UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Dipartimento di Ingegneria e Architettura





Corso di MACCHINE [065IN]
Corso di MACCHINE MARINE [100IN]

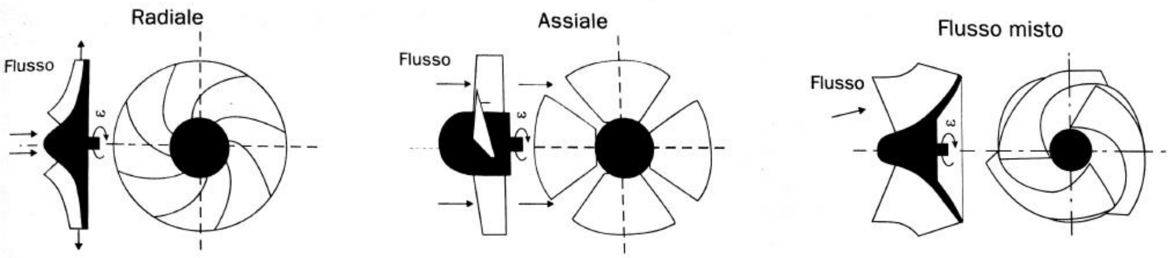
Prof. Rodolfo Taccani
Prof. Lucia Parussini
Prof. Marco Bogar

A.A. 2024-2025

TURBOMACCHINE

Classificazione in base alla direzione principale del flusso:

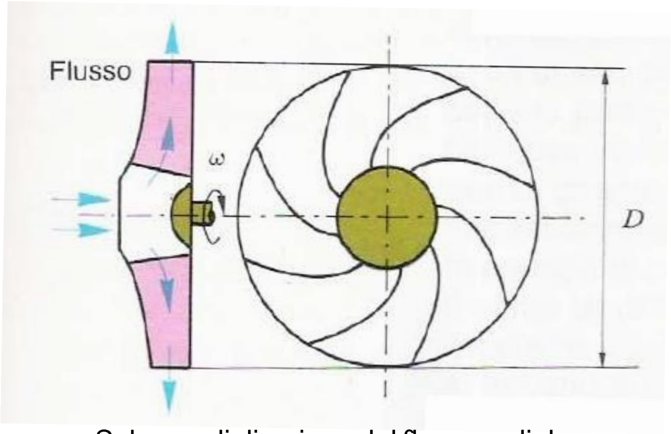
- radiali
- assiali
- a flusso misto



Vista della girante di una turbomacchina nel piano meridiano e nel piano ortogonale all'asse di rotazione.

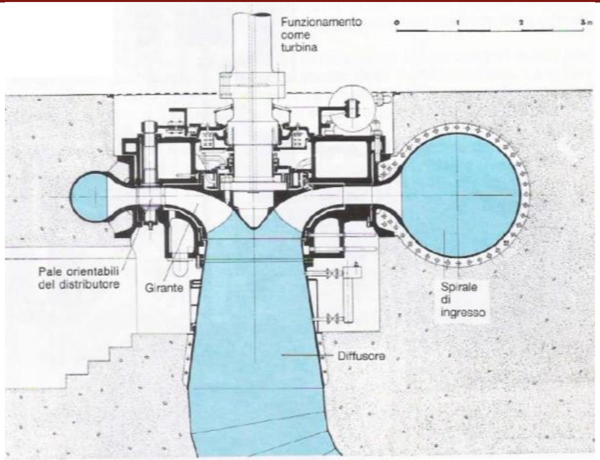
Teoria monodimensionale delle turbomacchine

Turbomacchine a flusso radiale



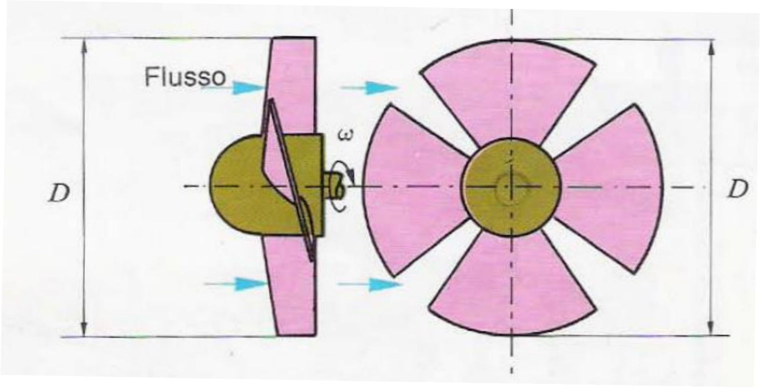
Schema di direzione del flusso radiale

Sezione principale di un impianto con pompa-turbina di tipo Francis radiale e montaggio in officina dei complessi ruote e distributori delle due pompe-turbine, cisacuna sviluppante la Potenza massima P = 88.175 MW sotto un salto massimo di 311.4 m.

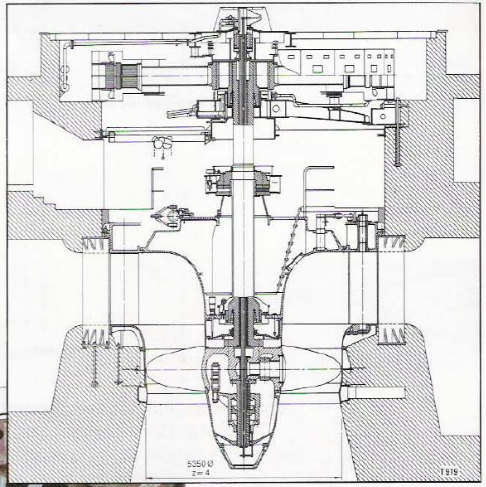


Teoria monodimensionale delle turbomacchine

Turbomacchine a flusso assiale



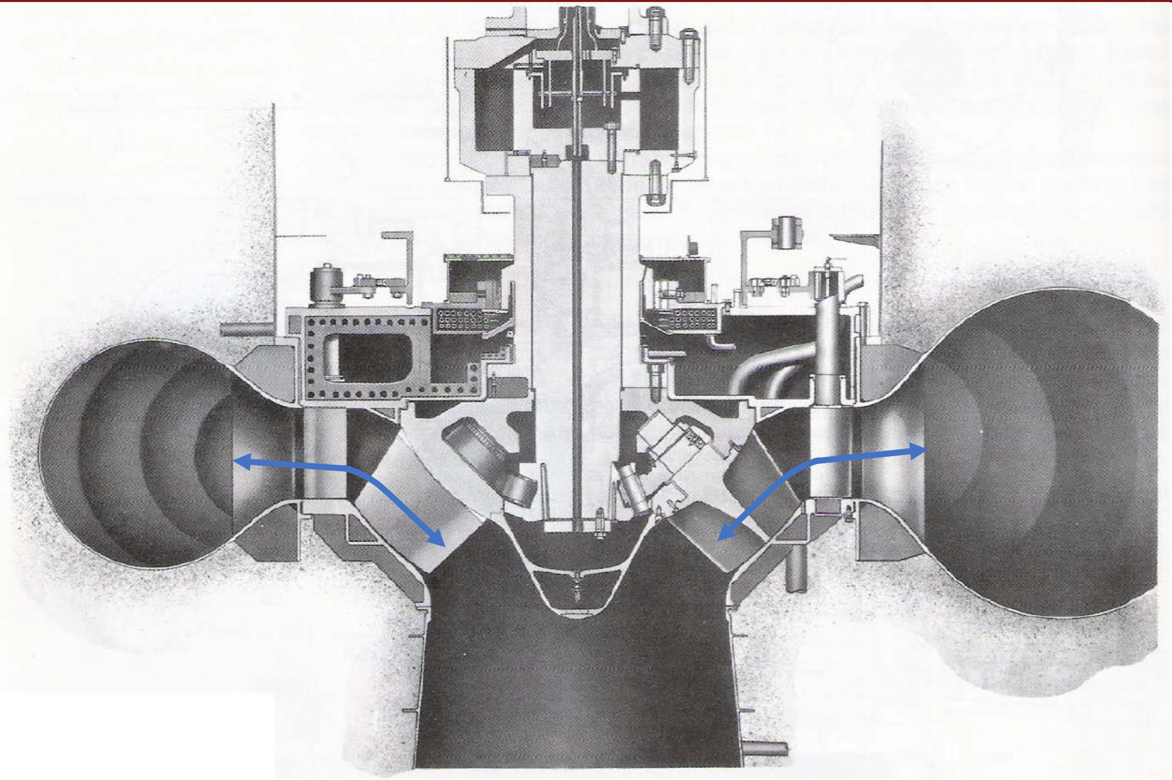
Schema di direzione del flusso assiale



Sezione principale di una turbine a flusso assiale (Kaplan) con caduta utile di 6m, velocità di rotazione 1,3 giri/s, Potenza 6.88 MW e fotografia della girante in officina (Voith).

