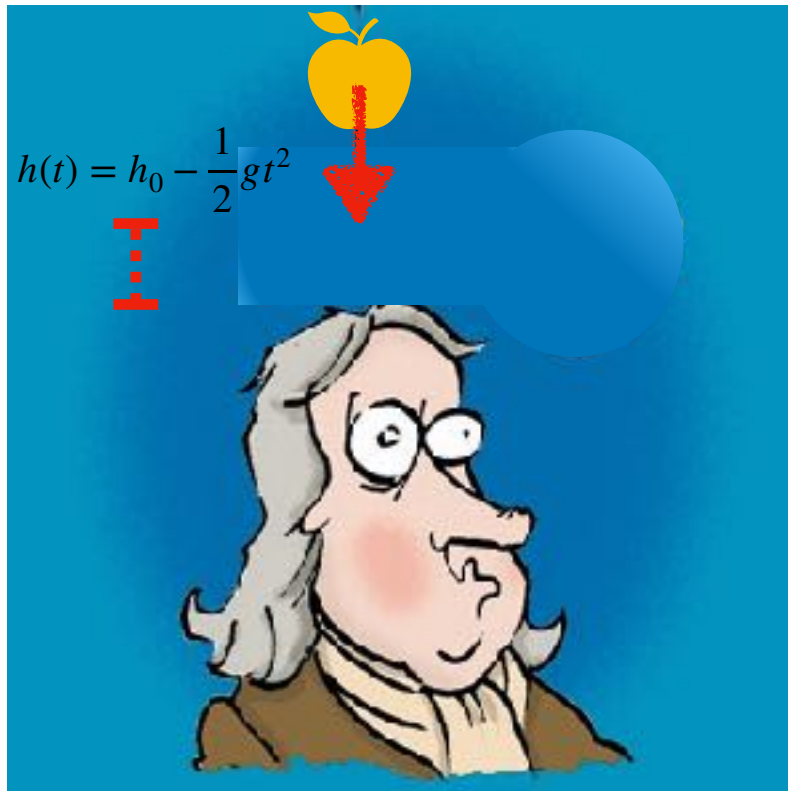
$$h_0 = 10 \text{ m}$$

$$v_0 = 0 \text{ m/s}$$

ottengo la legge del
moto in **modo univoco**

Quindi l'evoluzione è
predicibile !

Alcuni fenomeni naturali sono pianificabili, hanno un andamento prevedibile (o predicibile), con evoluzione regolare...



Se conosco la forza,
la posizione
e velocità iniziale

ottengo la legge del
moto in **modo univoco**

Quindi l'evoluzione è
predicibile !

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

$$h_0 = 10 \text{ m}$$

$$v_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$h(t) = h_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

Alcuni fenomeni naturali sono pianificabili, hanno un andamento prevedibile (o predicibile), con evoluzione regolare...



Se conosco la forza,
la posizione
e velocità iniziale

ottengo la legge del
moto in **modo univoco**

Quindi l'evoluzione è
predicibile !

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

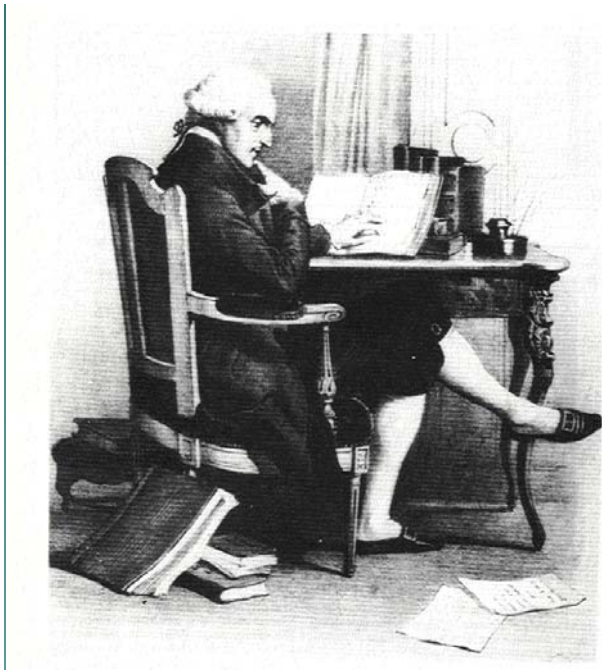
$$h_0 = 10 \text{ m}$$

$$v_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$h(t) = h_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

