



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI TRIESTE



Dipartimento di  
Ingegneria  
e Architettura



Corso di MACCHINE [065IN]  
Corso di MACCHINE MARINE [100IN]

*Prof. Rodolfo Taccani*  
*Prof. Lucia Parussini*  
*Prof. Marco Bogar*

*A.A. 2024-2025*

# Richiami e complementi di termodinamica

## Liquidi

Per liquidi ideali  $v = \text{cost.}$ ,  $dv = 0$

$$u = u(T)$$
$$c_L = \frac{dq}{dT} = \frac{du}{dT} = c_L(T)$$

$$u = u_0 + \int_{T_0}^T c_L dT$$

$$dh = du + vdp = c_L dT + vdp \rightarrow h = h_0 + \int_{T_0}^T c_L dT + v(p - p_0)$$

$$ds = \frac{du}{T} = c_L \frac{dT}{T} \rightarrow s = s_0 + \int_{T_0}^T c_L \frac{dT}{T}$$

Se  $c_L = \text{cost.}$  il liquido è detto *perfetto*

$$u = u_0 + c_L(T - T_0)$$
$$h = h_0 + c_L(T - T_0) + v(p - p_0)$$
$$s = s_0 + c_L \ln \frac{T}{T_0}$$

# Richiami e complementi di termodinamica

## Gas ideali e reali

### Per gas ideali

$$\begin{aligned}pv &= RT \\u &= u(T) \\h &= u + pv = h(T) \\c_x &= \frac{dq}{dT} \\c_v &= c_v(T) \\c_p &= c_p(T) \\c_p &= c_v + R\end{aligned}$$

Se  $c_v = \text{cost.}$  e  $c_p = \text{cost.}$ , il gas è detto *perfetto*

### Per gas reali

$$pv = ZRT, \quad Z = Z(p, T)$$

*Z* fattore di comprimibilità

# Richiami e complementi di termodinamica

## Trasformazioni termodinamiche dei gas ideali

$$c_x = \frac{dq}{dT}$$

Isobara:  $c_x = c_p$   $dq = dh = c_p dT$

Isocora:  $c_x = c_v$   $dq = du = c_v dT$

Isoentropica:  $c_x = 0$   $pv^\gamma = \text{cost.}$  equivalente a  $Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$  con  $\gamma = c_p/c_v$

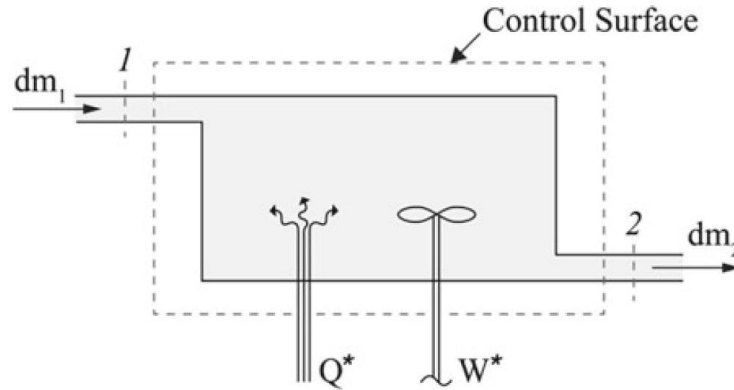
Isooterma:  $c_x \rightarrow \infty$   $pv = RT = \text{cost.}$

Politropica: per Primo Principio della Termodinamica per sistemi chiusi:  $dq = du + dl$   
per trasformazioni quasi-statiche si può scrivere  $dl = pdv$  per cui  $c_x dT = c_v dT + pdv$   
differenziando  $pv = RT$ , si ha  $pdv + vdp = RdT$  e possiamo scrivere  $dT = 1/R(pdv + vdp)$  con  $R = c_p - c_v$   
 $(c_x - c_v)dT - pdv = 0 \rightarrow (c_x - c_v)vdp + (c_x - c_p)pdv = 0$   
integrando  $pv^n = \text{cost.}$  con  $n = \frac{c_x - c_p}{c_x - c_v}$

# Richiami e complementi di termodinamica

## Primo Principio della Termodinamica

L'energia interna di un sistema termodinamico isolato è costante.



$$dE^* = dE_1^* - dE_2^* + dQ^* - dW^*$$

Considerato un sistema aperto, se il processo è stazionario, l'energia del sistema non varia e la massa rimane costante ( $dm_1 = dm_2 = dm$ ).