Turbomacchine a flusso misto

Pompa-turbina a flusso misto; l'orientamento delle pale della girante può essere variato da servomotori posti all'interno del mozzo.



LA TURBOMACCHINA ELEMENTARE

DISTRIBUTORE (fisso) → GIRANTE (rotante) → DIFFUSORE (fisso)

Tutte le turbomachine hanno una **GIRANTE** o **ROTORE** (o RUOTA), parte rotante sulla cui periferia sono ricavati dei condotti mobili generate dal profilo delle *pale*, che sono collegate a un mozzo vincolato a ruotare attorno all'asse della macchina. La girante è racchiusa all'interno di una cassa chiamata **DISTRIBUTORE** o **STATORE**, dove sono ricavati i condotti fissi di ingresso e di uscita del fluido dalla girante, generati dalla schiera di *pale distributrici* o *direttrici*.

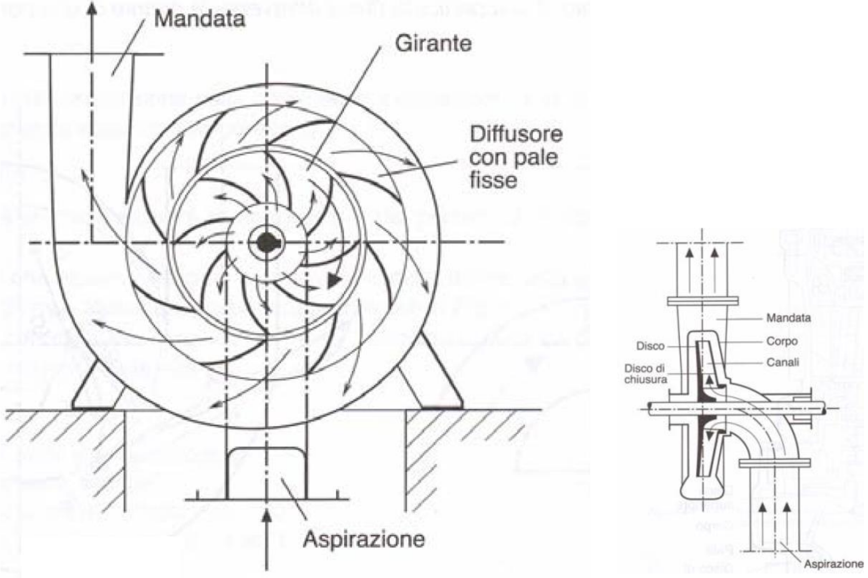
Al limite il distributore può mancare: ad esempio nel caso dei ventilatori e delle eliche marine.

STADIO DELLA TURBOMACCHINA: STATORE + ROTORE

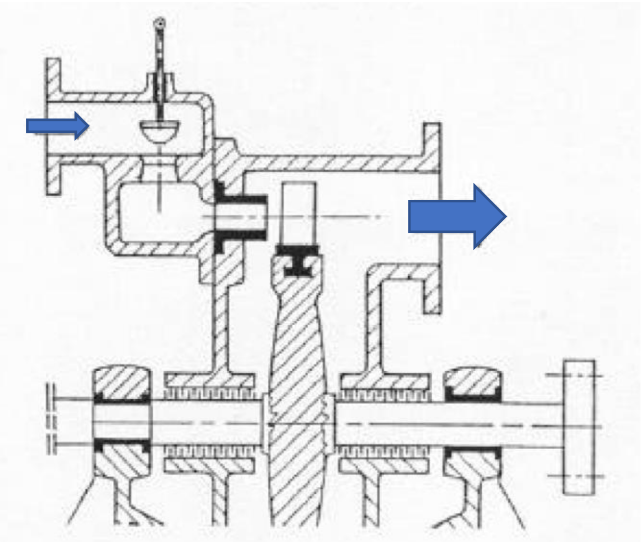
Turbomacchina:

- monostadio
- multipla o pluristadio

LA TURBOMACCHINA ELEMENTARE

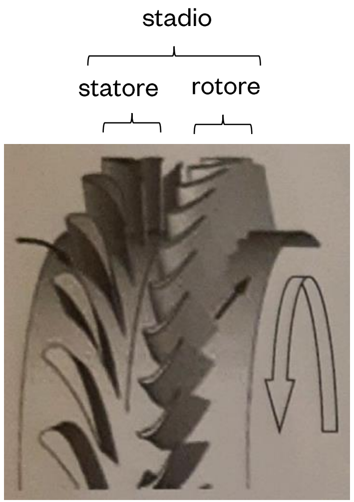


Schema di turbomacchina operatrice

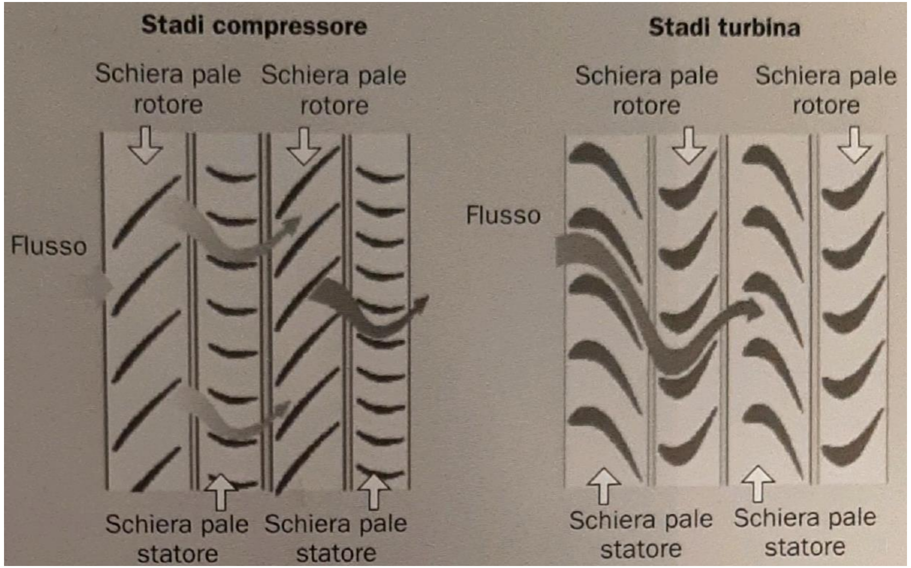


Schema di turbomacchina motrice

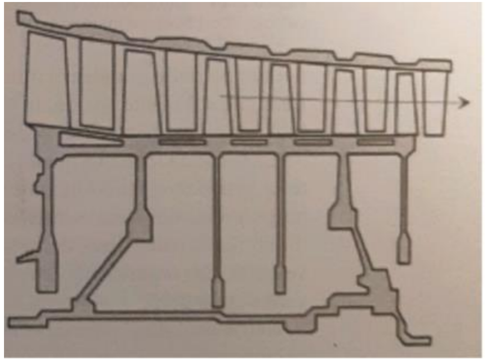
Teoria monodimensionale delle turbomacchine



Stadio di una turbina assiale.



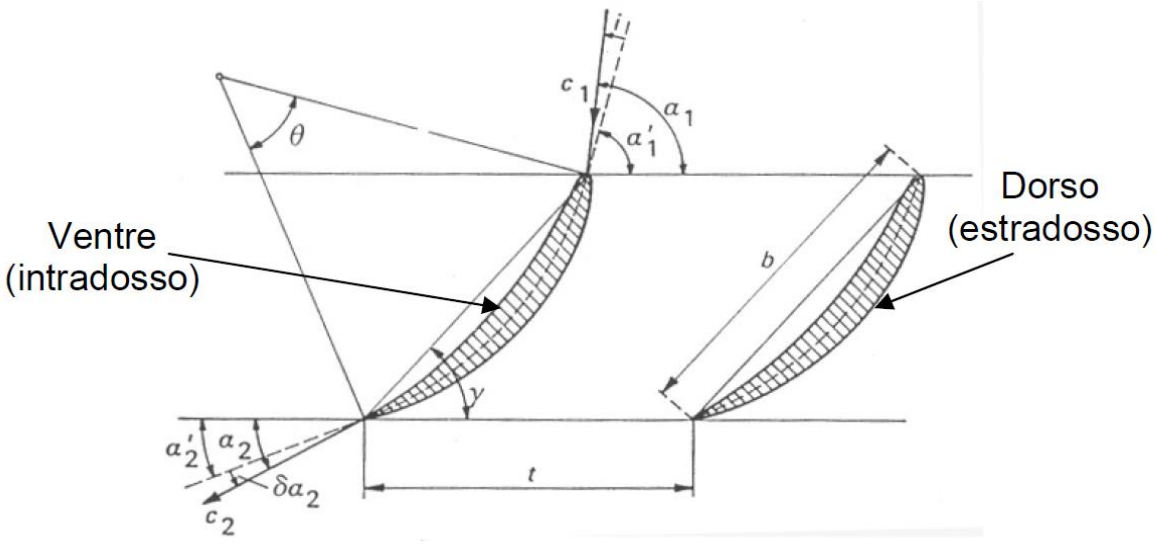
Stadi successive di compressore assiale e turbina assiale.



