

## Esame di Analisi matematica I : esercizi

A.a. 2023-2024, terzo appello estivo

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

N. Matricola \_\_\_\_\_ Anno di corso \_\_\_\_\_

Corso di S. CUCCAGNA

## ESERCIZIO N. 1.

• si calcoli  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+3x) - 3x}{x^2}$

• si calcoli  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \frac{\log(1+x+e^x) - x}{x}$  ;

• si calcoli  $f'(x)$  per  $f(x) := \int_{x^{-1}}^{\log(1+x+x^2)} \sin(t^2) dt$ ;

**ESERCIZIO N. 2.** Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x - x^2}{1 + x}$$

- si trovi il dominio di  $f$  e si calcolino i limiti sulle estremità del dominio;
- si calcoli  $f'(x)$ , si trovino gli intervalli di crescita e decrescenza e gli eventuali punti di massimo e di minimo locali e assoluti;
- si calcoli  $f''(x)$  e si trovi dove è concava e dove è convessa;
- si tracci il grafico .

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.**

- si calcoli  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2 + x^2 + x + 1} dx$
- si calcolino le primitive  $\int x^2 \sin^2(x) dx$ ;
- si stabilisca se  $\tanh(x) \frac{\sin x}{x^3}$  e' integrabile in  $(0, +\infty)$  ;
- si stabilisca se  $\arctan(x) \frac{\sin x}{1+x}$  e' integrabile in  $[0, +\infty)$  .

**ESERCIZIO N. 4.** Verificare che la funzione  $f(x) = 1 + 3x + x^3$  biiettiva da  $\mathbb{R}$  in se stesso e calcolare il polinomio di McLaurin di ordine 1 della versione inversa  $g$  (ricordare che la funzione inversa soddisfa  $f(g(x)) = x$  e  $g(f(x)) = x$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$ ).

**ESERCIZIO N. 5.** Calcolare la soluzione dell'equazione differenziale  $y'' + 2y = e^x$  con dati iniziali  $y(0) = 1$  e  $y'(0) = 0$ .