# Richiami e complementi di termodinamica

Primo Principio della Termodinamica riferito a un'unità di massa di fluido:

$$q_{1-2} - l_{1-2} = u_2 - u_1 + \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} + gz_2 - gz_1$$

$$u_t = u + \frac{c^2}{2} + gz \text{ energia totale}$$

$$q_{1-2} - l_{1-2} = u_{t2} - u_{t1}$$

Il lavoro scambiato è

$$l_{1-2} = l'_{1-2} + p_2 v_2 - p_1 v_1$$

- $l'_{1-2}$  lavoro tecnico utile (solo in presenza di organi mobili che interagiscono con il fluido)
- $-p_1 v_1$  lavoro d'introduzione del fluido nel sistema
- $p_2 v_2$  lavoro d'espulsione del fluido dal sistema

$$q_{1-2} - l'_{1-2} = u_2 + p_2 v_2 - u_1 - p_1 v_1 + \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} + gz_2 - gz_1$$

# Richiami e complementi di termodinamica

## Primo Principio della Termodinamica

formulazione utile per lo studio di macchine idrauliche (fluido incompressibile)

Ipotesi:  $q_{1-2} = 0$ ;  $v_1 = v_2$

$$l'_{1-2} = u_1 - u_2 + v(p_1 - p_2) + \frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} + gz_1 - gz_2$$

$$l'_{1-2} = c_v(T_1 - T_2) + \frac{1}{\rho} \left( p_1 + \frac{1}{2} \rho c_1^2 + \rho g z_1 - p_2 - \frac{1}{2} \rho c_2^2 - \rho g z_2 \right)$$

$p_0 = p + \frac{1}{2} \rho c^2$  pressione di ristagno

$p_t = p + \frac{1}{2} \rho c^2 + \rho g z$  pressione totale

$$l'_{1-2} = c_v(T_1 - T_2) + \frac{1}{\rho} (p_{t1} - p_{t2})$$

rotore (adiabatico):  $q_{1-2} = 0$  per cui:  $l'_{1-2} = \frac{1}{\rho} (p_{t1} - p_{t2})$

statore (adiabatico):  $q_{1-2} = 0$  e  $l'_{1-2} = 0$  per cui:  $p_{t1} = p_{t2}$

# Richiami e complementi di termodinamica

## Primo Principio della Termodinamica

formulazione utile per lo studio di macchine termiche (fluido comprimibile)

$$h = u + pv \quad \text{entalpia}$$

$$h_0 = h + \frac{c^2}{2} \quad \text{entalpia di ristagno}$$

$$h_t = h + \frac{c^2}{2} + gz \quad \text{entalpia totale}$$

$$q_{1-2} - l'_{1-2} = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} + gz_2 - gz_1$$
$$q_{1-2} - l'_{1-2} = h_{t2} - h_{t1}$$

rotore (adiabatico):  $q_{1-2} = 0$  per cui:  $l'_{1-2} = h_{t1} - h_{t2}$

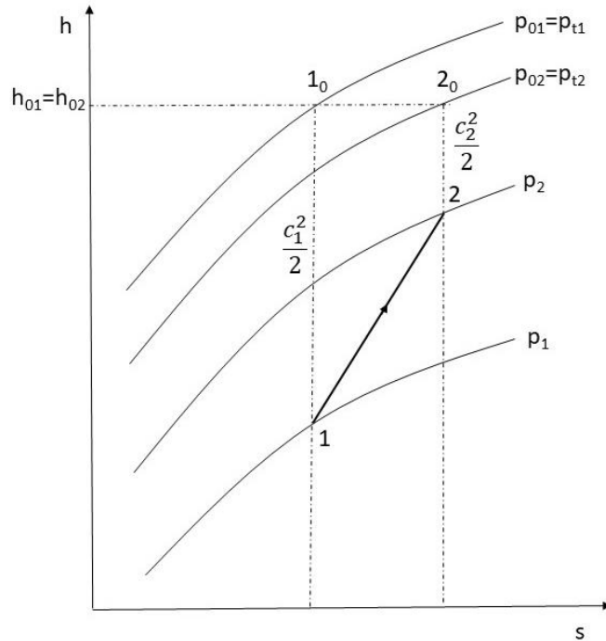
statore (adiabatico):  $q_{1-2} = 0$  e  $l'_{1-2} = 0$  per cui:  $h_{t2} = h_{t1}$  (ossia:  $h_t = cost$ )