Vista secondo il piano meridiano di un compressore assiale multi stadio.

PALETTATURA

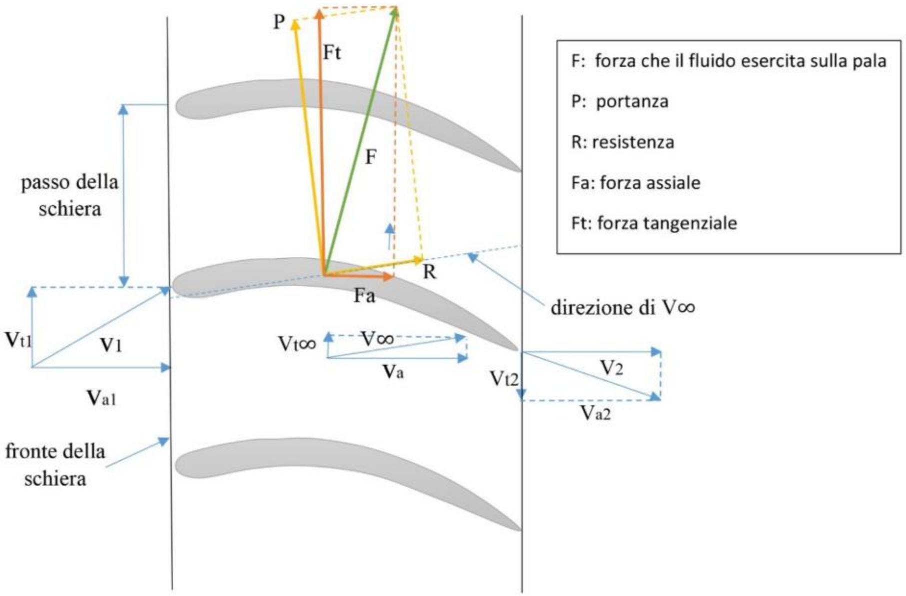
NOMENCLATURA (analoga a quella adottata per i profili alari, essendo le palettature a tutti gli effetti superfici aerodinamiche)



Palettatura a schiera in una turbomacchina (profili delle palette in sezione).

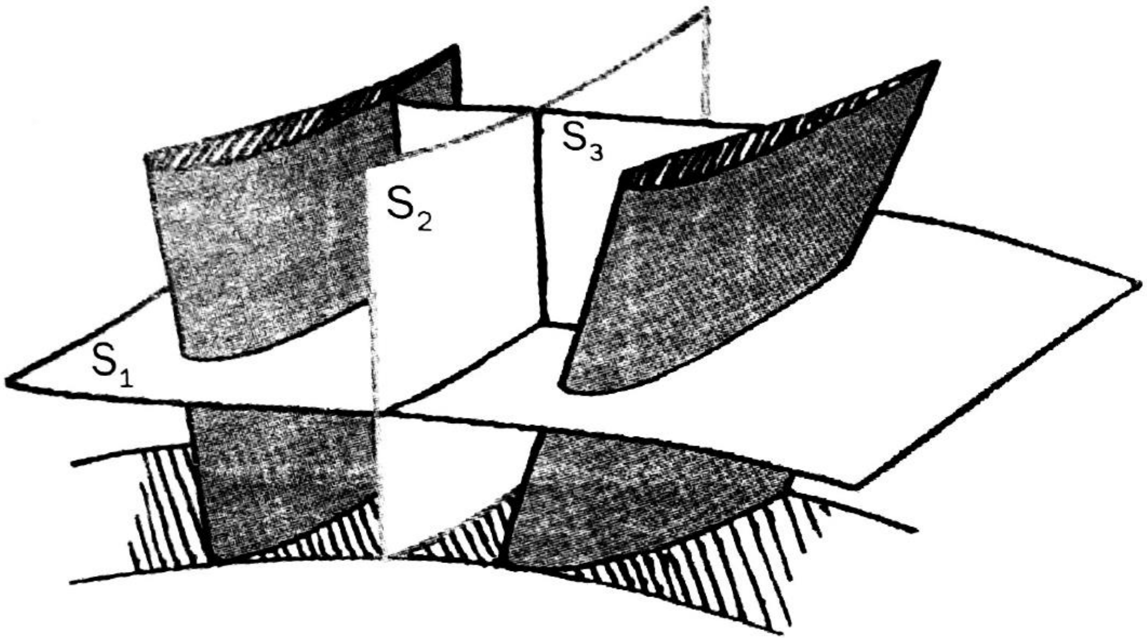
c_1 e c_2: velocità del fluido in ingresso ed uscita dalla palettatura;
$\alpha_1{}'$ e $\alpha_2{}'$: angoli di attacco e di fuga del profilo;
$\theta = \alpha_1' - \alpha_2{}'$: *inarcamento* del profilo;
α_1 e α_2: angoli cinematici di ingresso e di uscita dal profilo;
$i = \alpha_1 - \alpha_1{}'$: angolo di *incidenza* sul profilo;
$\delta a_2 = \alpha_2 - \alpha_2{}'$: angolo di *deviazione*;
$\varepsilon = \alpha_1 - \alpha_2$: angolo di *deflessione* della vena fluida nel palettaggio;
t e b: *passo* e *corda* della schiera di palette;
$\sigma = b/t$: solidità della schiera di palette.

PALETTATURA



La scomposizione in F_t e F_a è più significativa nello studio delle turbomacchine nel loro complesso, perché la forza tangenziale dà momento utile mentre la forza assiale deve essere contrastata dalla struttura della macchina. Nel caso di schiere rotoriche il momento esercitato dalla forza tangenziale, $M = F_t \cdot r$ (dove r è il raggio al quale è applicata la forza) determina il valore della potenza scambiata
$P = M \cdot \omega = F_t \cdot r \cdot \omega = F_t \cdot u$.
La potenza complessiva si ottiene integrando sul raggio e moltiplicando per il numero di pale.

PALETTATURA



Macchina assiale

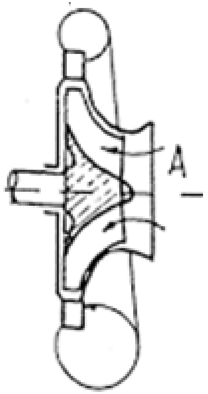
S_1 superficie interpalare

S_2 superficie meridiana

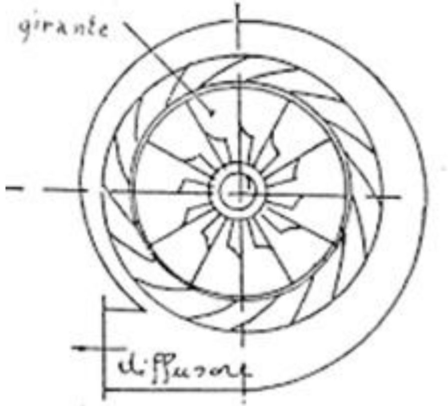
S_3 superficie secondaria

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

PALETTATURA



Sezione sul piano meridiano



Sezione sul piano interpalare

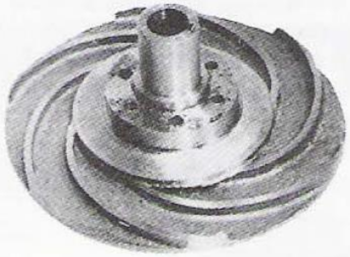
Macchina radiale
S_1 superficie interpalare
S_2 superficie meridiana

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

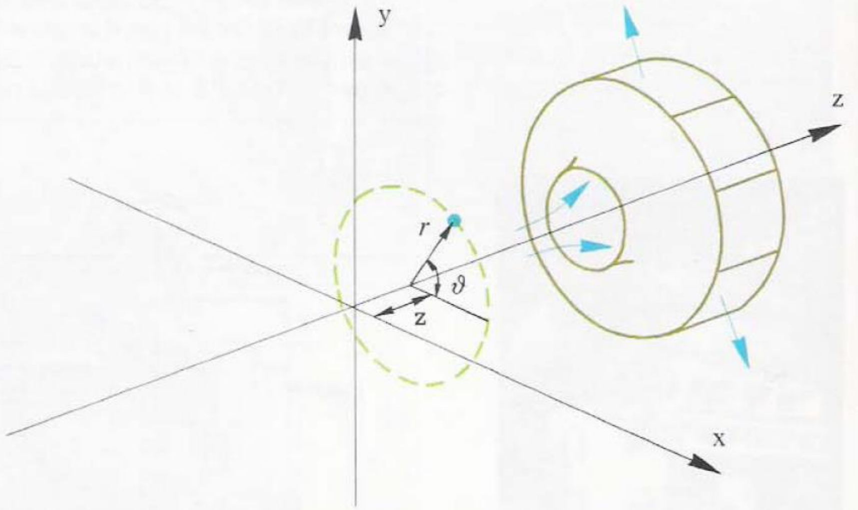
Ipotesi nel calcolo delle turbomachine

Il moto del fluido attraverso la turbomacchina viene considerate stazionario e unidimensionale.