$$t_{caduta} = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

Il “manifesto” del determinismo meccanicista



Laplace (1749-1827)
*"Essai philosophique sur
les probabilités"*

"Noi dobbiamo riguardare **il presente stato dell'universo come l'effetto del suo stato precedente e come la causa di quello che seguirà.** Ammesso per un istante che una **mente** possa tener conto di tutte le forze che animano la natura, assieme alla rispettiva situazione degli esseri che la compongono, se tale mente fosse sufficientemente vasta da poter sottoporre questi dati ad analisi, essa abbraccerebbe nella stessa formula i moti dei corpi più grandi dell'universo assieme a quelli degli atomi più leggeri. **Per essa niente sarebbe incerto ed il futuro, così come il passato, sarebbe presente ai suoi occhi.**"

Determinismo == predicibilità

Riassumendo, secondo Laplace:

- la predicibilità coincide con la descrizione di un sistema mediante equazioni deterministiche;
- se queste sono scrivibili, allora la soluzione è completamente e univocamente calcolabile in linea di principio;
- se non lo è, è solo per un problema “tecnico” di nostra incapacità o imprecisione nel calcolo

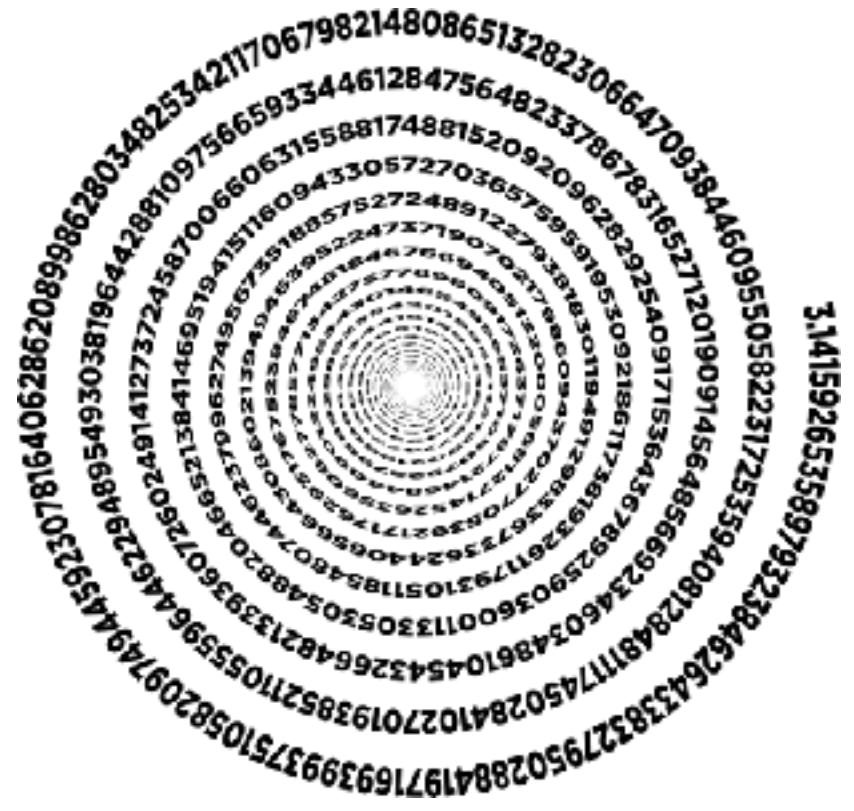
ragionevole, esaustivo o pretenzioso?
(chiediamocelo dal punto di vista scientifico)

(lasciamo aperta la domanda...)

Determinismo =?= predicibilità

problema “tecnico” di nostra incapacità o imprecisione nel calcolo ?

certamente un problema c'è.... (quante cifre sappiamo/possiamo usare?
quante possono essere immagazzinate in un computer?)



Determinismo =?= predicibilità

Ammettiamo di non avere questi problemi
“tecnici”...

possiamo davvero dire che tutti i sistemi dominati
da leggi deterministiche sono predicibili ?

(chiedere di fare esempi in natura di sistemi imprevedibili)

Determinismo \neq predicibilità

Alcuni sono imprevedibili perché
intrinsecamente casuali, cioè determinati da
leggi probabilistiche...

... ma altri no!!!