scambiatore di calore:  $l'_{1-2} = 0$  per cui:  $q_{1-2} = h_{t2} - h_{t1}$

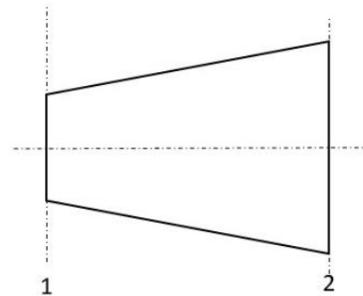


# Richiami e complementi di termodinamica

Esempi: DEFLUSSO NEI DIFFUSORI

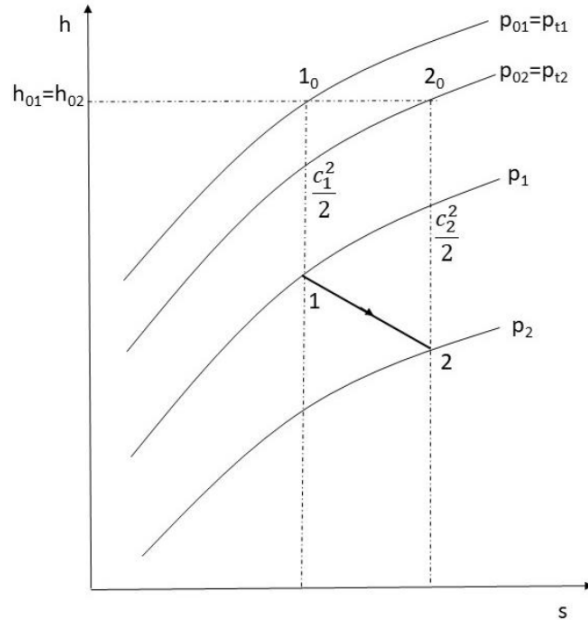


diffusore ad asse orizzontale

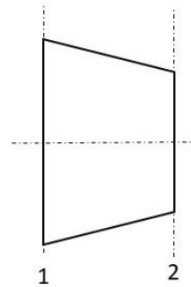


# Richiami e complementi di termodinamica

Esempi: DEFLUSSO NEGLI UGELLI



ugello subsonico ad asse orizzontale

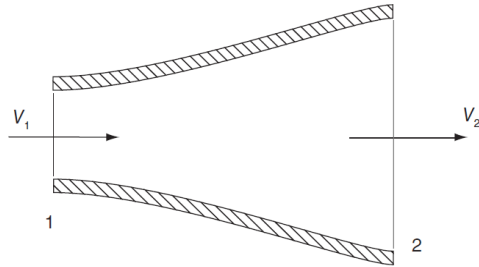


# Richiami e complementi di termodinamica

## Primo Principio della Termodinamica

### Esercizio:

Il vapore scorre adiabaticamente attraverso un diffusore con portata massica  $\dot{m} = 0.01 \frac{kg}{s}$ . Il diametro d'ingresso è  $D_1 = 1.0cm$  e il volume specifico all'ingresso  $v_1 = 2.4 \frac{m^3}{kg}$ . Il diametro di uscita è  $D_2 = 2.5cm$ , con volume specifico all'uscita  $v_2 = 3.8 \frac{m^3}{kg}$ . Trova la variazione dell'entalpia trascurando qualsiasi variazione energia potenziale.



$$A_1 = \frac{\pi}{4} D_1^2 = 7.85 \cdot 10^{-5} m^2$$

$$A_2 = \frac{\pi}{4} D_2^2 = 4.91 \cdot 10^{-4} m^2$$

$$V_1 = v_1 \frac{\dot{m}}{A_1} = 305.6 \frac{m}{s}$$

$$V_2 = v_2 \frac{\dot{m}}{A_2} = 77.4 \frac{m}{s}$$

Poiché non viene fatto lavoro e il flusso è adiabatico, l'entalpia di ristagno rimane costante  $h_{01} = h_{02}$ . Con una variazione trascurabile di energia potenziale, questa equazione si riduce a

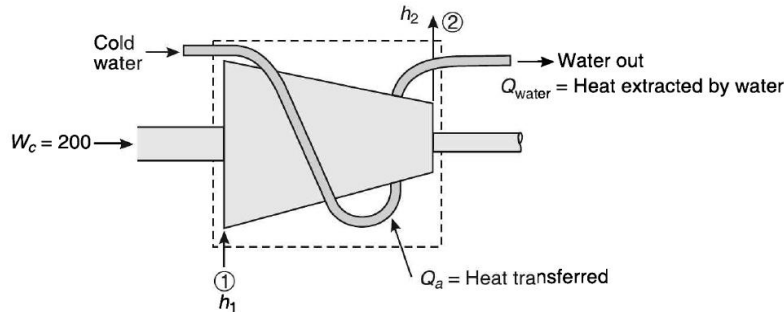
$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2} V_1^2 - \frac{1}{2} V_2^2 = 43,7 \text{ kJ/kg}$$

# Richiami e complementi di termodinamica

## Primo Principio della Termodinamica

### Esercizio:

Un compressore d'aria prende lavoro all'albero di  $200\text{kJ/kg}$  e la compressione aumenta l'entalpia dell'aria di  $100\text{kJ/kg}$ . L'acqua di raffreddamento raccoglie  $90\text{kJ/kg}$  di calore dall'aria durante il raffreddamento. Determina il calore trasferito dal compressore all'atmosfera.



$$q_{1-2} - l'_{1-2} = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} + gz_2 - gz_1$$

$$z_1 = z_2 \quad c_1 = c_2 \rightarrow q_{1-2} - l'_{1-2} = h_2 - h_1$$

$$l'_{1-2} = W_c = -200 \text{ kJ/kg} \quad (\text{entra nel sistema quindi } l'_{1-2} < 0)$$

$$Q_{water} = -90 \text{ kJ/kg} \quad (\text{esce dal sistema quindi } Q_{water} < 0)$$

$$h_2 - h_1 = 100 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$q_{1-2} = h_2 - h_1 + l'_{1-2} = -100 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{1-2} = Q_a + Q_{water} \rightarrow Q_a = q_{1-2} - Q_{water} = -10 \text{ kJ/kg}$$

