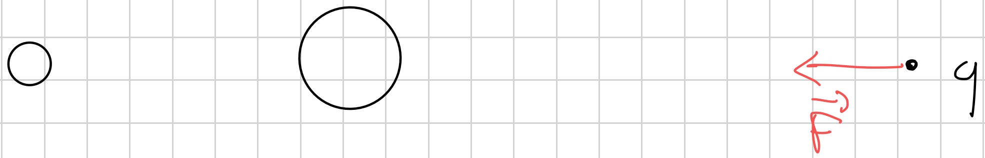
ESERCIZIO 1

1) 

$$|\vec{F}| = \frac{|q Q_0|}{4\pi\varepsilon_0}\left[\left(\frac{1}{2L}\right)^2 + \left(\frac{1}{3L}\right)^2\right] = \frac{|q Q_0|}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\left(\frac{13}{36}\right) \simeq 1.3 \times 10^{-4}\,N$$

2) L'energia potenziale della carica, riferita all'infinito, è

$$U_q = \frac{q Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2L} + \frac{1}{3L}\right) = \frac{q Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{5}{6} \simeq -3.0 \times 10^{-4}\,J$$

La forza esterna compie lavoro

$$\mathcal{L}_{ext} = \Delta U = -U_q$$

Le forze elettrostatiche compiono lavoro opposto $\mathcal{L}_e = -\mathcal{L}_{ext}$

3) Le due sfere collegate sono superfici equipotenziali

$$V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = V_2 \implies Q_2 = \frac{r_2}{r_1} Q_1$$

Per la conservazione della carica $Q_1 + Q_2 = 2Q_0$

$$\Rightarrow Q_1 = \frac{2r_1}{r_1 + r_2} Q_0 \simeq 1.0\,\mu C \quad e \quad Q_2 = \frac{2r_2}{r_1 + r_2} Q_0 \simeq 3.0\,\mu C$$

4) Le sfere hanno capacità

$$C_1 = 4\pi\varepsilon_0 r_1 \qquad C_2 = 4\pi\varepsilon_0 r_2$$

L'energia potenziale è quindi

$$U_0 = \frac{Q_0^2}{2C_1} + \frac{Q_0^2}{2C_2} = \frac{Q_0^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \simeq 2.3\,J$$

$$U_1 = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} = \frac{Q_0^2}{2\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r_1 + r_2} \simeq 1.8\,J$$

L'energia dissipata vale $\Delta U = U_1 - U_0 \simeq -0.6\,J$

ESERCIZIO 2

1) I due fili generano campi opposti $\Rightarrow \vec{B}(P_1) = 0$

2) $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}(-\hat{y})$ $\qquad \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\hat{x}$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi d}\frac{\hat{x}-\hat{y}}{\sqrt{2}} \quad e \quad |\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi d} \approx 5.7 \times 10^{-7}\ T$$

In componenti $\qquad B_x = -B_y = 4.0 \times 10^{-7}\ T$

3) $\Phi_{\vec{B}} = \Phi_{\vec{B}_2}$ poiché $\vec{B}_1 \parallel \hat{y}$ e $\Phi_{\vec{B}_1} = 0$

$$\Phi_{\vec{B}_2} = \ell^2 B_2 = \frac{\mu_0 I \ell^2}{2\pi d}$$

La fem indotta vale $\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt}$:

$$\mathcal{E} = \frac{\mu_0 \ell^2}{2\pi d}\frac{\Delta I}{\Delta t} = 1.3 \times 10^{-5}\ V$$

4) La corrente che circola nella spira è

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

La carica totale spostata è $\qquad Q = i\,\Delta t = \frac{\mathcal{E}}{R}\Delta t \approx 2.7 \times 10^{-13}\ C$

ESERCIZIO 3

1) $\omega = 2\pi f$ frequenza angolare

$$\cos\theta = \frac{R}{|Z|} \Rightarrow |Z| = \frac{R}{\cos\theta} \approx \frac{80\,\Omega}{1/2} = 160\,\Omega$$

$$|Z|^2 = R^2 + \omega^2 L^2 \Rightarrow L = \left(\frac{|Z|^2 - R^2}{\omega^2}\right)^{1/2} = 0.19\ H$$

2) La relazione complessa $\tilde{V} = Z\,\tilde{I}$ implica che

$$|\tilde{I}| = |\tilde{V}|/|Z|$$

e quindi $I_{eff} = V_{eff}/|Z|$

La potenza assorbita dal circuito è

$$W = I_{eff}\, V_{eff} \cos\theta = \frac{V_{eff}^2 \cos\theta}{|Z|} = \frac{V_{eff}^2 \cos^2\theta}{R} \approx 165\ W$$

3) Per avere $\theta = 0$, Z deve essere reale. Il circuito deve trovarsi in risonanza.

$$Z = R - i\omega L + \frac{i}{\omega C} = R \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} \approx 52\,\mu F$$