Determinismo e imprevedibilità

Perchè... ?

il tempo che farà fra due settimane

i terremoti

il moto della pallina alla roulette

il moto di una piuma che cade

il gocciolamento di un rubinetto

...

sembrano essere dominati dal caso e **sfidano la nostra possibilità di previsione, nonostante siano tutti fenomeni descrivibili con leggi deterministiche?**

Poincaré e il caos deterministico



Poincaré' (1854-1912)
"Science et Methode"

"Se conoscessimo esattamente le leggi della natura e la situazione dell'universo all'istante iniziale, potremmo prevedere esattamente la situazione dello stesso universo in un istante successivo. **Ma se pure accadesse che le leggi naturali non avessero più alcun segreto per noi, anche in tal caso potremmo conoscere la situazione iniziale solo approssimativamente.**

Se questo ci permettesse di prevedere la situazione successiva con la stessa approssimazione, non ci occorrerebbe di più e dovremmo dire che il fenomeno è stato previsto.

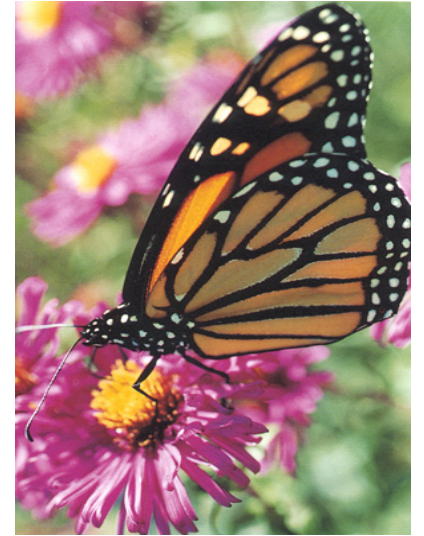
Ma non è sempre così; **può accadere che piccole differenze nelle condizioni iniziali ne producano di grandissime nei fenomeni finali...**"

Caos deterministico

- se l'evoluzione di un sistema è caotica, pur essendo governata da leggi deterministiche (ben precise!)

e cioè

- l'evoluzione dipende sensibilmente dalle condizioni iniziali, cioè variazioni arbitrariamente piccole nelle condizioni iniziali (posizioni, velocità) causano poi differenze molto grandi



*(in meteorologia:
metafora
"effetto farfalla",
Lorentz 1963)*

Il caos nel pendolo doppio



By Catslash - Own work, Public Domain, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=10404903>

Il caos nel sistema solare

Il quadro della cosmologia newtoniana viene messo in crisi dai lavori di [Poincaré](#), il quale dimostra che il sistema costituito da [tre corpi](#) (esempio: Sole, Terra, Luna, studiato fin dal 1700) sottoposti alla forza di gravitazione **non è esattamente risolvibile**.

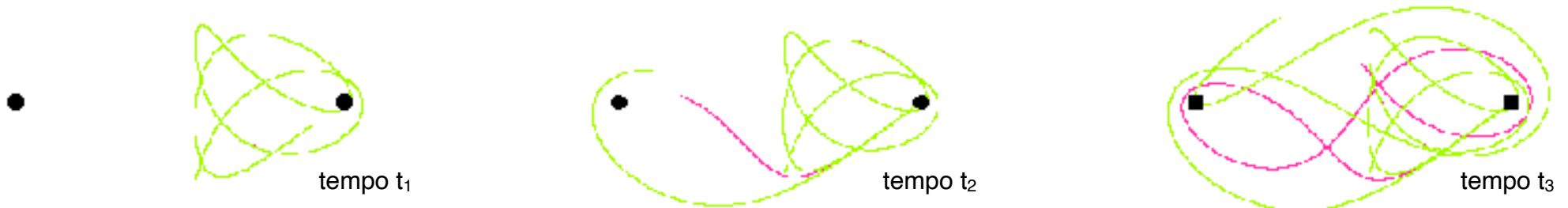
Piu' precisamente: si puo' calcolare un soluzione approssimata valida per un certo intervallo di tempo; ma non si puo' calcolare con un errore arbitrariamente piccolo una soluzione valida per un tempo arbitrariamente grande e per tutte le condizioni iniziali vicine ad una certa data.