# Richiami e complementi di termodinamica

## Secondo Principio della Termodinamica

- È impossibile realizzare una trasformazione il cui unico risultato sia quello di trasferire calore da un corpo più freddo a uno più caldo senza l'apporto di lavoro esterno (formulazione di Clausius).
- È impossibile realizzare una macchina termica ciclica il cui unico risultato sia la conversione in lavoro di tutto il calore assorbito da una sorgente omogenea (formulazione di Kelvin-Planck).
- È impossibile realizzare una macchina termica il cui rendimento sia pari al 100%.
- In un sistema isolato l'entropia è una funzione non decrescente nel tempo  $dS/dt \geq 0$

$$dS = \frac{\delta Q}{T} + dS_{irr} \quad \text{con} \quad dS_{irr} \geq 0$$

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \Delta S_{irr}$$

$\delta Q$  è l'energia termica scambiata con la sorgente a temperatura  $T$

# Richiami e complementi di termodinamica

## Secondo Principio della Termodinamica

### Esercizio:

Un motore termico funziona con i limiti di temperatura di partenza di due corpi  $T_1$  e  $T_2$ . Il fluido di lavoro scorre con una portata  $\dot{m}$  kg/s e il calore specifico a pressione costante è  $c_p$ . Determinare il lavoro massimo ottenibile fino a quando i corpi raggiungono la stessa temperatura. Indichiamo con  $T_3$  la temperatura finale. Mentre il motore funziona, il calore del corpo viene prelevato fino a quando la sua temperatura scende a  $T_3$ .

$$\Delta S_{b1} = \int_{T_1}^{T_3} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_3} \dot{m} c_p \frac{dT}{T} = \dot{m} c_p \ln \frac{T_3}{T_1} \quad \Delta S_{b2} = \int_{T_2}^{T_3} \frac{dQ}{T} = \int_{T_2}^{T_3} \dot{m} c_p \frac{dT}{T} = \dot{m} c_p \ln \frac{T_3}{T_2}$$

Per avere il massimo lavoro, il processo deve essere reversibile e la variazione di entropia deve essere nulla.

$$\Delta S_{b1} + \Delta S_{b2} = 0$$

$$\dot{m} c_p \ln \frac{T_3}{T_1} + \dot{m} c_p \ln \frac{T_3}{T_2} = 0 \quad \ln \frac{T_3}{T_1} + \ln \frac{T_3}{T_2} = 0 \quad \ln \left( \frac{T_3}{T_1} \frac{T_3}{T_2} \right) = 0 \quad \frac{T_3^2}{T_1 T_2} = 1 \quad T_3 = \sqrt{T_1 T_2}$$

$$\text{Lavoro max} = \dot{m} c_p (T_1 - T_3) + \dot{m} c_p (T_2 - T_3) = \dot{m} c_p (T_1 + T_2 - 2T_3) = \dot{m} c_p (T_1 + T_2 - 2\sqrt{T_1 T_2}) = \dot{m} c_p (\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2})^2$$

# Richiami e complementi di termodinamica

## LE TRASFORMAZIONI IDEALI E REALI DI COMPRESSIONE E DI ESPANSIONE

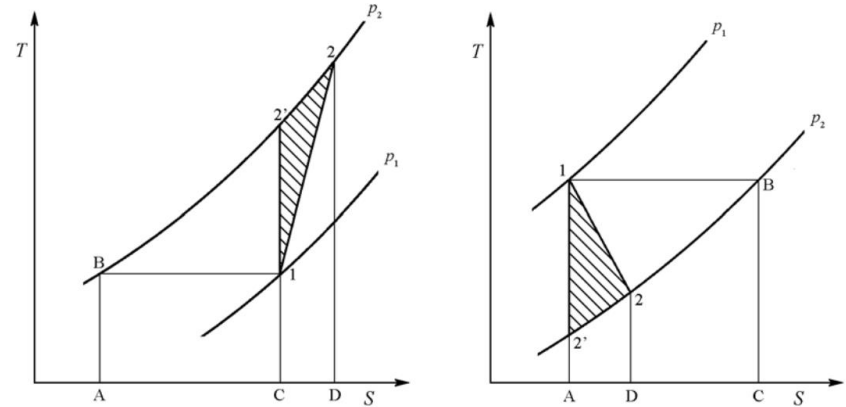
Trasformazioni termodinamiche di interesse nello studio delle macchine a fluido sono:

- le compressioni adiabatiche;
- le espansioni adiabatiche.

# Richiami e complementi di termodinamica

## Compressione ed espansione adiabatica (di un gas perfetto)

PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA  $q - l' = \Delta h_t$



Isoterma 1 - B :  $\Delta h_{1-B} = 0 \rightarrow q_{1-B} - l'_{1-B} = 0 \rightarrow l'_{1-B} = q_{1-B} = \int_1^B T ds$   $l'_{1-B} < 0$  per compressione,  $l'_{1-B} > 0$  per espansione

Adiabatica ideale (isoentropica) 1 - 2'  $-l'_{1-2'} = h_{2'} - h_1 = \int_1^{2'} c_p dT = \int_1^{2'} v dp = \int_B^{2'} T ds$

Adiabatica reale (politropica) 1 - 2  $-l'_{1-2} = h_2 - h_1 = \int_1^2 c_p dT = \int_1^2 v dp + \int_1^2 T ds$



