

Geometria

Foglio di esercizi 4

- 1) Determinare il rango delle matrici seguenti e individuare colonne linearmente indipendenti in numero uguale al rango.

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ -4 & 7 & -7 & 4 \end{pmatrix}, \quad (b) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

- 2) Dire se i seguenti vettori $v_1 = (1, 2, 1)$, $v_2 = (0, 3, -2)$, $v_3 = (3, 0, 7) \in \mathbb{R}^3$ sono linearmente indipendenti, e se non lo sono trovare una loro combinazione lineare nulla non banale.
- 3) Dire se i vettori $u_1 = (2 - i, 0, -1 - i)$, $u_2 = (1 + 3i, 0, 1 - i)$, $u_3 = (1, 0, 1 + 5i) \in \mathbb{C}^3$ sono linearmente dipendenti, e se lo sono trovare una loro combinazione lineare nulla non banale.
- 4) Dire se il vettore $u = (1, 2, -1) \in \mathbb{R}^3$ è combinazione lineare dei vettori

$$\begin{aligned} v_1 &= (0, 2, 1) \\ v_2 &= (1, 3, -2) \\ v_3 &= (4, 0, 1). \end{aligned}$$

In caso affermativo, quante combinazioni lineari di v_1, v_2, v_3 sono uguali a u ?

- 5) Calcolare il rango della seguente matrice complessa al variare di $t \in \mathbb{C}$

$$A_t = \begin{pmatrix} t & 2 & 1 - t \\ t + 1 & 1 & -2t \\ 0 & 2 & t \end{pmatrix}$$