

Fisica della Materia Condensata I – esame finale

A.A. 2009/2010 - 17 giugno 2010

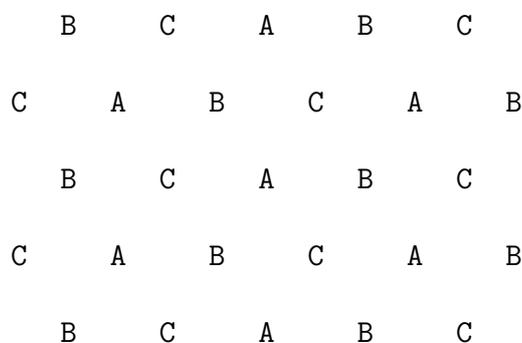
(tempo 3 ore)

- Si risolvano tutti gli esercizi che hanno complessivamente una valutazione massima di 36 punti. Il voto tra 33 e 36 viene considerato 30 e lode, tra 30 e 32 viene considerato 30.
- Si diano tutti i passaggi necessari a capire in dettaglio il procedimento di soluzione. Risposte con il solo risultato o dettagli insufficienti non saranno considerate;
- se richieste, si diano le valutazioni (numeriche) con 3 cifre significative.

Esercizio 1: Reticoli cristallini

La “frazione di impacchettamento” di una struttura cristallina è la frazione massima di spazio riempita da sfere che non si sovrappongono centrate nei siti reticolari.

1. Dimostrare che per un FCC e' circa 74%
2. Dimostrare che per il diamante e' circa 34%.
3. Considerare il reticolo 2D mostrato qui sotto, fatto da 3 diverse specie atomiche A, B e C, poste sui siti di un reticolo triangolare. Per convenzione, considerare l'origine in A, e sia d la distanza AB. Scegliere una coppia di vettori primitivi, disegnare la cella unitaria e trovare l'area.



Esercizio 2: Elettroni liberi in solidi periodici

1. Scrivere esplicitamente (in modo parametrico, ad es. in funzione del modulo di \mathbf{k}) l'espressione della prima banda d'energia $E(\mathbf{k})$ nel caso di *elettroni liberi* in un reticolo SC di passo a , nella direzione di alta simmetria Γ - \mathbf{R} , dove $\Gamma = (0, 0, 0)$ $\mathbf{R} = 2\pi/a(1/2, 1/2, 1/2)$.
2. Fare la stessa cosa per le altre prime 3 o 4 bande (ripiegate in quella direzione dentro la prima zona di Brillouin), corrispondenti all'incirca ad un'energia massima di $2 E(\mathbf{R})$.
3. Fare il corrispondente grafico in uno *schema di zona ridotta*

Esercizio 3: *Elettroni quasi liberi*

Si consideri un reticolo quadrato 2D di costante reticolare a .

1. Si disegnino la prima e la seconda zona di Brillouin (Bz), esplicitando le coordinate (k_x, k_y) dei punti rilevanti che le delimitano.
2. Considerare lo spigolo $\mathbf{q} = (\pi/a, \pi/a)$ della prima Bz. Quale vettore \mathbf{K} del reticolo reciproco identifica il (NB: uno solo!) piano di Bragg su cui si trova \mathbf{q} ?
3. Considerare un debole potenziale cristallino con la periodicità del reticolo considerato:

$$U(x, y) = -4U \cos(2\pi x/a) \cos(2\pi y/a)$$

Nell'approssimazione di elettroni quasi liberi e in uno schema a due livelli (livelli vicini a un singolo piano di Bragg), trovare il gap di energia che separa i primi due livelli altrimenti degeneri in \mathbf{q} (*Fare uso dell'opportuna formula; non si chiede di ricavarla, essendo questo già fatto sul testo A&M*)

Esercizio 4: *Modello tight binding e velocità di elettroni di Bloch*

1. Considerare un cristallo 1D e scrivere l'espressione dell'energia nel modello *tight binding* per una banda s , trascurando l'overlap ma tenendo in considerazione le interazioni a tutti gli ordini di vicini.
2. Scrivere esplicitamente anche l'espressione per la velocità di un elettrone di Bloch in questo modello e mostrare che essa è nulla al centro e ai bordi della zona di Brillouin.
3. In quei punti calcolare il valore della massa efficace.