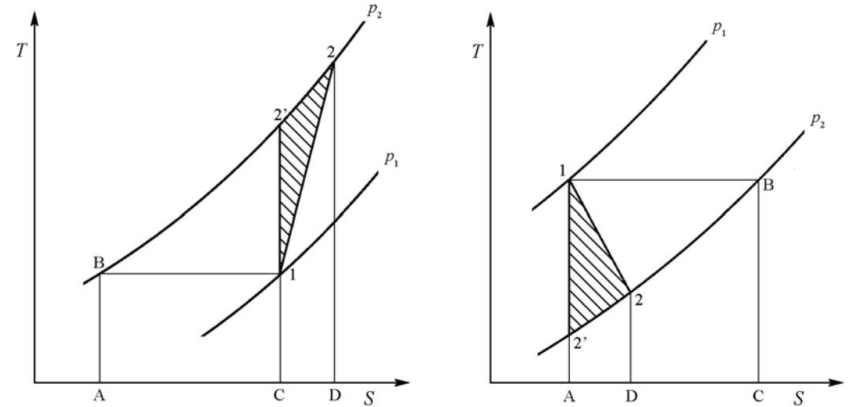
# Richiami e complementi di termodinamica

## Compressione ed espansione adiabatica (di un gas perfetto)

Il lavoro scambiato lungo una trasformazione isoterma ( $\Delta h = 0 \rightarrow q_{1-B} = l'_{1-B}$ ) è equivalente al calore scambiato durante la trasformazione, mentre per una trasformazione adiabatica ( $q_{1-2'} = 0$ ), il lavoro scambiato con l'esterno è equivalente al calore scambiato lungo un'isobara che evolva tra le stesse temperature iniziali e finali dell'adiabatica ( $\int_B^{2'} T ds$ ).

Per la compressione isoterma 1-B il lavoro scambiato sarà equivalente all'area  $A_{AB1C}$ , per l'isoentropica 1-2' il lavoro sarà pari all'area  $A_{AB2'C}$ . Per l'espansione isoterma 1-B il lavoro scambiato sarà equivalente all'area  $A_{A1BC}$ , per l'isoentropica 1-2' il lavoro sarà pari all'area  $A_{A2'BC}$ .

Il lavoro di compressione isoterma è inferiore a quello isoentropico e il lavoro d'espansione isoterma è maggiore di quello isoentropico (la differenza fra i lavori è rappresentata dall'area  $A_{1B2'}$  in ambedue i casi). Nel caso della compressione il lavoro aggiuntivo rispetto all'isoterma è dovuto all'aumento di volume specifico del gas che si riscalda durante la compressione isoentropica, mentre nel caso dell'espansione il minor lavoro ottenibile rispetto all'isoterma è dovuto al progressivo raffreddamento del gas durante l'espansione con conseguente diminuzione del volume specifico.



# Richiami e complementi di termodinamica

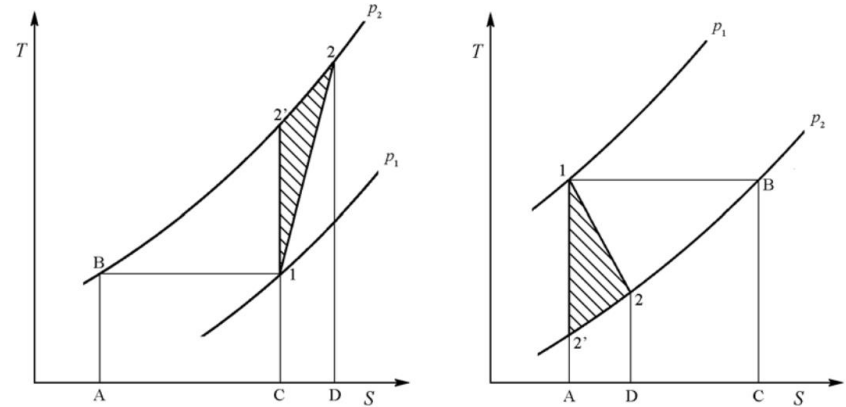
## Compressione ed espansione adiabatica (di un gas perfetto)

Tenendo presente che la variazione di entropia dovuta alle irreversibilità di un processo è sempre positiva, sono qualitativamente riportate in figura le trasformazioni adiabatiche reali di compressione e d'espansione 1-2 (politropica).

A causa delle irreversibilità è  $T_2 > T_{2'}$  sia nel caso della compressione che dell'espansione, il che significa che il gas, alla fine della trasformazione, risulta "più dilatato" rispetto alle condizioni di fine trasformazione ideale (a pressione costante, il volume specifico di un gas o di un vapore aumentano all'aumentare della temperatura).

Nel caso della compressione, sarà quindi necessario un lavoro aggiuntivo per sopperire a tale maggior dilatazione rispetto al caso ideale: tale lavoro è detto lavoro di contro-recupero.

Nel caso dell'espansione, invece, la maggior dilatazione rispetto al caso ideale contribuisce alla trasformazione e quindi il lavoro associato a questo contributo si aggiungerà al lavoro d'espansione ideale: tale lavoro è detto lavoro di recupero.