Il caos nel sistema solare

ci sono sia orbite **stabili** che orbite **instabili**,
cioè tali per cui un piccolo cambiamento delle
condizioni iniziali porta ad un cambiamento
notevole dell'orbita

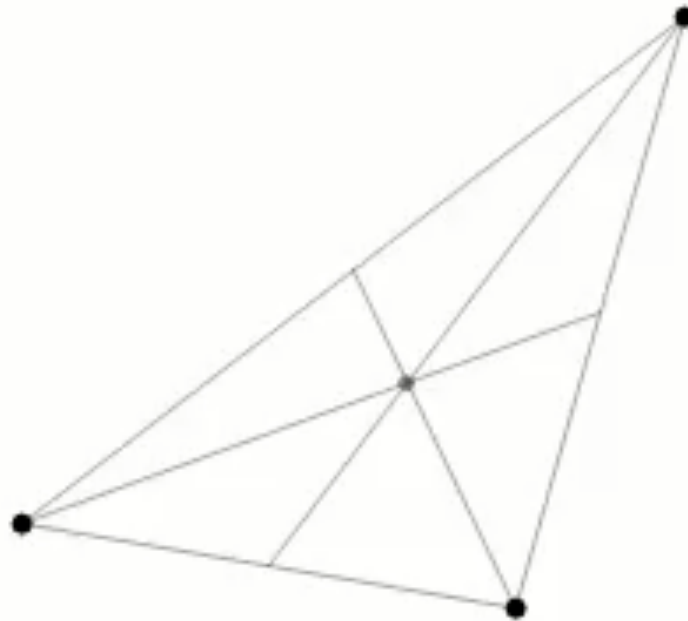
[https://faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/Chaos/
anim3body2.html](https://faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/Chaos/anim3body2.html)

(qui: un terzo pianetino nel campo gravitazionale di due più massici; la
trattoria verde e quella fucsia sono ottenute con una variazione di velocità
orizzontale iniziale di 1%: per un po' si vede solo la curve verde perchè le
due trattorie sono sovrapposte; ma poi divergono!)



Il caos nel sistema solare

Esempio di 3 corpi identici con velocità iniziale nulla e posizioni nei vertici di un triangolo scaleno (Poincarè, 1900)



By Dnttlthmmnm - Own work, CC BY-SA 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=59538221>

Il caos nel sistema solare

5 Settembre 1977: partono, a distanza di 16 giorni l'una dall'altra, due sonde gemelle (Voyager-1 e 2).

Arrivata a Saturno, la prima individua **Iperione**, dalla forma irregolare a patata, che compie **piroette irregolari** intorno alla sua orbita, essendo la sua orbita perturbata da **Titano**, la più grande delle lune di **Saturno**.

Se anche Voyager-1 avesse misurato con estrema precisione il suo moto, sarebbe stato impossibile prevedere il punto esatto in cui Voyager-2 l'avrebbe incontrata 16 giorni più tardi.



Se si assume che il moto di Iperione si svolga sotto la sola attrazione di Saturno e Titano e si calcolano le possibili orbite di Iperione, si scopre che per alcune condizioni iniziali, compresa quella che corrisponde al vero Iperione, il moto è regolare; per condizioni iniziali diverse, ma non di molto, il moto è caotico.

Fu tra i primi esempi di moto caotico trovati in situazioni astronomiche reali, verso la fine degli anni '70.

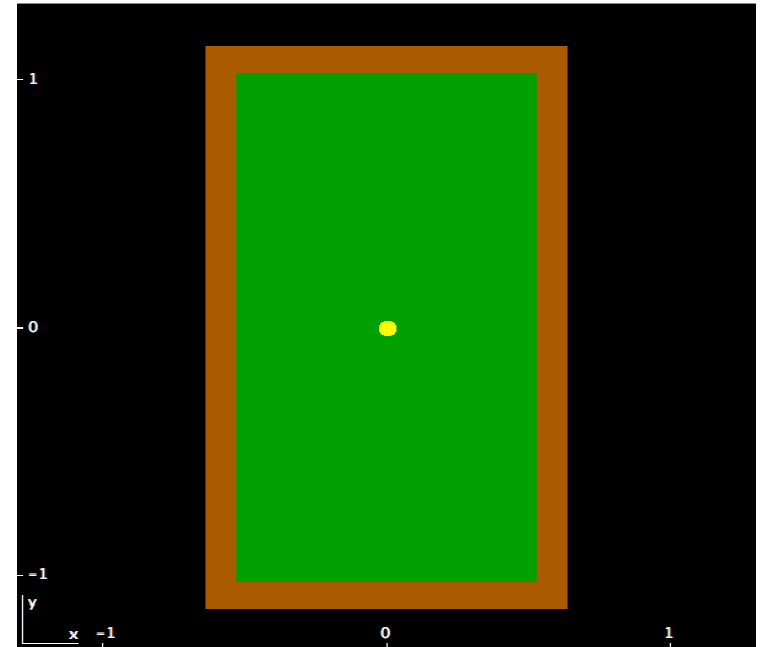


giociamo a biliardo! (semplificato!)

bocce **puntiforme**
(nessuna rotazione)

tavolo e bordi **perfettamente lisci**
(zero attrito)

urti **perfettamente elastici**
(le bocce non si fermano mai!)