$\omega = 2\pi n \; [rad/s]$ costante
n numero di giri al secondo effettuati dall'elemento rotante

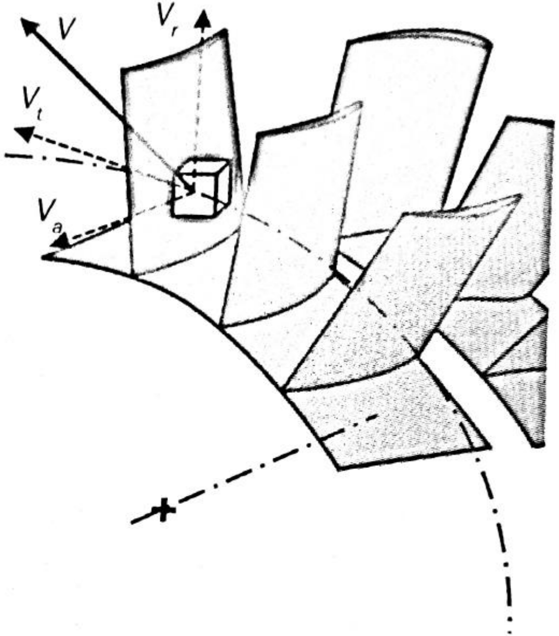


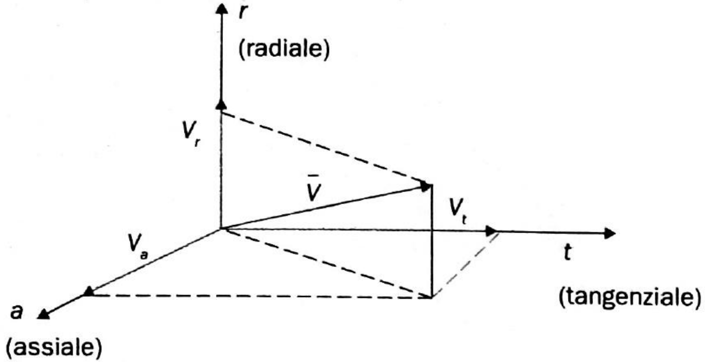
Girante di pompa centrifuga.



Schema di girante di pompa centrifuga con le tre coordinate cilindriche.

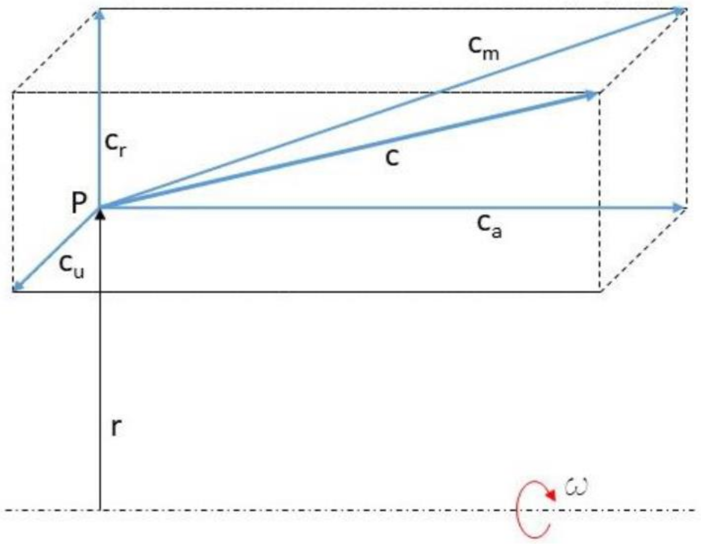
TRIANGOLI DI VELOCITA'





Teoria monodimensionale delle turbomacchine

TRIANGOLI DI VELOCITA'



$$\mathbf{c} = \mathbf{w} + \mathbf{u}$$

c velocità assoluta

w velocità relativa

$u = \frac{D}{2}\omega$ velocità periferica

c_r componente radiale

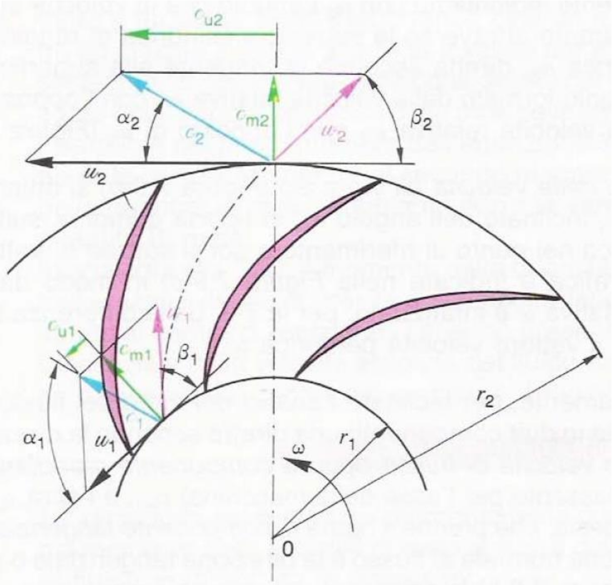
c_a componente assiale

c_u componente tangenziale

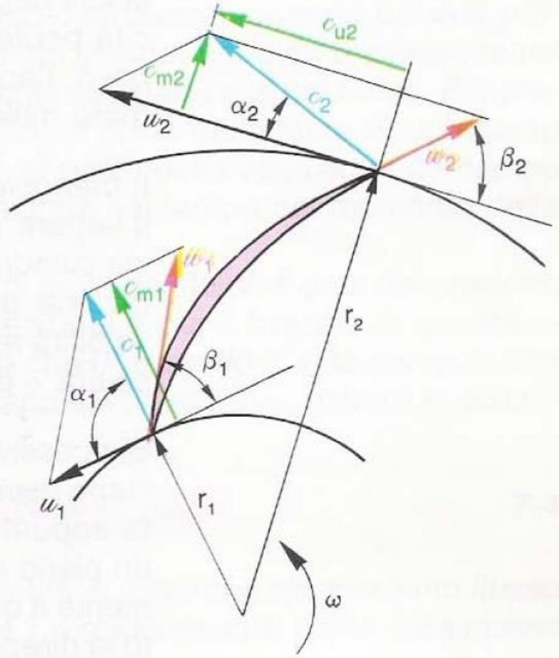
$c_m = c_a + c_r$ componente meridiana

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

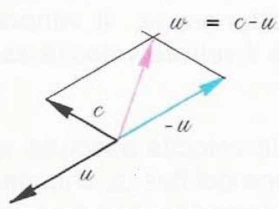
TRIANGOLI DI VELOCITA'



Flusso unidimensionale attraverso la girante di una pompa centrifuga.



Triangoli delle velocità all'ingresso e all'uscita di una pompa centrifuga.



Differenza di due vettori.