# Richiami e complementi di termodinamica

## Compressione ed espansione adiabatica (di un gas perfetto)

Per una compressione:

$$l'_{1-2} = l_C = l_{cid} + l_{crec} + l_{pa}$$

dove  $l_{pa}$  rappresenta il lavoro perso per attrito e  $l_{crec}$  il lavoro di contro-recupero.

$$l_C = A_{AB2D} = A_{AB2'C} + A_{12'2} + A_{C12D}$$

dove l'area  $A_{C12D}$  rappresenta il lavoro perso per attrito e l'area  $A_{12'2}$  il lavoro di contro-recupero.

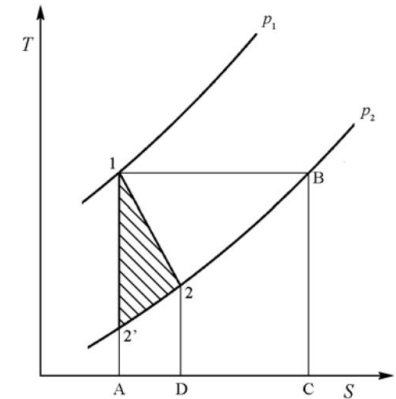
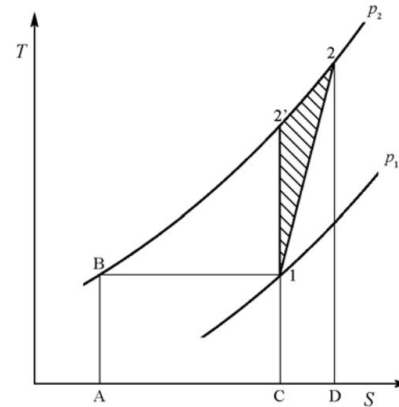
Per un'espansione:

$$l'_{1-2} = l_E = l_{Eid} + l_{rec} - l_{pa}$$

dove  $l_{pa}$  rappresenta il lavoro perso per attrito e  $l_{rec}$  è il lavoro di recupero.

$$l_E = A_{D2BC} = A_{A2'BC} + A_{12'2} - A_{A12D}$$

dove l'area  $A_{A12D}$  rappresenta il lavoro perso per attrito e l'area  $A_{12'2}$  il lavoro di recupero.



$$l_C = l_{pol} + l_{pa} \quad \text{dove } l_{pol} = l_{cid} + l_{crec} \text{ per una compressione}$$

$$l_E = l_{pol} - l_{pa} \quad \text{dove } l_{pol} = l_{Eid} + l_{rec} \text{ per un'espansione}$$

# Richiami e complementi di termodinamica

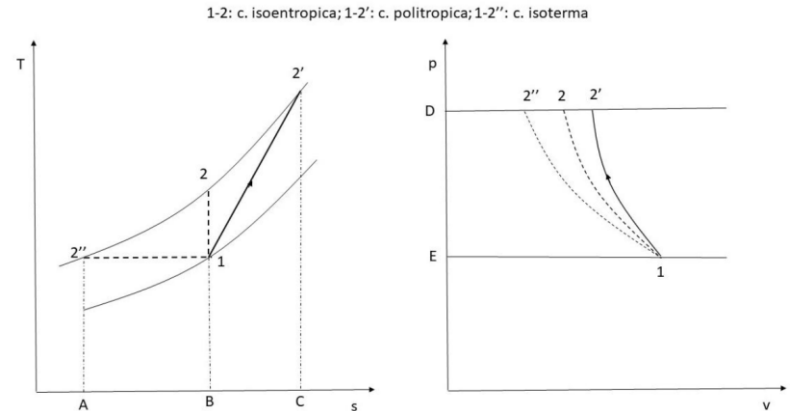
## Compressione adiabatica (di un gas perfetto)

PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA  $q - l' = \Delta h_t$

Adiabatica ideale (isoentropica)  $q_{1-2} = 0$   $-l'_{1-2} = \Delta h_{1-2} = \int_1^2 c_p dT$   $\Delta s = 0$   $l_{w1-2} = 0 \rightarrow l'_{1-2} = - \int_1^2 v dp$

Adiabatica reale (politropica)  $q_{1-2'} = 0$   $-l'_{1-2'} = \Delta h_{1-2'} = \int_1^{2'} c_p dT$   $\Delta s \neq 0$   $l_{w1-2'} \neq 0 \rightarrow l'_{1-2'} = - \int_1^{2'} v dp - \int_1^{2'} T ds$

Integrale	Area diagramma $T - s$	Area diagramma $p - v$	Significato fisico
$\int_1^{2'} T ds$	B - 1 - 2' - C	-	Calore scambiato politropico
$\int_1^{2'} c_p dT$	A - 2'' - 2' - C	-	Lavoro reale
$\int_1^{2'} v dp$	A - 2'' - 2 - 2' - 1 - B	D - 2' - 1 - E	Lavoro politropico
$\int_1^2 c_p dT = \int_1^2 v dp$	A - 2'' - 2 - B	D - 2 - 1 - E	Lavoro isoentropico