Modelli “strani” di biliardo

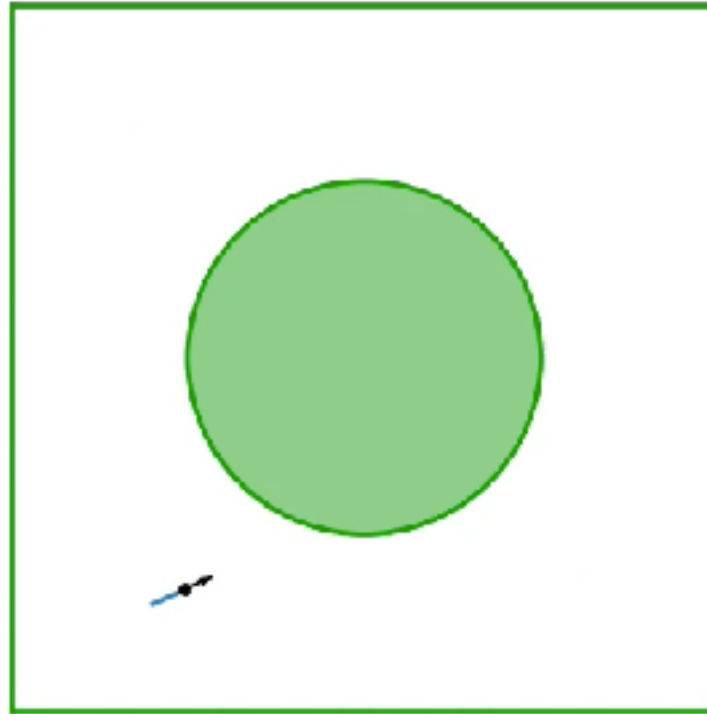
https://en.wikipedia.org/wiki/Dynamical_billiards



By George Datseris - Own work, CC BY-SA 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=8469040>