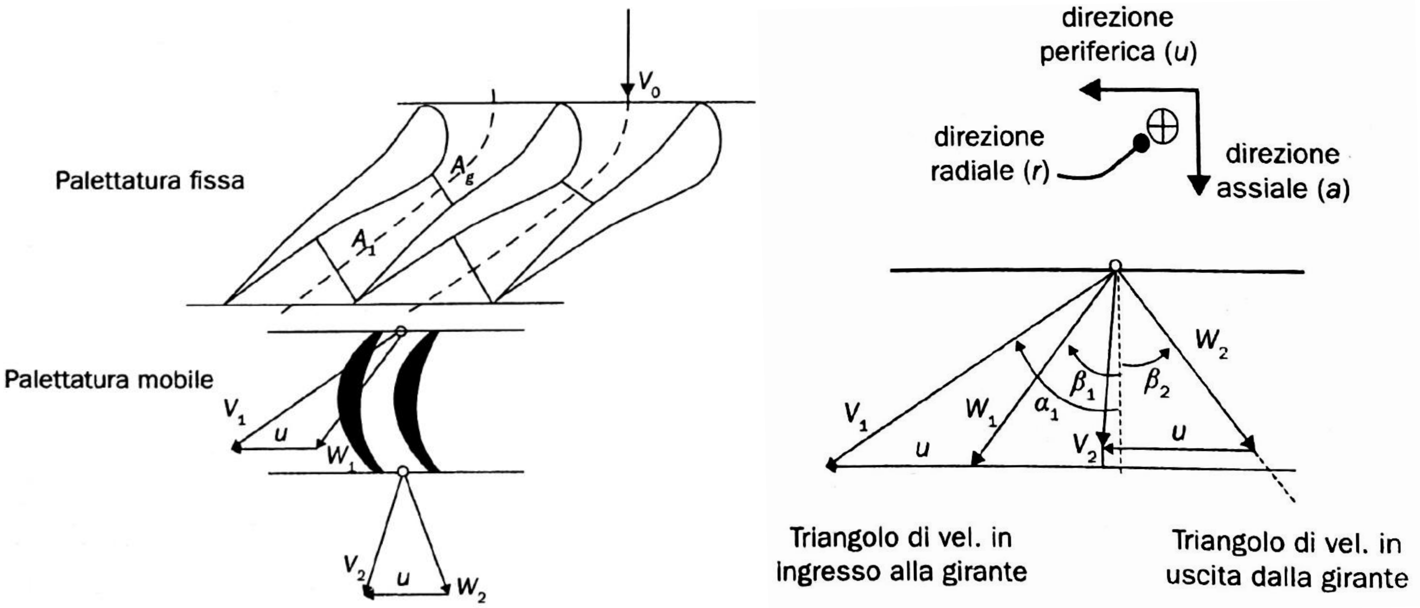
VELOCITA' ASSOLUTA

$$\mathbf{c} = \mathbf{w} + \mathbf{u}$$

$$u = \omega r = 2\pi n r = \pi n D$$

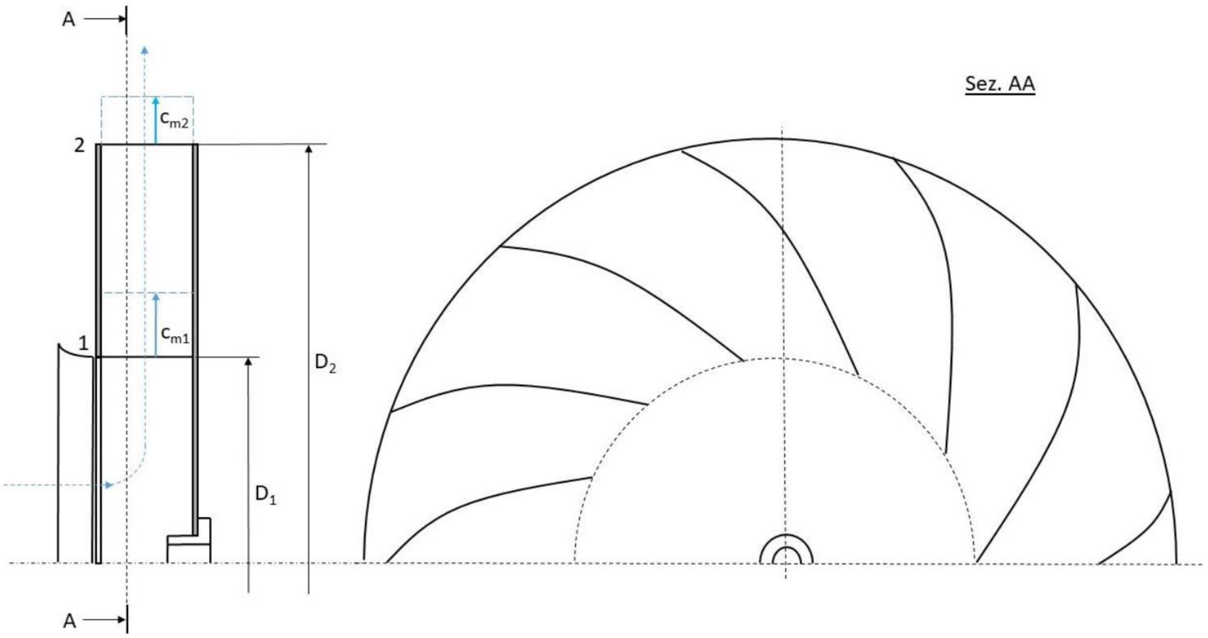
La traccia della superficie cilindrica della sezione di ingresso è sul piano del disegno il cerchio di raggio r_1; analogamente la traccia della superficie cilindrica della sezione di uscita è sul piano del disegno la circonferenza cerchio di raggio r_2.

TRIANGOLI DI VELOCITA'



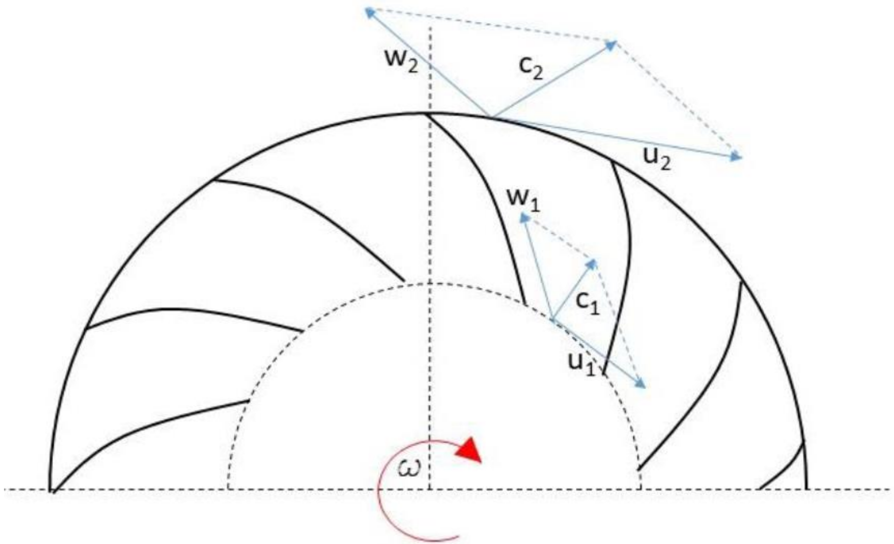
Palettature di statore e rotore e triangoli di velocità dello stadio di una turbina assiale.

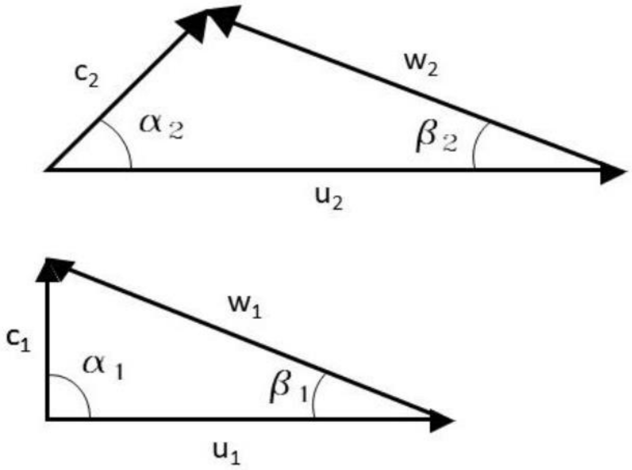
Macchina radiale centrifuga elementare



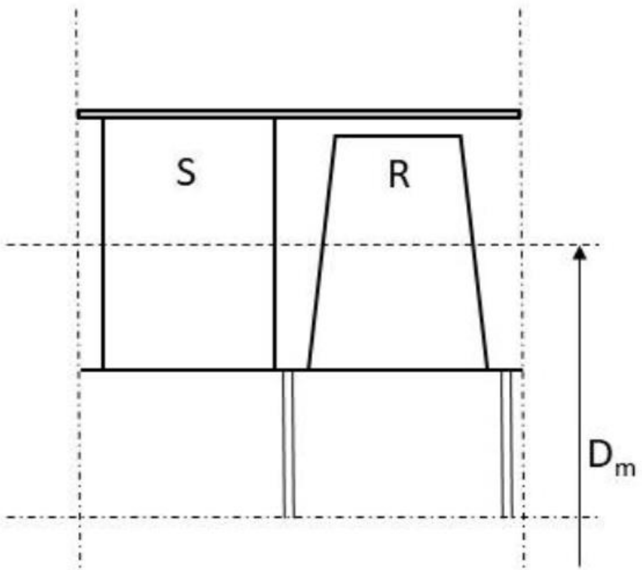
Teoria monodimensionale delle turbomacchine