# Richiami e complementi di termodinamica

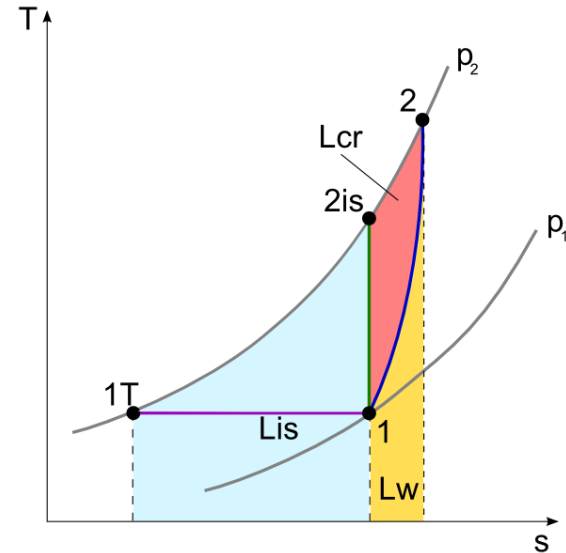
## Compressione adiabatica (di un gas perfetto)

Il fenomeno del lavoro di contro-recupero  $L_{cr}$  è l'effetto termodinamico per cui una trasformazione adiabatica reale di compressione richiede un lavoro  $L$  (lavoro reale) tale da vincere anche l'espansione del gas dovuta all'effetto termico del lavoro dissipato ( $L_{cr}$ ), oltre che il lavoro meccanico di compressione ( $L_{is} = \int_1^{2is} v dp$  lavoro isoentropico) e gli attriti stessi ( $L_w$  calore scambiato politropico).

$$L = L_{cr} + L_{is} + L_w$$

L'effetto termico del lavoro dissipato consiste, fisicamente, nell'espansione del gas dovuta alla degradazione di lavoro in energia interna. In parole più semplici, gli attriti meccanici e viscosi all'interno della macchina fanno sì che aumenti la temperatura del fluido, il quale si espande.

Questo effetto è controproducente per l'efficienza del compressore, ma non è legato alla qualità costruttiva della macchina.



# Richiami e complementi di termodinamica

Compressione adiabatica (di un gas perfetto)

Equazione di stato dei gas ideali  $p v = RT$

Trasformazione isoentropica  $p v^k = \text{cost.}$  Quindi possiamo scrivere  $p v^k = p_1 v_1^k$  da cui  $v = (p_1^{1/k} v_1) / p^{1/k}$

Lavoro isoentropico =  $-\int_1^2 v dp$

$$\begin{aligned} -\int_1^2 v dp &= -\int_1^2 \left( \frac{1}{p^{1/k}} v_1 \right) / p^{1/k} dp = -p_1^{1/k} v_1 \int_1^2 p^{-\frac{1}{k}} dp = -p_1^{1/k} v_1 \left[ \frac{k}{k-1} p^{\frac{k-1}{k}} \right]_1^2 = \frac{k}{1-k} p_1^{1/k} v_1 \left[ p_2^{\frac{k-1}{k}} - p_1^{\frac{k-1}{k}} \right] \\ &= \frac{k}{1-k} p_1^{1/k} v_1 p_1^{\frac{k-1}{k}} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = \frac{k}{1-k} p_1 v_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = \frac{k}{1-k} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \end{aligned}$$

$$\text{Lavoro isoentropico} = \frac{k}{1-k} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

# Richiami e complementi di termodinamica

## Compressione adiabatica (di un gas perfetto)

Equazione di stato dei gas ideali  $pv = RT$

Trasformazione politropica  $pv^n = \text{cost.}$  Quindi possiamo scrivere  $pv^n = p_1 v_1^n$  da cui  $v = (p_1^{1/n} v_1) / p^{1/n}$

Ricordiamo che  $p_2 = p_2'$

Lavoro politropico =  $-\int_1^{2'} v dp$

$$\begin{aligned} -\int_1^{2'} v dp &= -\int_1^{2'} \left( \frac{p_1^{1/n} v_1}{p^{1/n}} \right) dp = -p_1^{1/n} v_1 \int_1^{2'} p^{-\frac{1}{n}} dp = -p_1^{1/n} v_1 \left[ \frac{n}{n-1} p^{\frac{n-1}{n}} \right]_1^{2'} = \frac{n}{1-n} p_1^{1/n} v_1 \left[ p_2'^{\frac{n-1}{n}} - p_1^{\frac{n-1}{n}} \right] \\ &= \frac{n}{1-n} p_1^{1/n} v_1 p_1^{\frac{n-1}{n}} \left[ \left( \frac{p_2'}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{n}{1-n} p_1 v_1 \left[ \left( \frac{p_2'}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{n}{1-n} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2'}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \end{aligned}$$

$$\text{Lavoro politropico} = \frac{n}{1-n} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

# Richiami e complementi di termodinamica

## Compressione adiabatica (di un gas perfetto)

Equazione di stato dei gas ideali  $pv = RT$ . Quindi possiamo scrivere  $v_1 = RT_1/p_1$      $v_2 = RT_2/p_2$ .

Trasformazione politropica  $pv^n = cost$ . Quindi possiamo scrivere  $p_1 v_1^n = p_2 v_2^n$ .