Modelli “strani” di biliardo

https://en.wikipedia.org/wiki/Dynamical_billiards

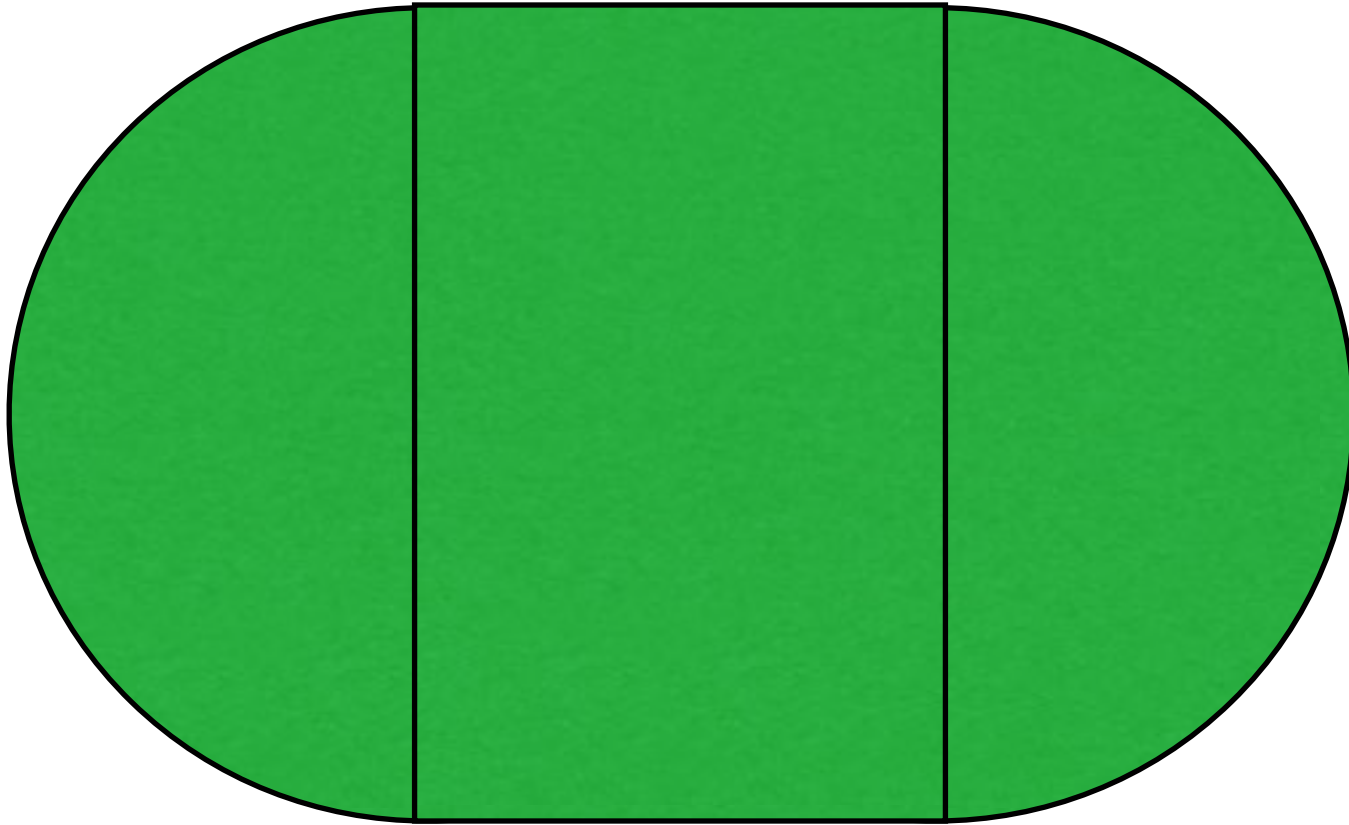


By George Datsoris - Own work, CC BY-SA 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=8469040>

Sperimentiamo!

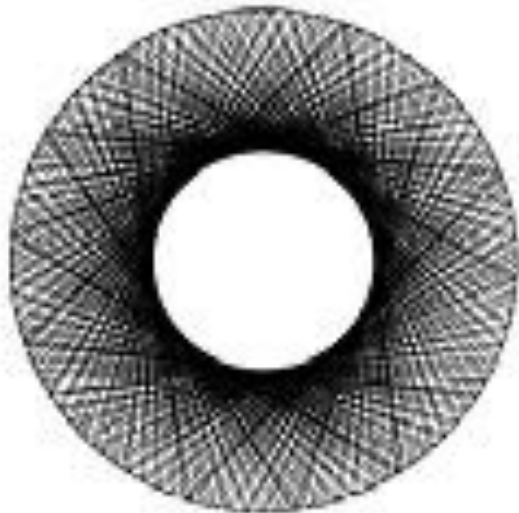
Codice **BiliardiECaos**
In java

Un modello “strano” di biliardo



Abbiamo trovato:

biliardi circolari

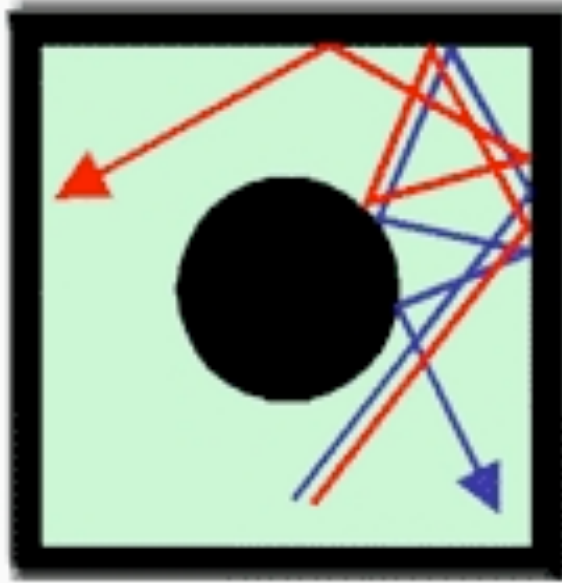
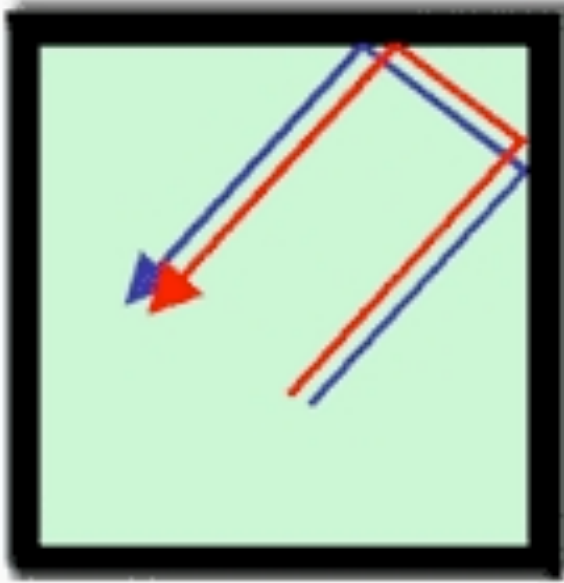