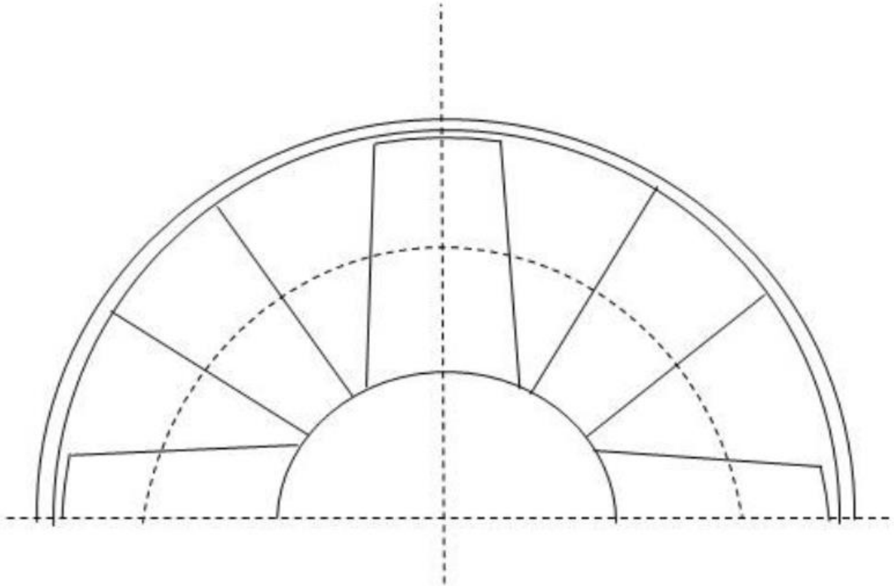
Macchina radiale centrifuga elementare





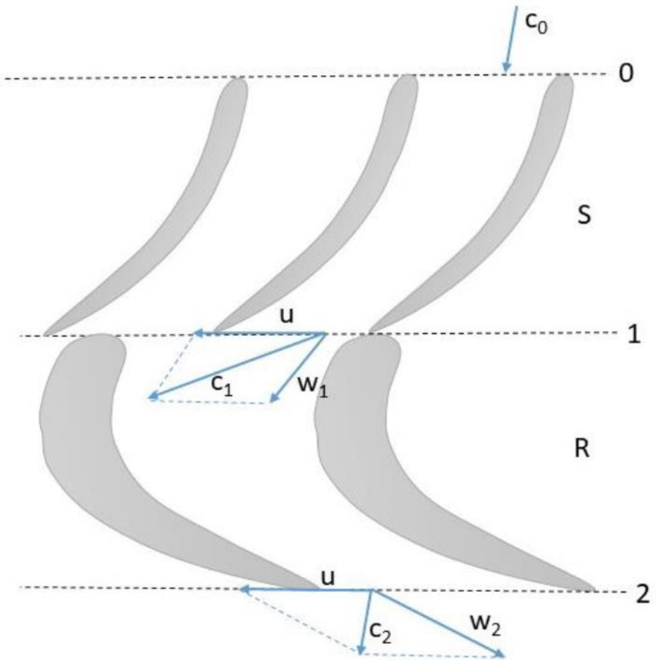
Macchina assiale elementare

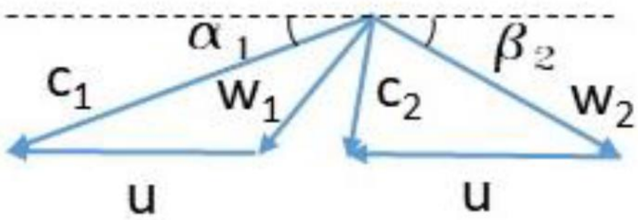




Teoria monodimensionale delle turbomacchine

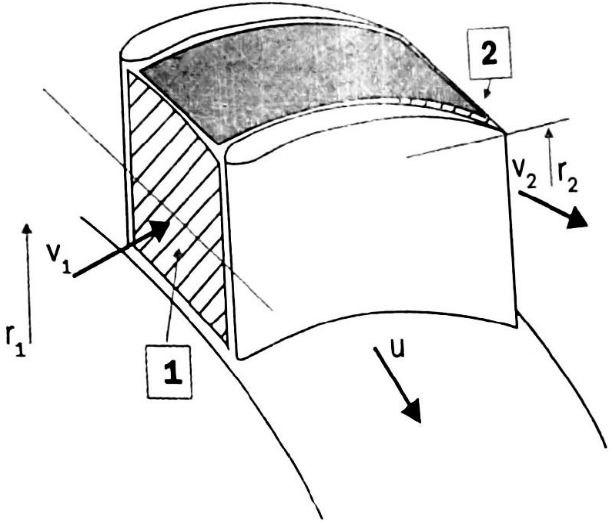
Macchina assiale elementare



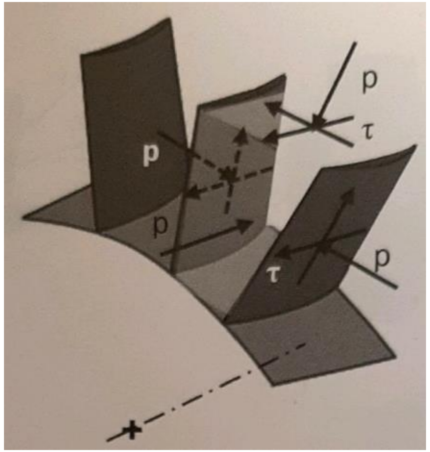


Teoria monodimensionale delle turbomacchine

EQUAZIONE DI EULERO



Canale del rotore delimitato da due pale successive, dove sono evidenziale le sezioni di ingresso 1 e uscita 2.



Sforzi di pressione e tangenziali agenti sulle superfici del volume di controllo di fluido.

$$\frac{d\mathbf{\Gamma}}{dt} = \sum \mathbf{M}_e$$

$$\frac{d\Gamma_z}{dt} = \dot{m}_c(V_{2t}r_2 - V_{1t}r_1) = \sum M_{ez}$$

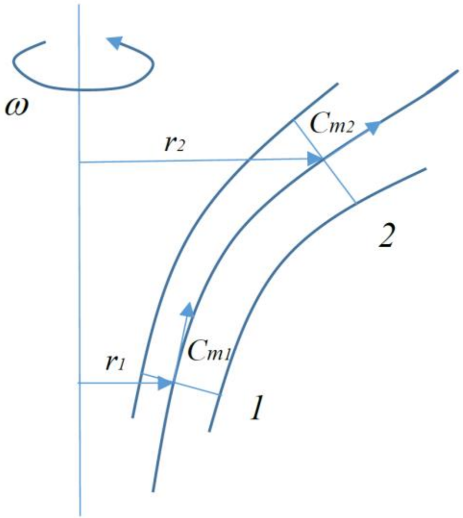
$$\sum_{n_c} \frac{d\Gamma_z}{dt} = \dot{m}(V_{2t}r_2 - V_{1t}r_1) = M_{rot}$$

$$\dot{m}(V_{2t}U_2 - V_{1t}U_1) = P_{rot}$$

EQUAZIONE DI EULERO

$$l_i = V_{2t}U_2 - V_{1t}U_1 = \frac{P_{rot}}{\dot{m}}$$

EQUAZIONE DI EULERO



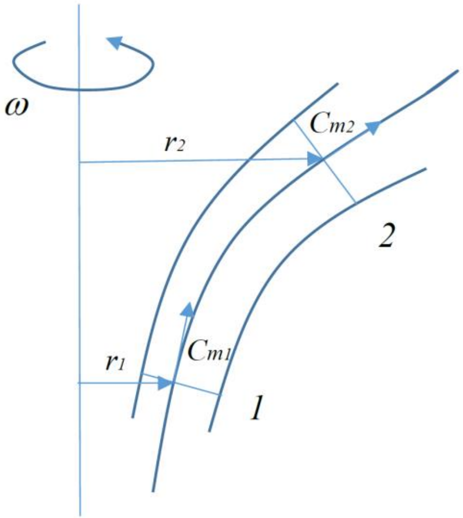
Consideriamo una unità di massa di fluido che attraversi una generica turbomacchina, la cui sezione meridiana è rappresentata in figura.
Supponiamo che la velocità angolare ω sia costante.
Consideriamo una generica linea di flusso che andrà ad intersecare il bordo d'ingresso della palettatura in corrispondenza del raggio r_1 e che abbandonerà la paletta nel bordo d'uscita al raggio r_2.
Per ottenere i vettori della velocità assoluta è necessario sommare alle velocità meridiane anche le componenti tangenziali, c_{u1} e c_{u2}. Queste sono le sole ad esercitare un momento rispetto all'asse di rotazione.
Per la massa unitaria la variazione del momento di quantità di moto rispetto all'asse di rotazione è

$$c_{u2}r_2 - c_{u1}r_1$$

e il lavoro unitario scambiato

$$\boxed{l_i = \omega(c_{u2}r_2 - c_{u1}r_1) = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1}$$

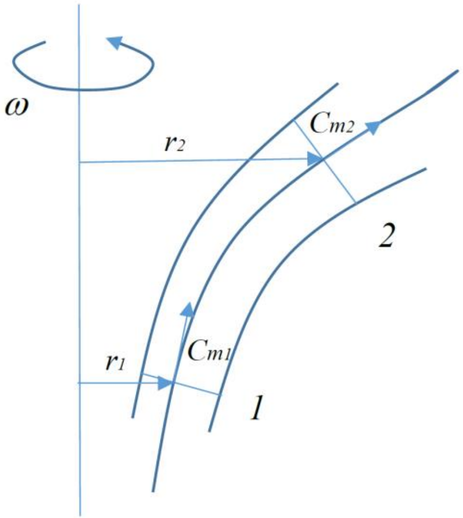
EQUAZIONE DI EULERO



$$l_i = \omega(c_{u2}r_2 - c_{u1}r_1) = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1$$