Da cui  $p_1 (RT_1/p_1)^n = p_2 (RT_2/p_2)^n$      $p_1^{1-n} T_1^n = p_2^{1-n} T_2^n$      $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$

Ricordiamo che  $p_2 = p_2'$  quindi

Lavoro reale =  $l'_{1-2'} = - \int_1^{2'} c_p dT$

$$- \int_1^{2'} c_p dT = -c_p (T_2' - T_1) = -\frac{k}{k-1} RT_1 \left( \frac{T_2'}{T_1} - 1 \right) = \frac{k}{1-k} RT_1 \left( \left( \frac{p_2'}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) = \frac{k}{1-k} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

$$\text{Lavoro reale} = \frac{k}{1-k} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

NB  $\frac{k}{k-1} R = c_p$  essendo  $R = c_p - c_v$  e  $k = \frac{c_p}{c_v}$



# Richiami e complementi di termodinamica

## Compressione adiabatica (di un gas perfetto)

Rendimento di compressione adiabatico o isentropico

$$\eta_{c,is} = \frac{\text{lavoro isoentropico}}{\text{lavoro reale}} = \frac{\frac{k}{1-k} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}{\frac{k}{1-k} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]} = \frac{\left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1}$$

Rendimento di compressione politropico

$$\eta_{c,is} = \frac{\text{lavoro politropico}}{\text{lavoro reale}} = \frac{\frac{n}{1-n} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]}{\frac{k}{1-k} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]} = \frac{n}{n-1} \frac{k-1}{k}$$

# Richiami e complementi di termodinamica

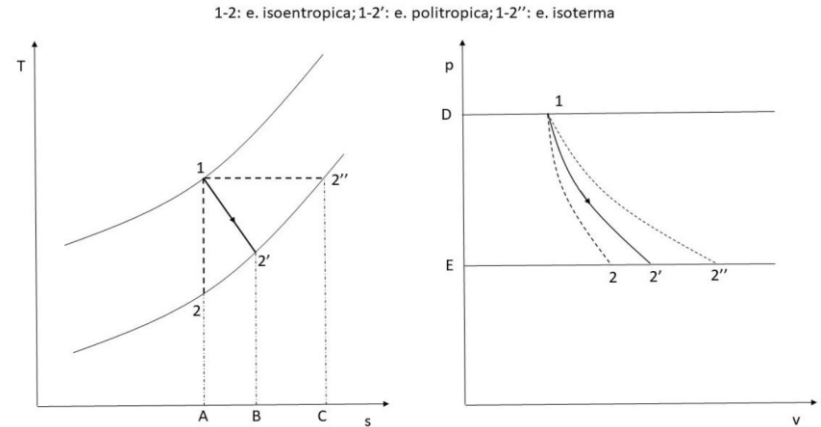
## Espansione adiabatica (di un gas perfetto)

PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA  $q - l' = \Delta h_t$

Adiabatica ideale (isoentropica)  $q_{1-2} = 0$   $-l'_{1-2} = \Delta h_{1-2} = \int_1^2 c_p dT$   $\Delta s = 0$   $l_{w1-2} = 0 \rightarrow l'_{1-2} = - \int_1^2 v dp$

Adiabatica reale (politropica)  $q_{1-2'} = 0$   $-l'_{1-2'} = \Delta h_{1-2'} = \int_1^{2'} c_p dT$   $\Delta s \neq 0$   $l_{w1-2'} \neq 0 \rightarrow l'_{1-2'} = - \int_1^{2'} v dp - \int_1^{2'} T ds$

Integrale	Area diagramma $T - s$	Area diagramma $p - v$	Significato fisico
$\int_1^{2'} T ds$	A - 1 - 2' - B	-	Calore scambiato politropico
$\int_1^{2'} c_p dT$	B - 2' - 2'' - C	-	Lavoro reale
$\int_1^{2'} v dp$	A - 1 - 2' - 2'' - C	D - 1 - 2' - E	Lavoro politropico
$\int_1^2 c_p dT = \int_1^2 v dp$	A - 2 - 2'' - C	D - 1 - 2 - E	Lavoro isoentropico



# Richiami e complementi di termodinamica

## Espansione adiabatica (di un gas perfetto)

Rendimento di espansione adiabatico o isentropico

$$\eta_{e,is} = \frac{\text{lavoro reale}}{\text{lavoro isoentropico}} = \frac{\frac{k}{k-1} RT_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]}{\frac{k}{k-1} RT_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} = \frac{1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}}{1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}}$$

Rendimento di espansione politropico

$$\eta_{e,is} = \frac{\text{lavoro reale}}{\text{lavoro politropico}} = \frac{\frac{k}{k-1} RT_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]}{\frac{n}{n-1} RT_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]} = \frac{n-1}{n} \frac{k}{k-1}$$

# Bibliografia

Micheli D. Dispense del Corso di Macchine e di Macchine Marine.  
Comini G. Lezioni di Termodinamica Applicata. SGE editoriali (1998)



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI TRIESTE



Dipartimento di  
**Ingegneria  
e Architettura**