biliardi "a stadio"



?

Modelli “strani” di biliardo

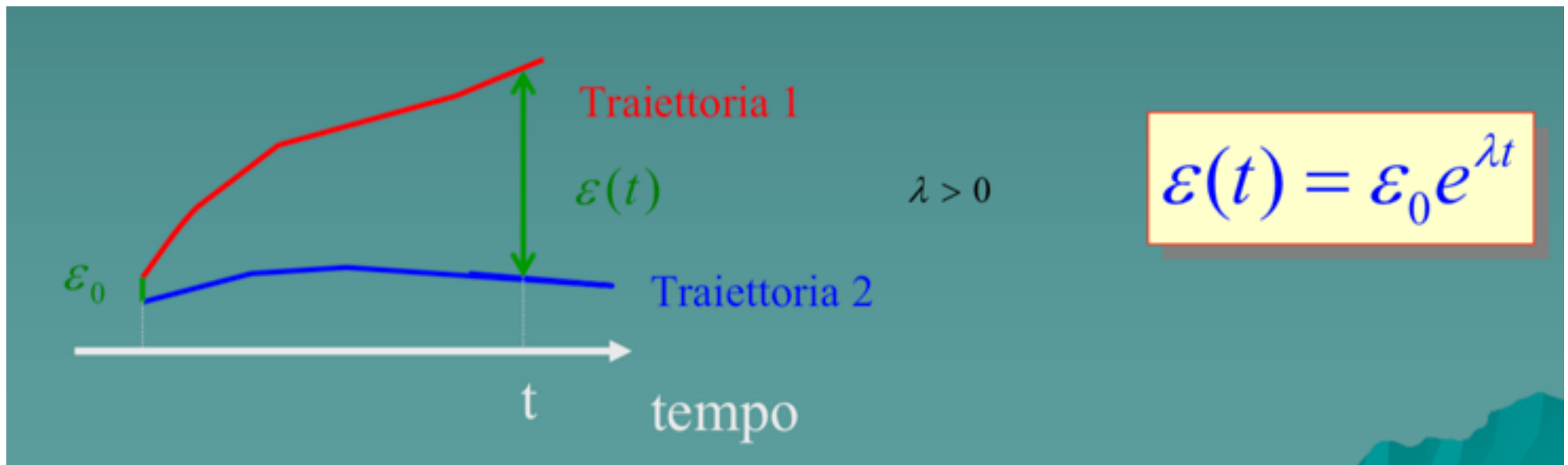


In un biliardo di forma quadrata o rettangolare le traiettorie sono regolari. **Inserendo un ostacolo circolare, la geometria del biliardo genera delle traiettorie caotiche**

(“biliardo di Sinai”, un matematico russo che ha scoperto il fenomeno nel 1972 e l’ha dimostrato in modo rigoroso - con formule!)

Misurare il caos!

Si può misurare la velocità con cui due trattorie divergono:



Esponente di Lyapunov: λ

- il **caos deterministico** è un filone della fisica moderna oggi
- così come lo è quello dei **sistemi complessi**
- e l'uso dei **calcolatori** ci permette di fare uno studio rigoroso

Per concludere:

- il caos domina tutto? buttiamo via tutte le nostre conquiste tecnico-scientifiche?
- la complessità dei sistemi reali è totalmente indescrivibile?
- o piuttosto questi sono aspetti (della fisica) che evidenziano i limiti di una visione esclusivamente deterministica, riduzionista? (impotenza di predire tutto)