Se si vuole che l_i sia uniforme, si può imporre che il prodotto $c_u u$ sia costante lungo tutta la sezione *1* e lungo tutta la sezione *2*, ovvero $c_{u1}u_1$ e $c_{u2}u_2$ non devono dipendere dalla linea di corrente scelta.
D'altra parte $u = \omega r$, ed essendo ω costante si può imporre l'analoga condizione che $c_{u1}r_1$ sia costante nella sezione *1* e $c_{u2}r_2$ sia costante nella sezione *2*. Questa non è l'unica condizione possibile per realizzare l'uniformità del lavoro, ma è la soluzione più semplice che si può trovare.
È possibile anche imporre che la quantità $c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1$ sia uniforme lungo ogni linea di corrente senza imporre l'uniformità di ciascuno dei due addendi, ma evidentemente tale condizione è più complessa e laboriosa da studiare e realizzare. È poi evidente che la distribuzione delle velocità sopra determinata
è la sola possibile nei casi in cui le componenti di velocità tangenziale siano nulle in ingresso o in uscita dalle pale.

EQUAZIONE DI EULERO



La relazione

$$\boxed{c_u r = cost}$$

è la **legge del vortice libero**, ovvero la legge che descrive la distribuzione delle velocità tangenziali in un vortice non vincolato: quando una corrente percorre una traiettoria curvilinea, si osserva che le velocità tangenziali sono massime per le linee di corrente vicine al centro di rotazione (tendendo all'infinito per $r \to 0$), mentre sono minime in periferia.

EQUAZIONE DI EULERO

$$l_i = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1 = \begin{cases} \Delta h_0 & per\ le\ macchine\ termiche \\ gH_{id} & per\ le\ macchine\ idrauliche \end{cases}$$

Consideriamo una macchina termica che, salvo casi eccezionali, potrà ritenersi adiabatica. Inoltre, in generale, nelle macchine termiche il contributo al valore di Δh_t dato dalla variazione di quota è o nullo o assolutamente trascurabile, quindi per il primo principio della termodinamica

$$l_i = \Delta h_t = \Delta h_0$$

Consideriamo una macchina idraulica adiabatica. Il lavoro scambiato è

$$l_i = \frac{\Delta p_t}{\rho} + c_v \Delta T = gH_{id}$$

con p_t pressione totale del fluido.

EQUAZIONE DI EULERO

$$\text{Momento della quantità di moto} = mc_u r$$
$$\text{Flusso del momento della quantità di moto} = \dot{m}c_u r$$

Esaminando il moto del fluido nella girante di una pompa centrifuga:

M_i	$=$	$\dot{m}c_{u2}r_2$	$-$	$\dot{m}c_{u1}r_1$
Coppia trasmessa dalla palettatura della girante $[N \cdot m]$		Flusso del momento della qunatità di moto che esce dalla girante $[N \cdot m]$		Flusso del momento della qunatità di moto che entra nella girante $[N \cdot m]$

$$M_i = \dot{m}(c_{u2}r_2 - c_{u1}r_1)$$

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

EQUAZIONE DI EULERO

Ricordando P= $M\omega$

$$P_i = \dot{m}(c_{u2}r_2 - c_{u1}r_1)\omega = \dot{m}(u_2c_{u2} - u_1c_{u1})$$ POTENZA INTERNA $[W = J/s]$

$\boxed{l_i = u_2c_{u2} - u_1c_{u1}}$ LAVORO MASSICO INTERNO $[J/kg]$ trasmesso dalle pale della girante della pompa

Analogamente, esaminando il moto del fluido nella girante di una turbina:

$\boxed{l_i = u_1c_{u1} - u_2c_{u2}}$ LAVORO MASSICO INTERNO $[J/kg]$ trasmesso dalle pale della girante della turbina

L'equazione di Eulero può essere espresso in metri di colonna di fluido $h_i = l_i/g$ CARICO TRASMESSO $[m]$

EQUAZIONE DI EULERO

l_i è massimo quando:

macchina operatrice

$$u_1 c_{u1} = 0$$
$$l_i = u_2 c_{u2}$$

macchina motrice

$$u_2 c_{u2} = 0$$
$$l_i = u_1 c_{u1}$$

Il progetto della turbomacchina viene quindi realizzato in modo tale da rendere nulla la componente tangenziale della velocità assoluta di ingresso c_{u1} nel caso delle pompe e la componente tangenziale della velocità assoluta in uscita c_{u2} per le turbine.

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

Esempio: lavoro in una turbina centripeta

Una turbina idraulica ruota alla velocità $n = 5\frac{giri}{s}$ $(300\frac{giri}{min})$. L'acqua entra nella girante, in corrispondenza del raggio $r_1 = 0.5\ m$, con una componente tangenziale della velocità assoluta $c_{u1} = 16\ m/s$ ed esce dalla girante in corrispondenza del raggio $r_2 = 0.3\ m$, con una componente tangenziale della velocità assoluta $c_{u2} = 0.5\ m/s$.
La portata in volume dell'acqua che attraversa la turbina è $\dot{V} = 3.5\ m^3/s$.

Calcoliamo il lavoro per unità di massa prodotto dall'acqua sulla palettatura della girante, dato da

$$l_i = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}$$

$\omega = 2\pi n = 31.42\ \mathrm{rad/s}$
$u_1 = \omega r_1 = 15.7\ m/s$
$u_2 = \omega r_2 = 9.4\ m/s$
$l_i = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} = 246.5\ \mathrm{J/kg}$

La potenza P_i è: $P_i = \dot{m} l_i = \rho \dot{V} l_i = 862750\ \mathrm{W} = 862.75\ \mathrm{kW}$
$\rho = 1000\ \mathrm{kg}/m^3$
$\dot{m} = 3500\ kg/s$

Se $c_{u2} = 0\ \mathrm{m/s}$, l_i e P_i sono massimi, quanto valgono?

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

ROTALPIA

Macchina termica:

In un organo statorico adiabatico l'entalpia totale (confondibile con quella di ristagno si conserva):

$$\Delta h_0 = 0$$
$$h_{0\,1} = h_{0\,2}$$

In un organo rotorico adiabatico la rotalpia si conserva:

$$\Delta h_0 = l_i$$
$$h_2 + \frac{1}{2}c_2^2 + gz_2 - h_1 - \frac{1}{2}c_1^2 - gz_1 = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1$$
$$h_1 + \frac{1}{2}c_1^2 + gz_1 - c_{u1}u_1 = h_2 + \frac{1}{2}c_2^2 + gz_2 - c_{u2}u_2$$
$$I_1 = I_2$$
$$I = h + \frac{1}{2}c^2 + gz - c_u u$$
$$I = h + \frac{1}{2}c^2 + gz - uc\cos\alpha = h + \frac{1}{2}c^2 + gz - \frac{1}{2}(u^2 + c^2 - w^2) = h + gz + \frac{1}{2}(w^2 - u^2)$$

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

ROTALPIA

Macchina idraulica:

In un organo statorico adiabatico:

$$gH_{id} = 0$$

In un organo rotorico adiabatico la rotalpia si conserva:

$$gH_{id} = l_i$$

$$\frac{p_2}{\rho_2} + e_2 + \frac{1}{2}c_2^2 + gz_2 - \frac{p_1}{\rho_1} - e_1 - \frac{1}{2}c_1^2 - gz_1 = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1$$

$$\frac{p_1}{\rho_1} + e_1 + \frac{1}{2}c_1^2 + gz_1 - c_{u1}u_1 = \frac{p_2}{\rho_2} + e_2 + \frac{1}{2}c_2^2 + gz_2 - c_{u2}u_2$$

$$I_1 = I_2$$

$$I = \frac{p}{\rho} + e + \frac{1}{2}c^2 + gz - c_u u$$

$$I = \frac{p}{\rho} + e + gz + \frac{1}{2}(w^2 - u^2)$$

EQUAZIONE DI EULERO

Dai triangoli di velocità:

$$c_{u1} = c_1 cos\alpha_1 \qquad c_{u2} = c_2 cos\alpha_2$$

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2u_1c_1cos\alpha_1 \qquad w_2^2 = u_2^2 + c_2^2 - 2u_2c_2cos\alpha_2$$

$$u_1c_1cos\alpha_1 = \frac{1}{2}(u_1^2 - w_1^2 + c_1^2) \qquad u_2c_2cos\alpha_2 = \frac{1}{2}(u_2^2 - w_2^2 + c_2^2)$$

Quindi per una macchina operatrice:

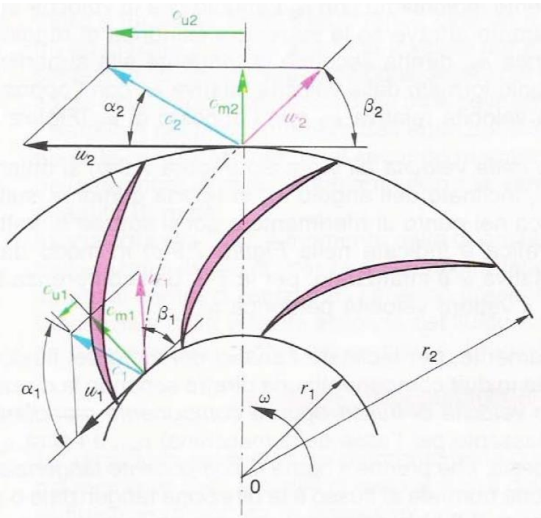
$$l_i = u_2c_{u2} - u_1c_{u1} = u_2c_2cos\alpha_2 - u_1c_1cos\alpha_1$$

$$= \frac{1}{2}(u_2^2 - w_2^2 + c_2^2) - \frac{1}{2}(u_1^2 - w_1^2 + c_1^2)$$

$$l_i = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

Analogamente, nel caso di una macchina motrice:

$$l_i = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$



Grado di reazione delle turbomacchine

Grado di reazione

rapporto tra l'energia statica elaborata dalla girante e il lavoro totale da essa svolto $\varepsilon = \frac{\Delta h}{\Delta h_t}$

Per una macchina operatrice:

$$\varepsilon = \frac{\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}}{L_u} = \frac{1}{2}\frac{(u_2^2 - u_1^2) - (w_2^2 - w_1^2)}{(u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})} = 1 - \frac{1}{2}\frac{c_2^2 - c_1^2}{(u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})}$$

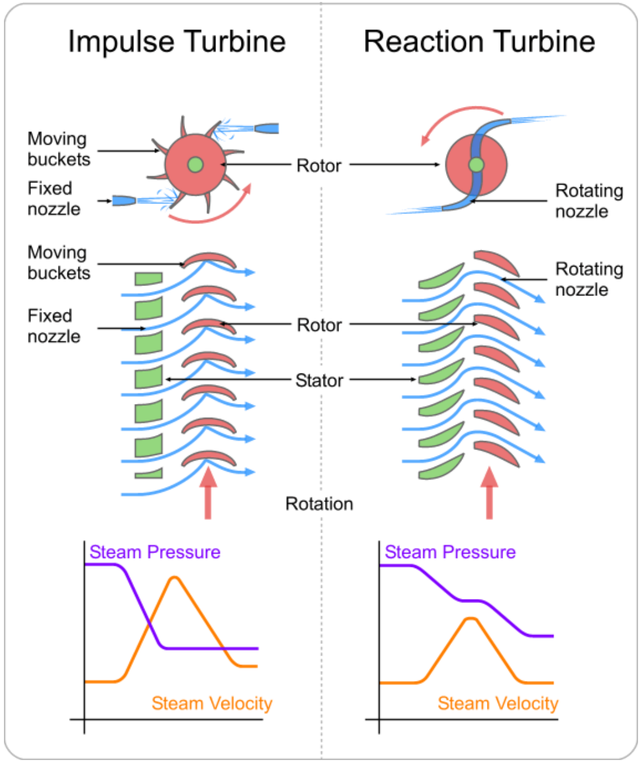
Per una macchina motrice:

$$\varepsilon = \frac{\frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}}{L_u} = \frac{1}{2}\frac{(u_1^2 - u_2^2) - (w_1^2 - w_2^2)}{(u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2})} = 1 - \frac{1}{2}\frac{c_1^2 - c_2^2}{(u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2})}$$

$$0 \leq \varepsilon < 1$$

Grado di reazione

Differenza di funzionamento tra stadi ad azione e stadi a reazione



Grado di reazione delle turbomacchine

Il grado di reazione influenza la struttura di una turbomacchina e determina la funzione degli organi statorici.

Gli organi statorici

- trasformano l'energia cinetica in energia di pressione o viceversa, mantenendo però inalterato il livello energetico complessivo della corrente
- hanno il compito di orientare la corrente modificandone la direzione

Grado di reazione delle turbomacchine

In base alla loro funzione prevalente, gli organi statorici si dividono in tre categorie:

- i raddrizzatori: hanno l'unica funzione di modificare la direzione del vettore velocità senza variarne il modulo;

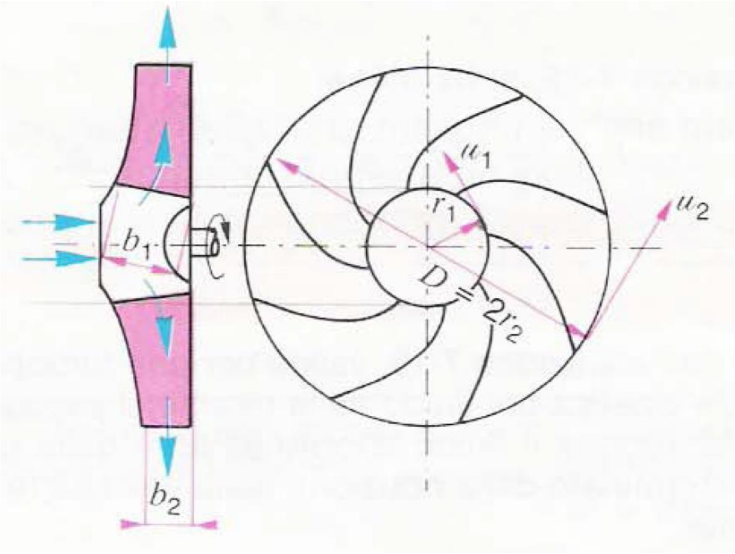
- i diffusori: oltre a modificare la direzione della corrente riducono l'energia cinetica aumentando l'energia di pressione. I diffusori si trovano nelle macchine operatrici a valle della girante. La girante di una macchina operatrice, in generale, aumenta sia l'energia cinetica che l'energia di pressione del fluido: il diffusore converte una parte dell'energia cinetica acquistata dal fluido in energia di pressione;

- gli ugelli: oltre a indirizzare la corrente hanno il compito di aumentare l'energia cinetica a spese della pressione. Tipicamente questi elementi si trovano nelle macchine motrici a monte della girante. L'ugello realizza un getto, cioè una corrente ad alta velocità che investe le palettature rotoriche.
  La conversione dell'energia di pressione può essere in questi casi totale o parziale:
  - ➢ se tutta l'energia di pressione disponibile è trasformata in velocità $\varepsilon = 0$ MACCHINA AD AZIONE.
  - ➢ se solo una parte di energia di pressione disponibile è trasformata in velocità $0 < \varepsilon < 1$ MACCHINA A REAZIONE.

  A seconda della velocità d'uscita del fluido, gli ugelli possono essere subsonici, sonici o supersonici.

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

TURBOMACCHINE RADIALI



Schema di una pompa centrifuga.

Velocità periferica: $u_1 = \omega r_1 \qquad u_2 = \omega r_2$

Portata massica: $\dot{m} = \rho_1 2\pi r_1 b_1 c_{m1} = \rho_2 2\pi r_2 b_2 c_{m2}$

Per un fluido a massa volumica costante:

$\dot{m} = \rho 2\pi r_1 b_1 c_{m1} = \rho 2\pi r_2 b_2 c_{m2} \qquad \dot{V} = 2\pi r_1 b_1 c_{m1} = 2\pi r_2 b_2 c_{m2}$

Se l_i è massimo:

all'ingresso

$$c_{u1} = 0 \text{ e } \alpha_1 = 90°\text{, quindi } \quad c_1 = c_{m1}$$

all'uscita

$$c_{u2} = u_2 - w_{u2} \text{ dove}$$

$$\frac{w_{u2}}{c_{m2}} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \beta_2\right) = \cot\beta_2 \text{ da cui } w_{u2} = c_{m2}\cot\beta_2$$

$$c_{u2} = u_2 - c_{m2}\cot\beta_2$$

$$l_i = u_2 c_{u2} = u_2(u_2 - c_{m2}\cot\beta_2)$$

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

Esempio: lavoro in una pompa centrifuga

La girante di una pompa centrifuga ha un diametro di $\mathrm{D} = 0.12\ m$ e una larghezza assiale della ruota all'uscita $b_2 = 18\ mm$. Le pale sono inclinate all'indietro e formano un angolo $\beta_2 = 25°$ con l'opposto della velocità periferica u_2. La portata di volume di acqua che, alla velocità di $n = 12\,\frac{giri}{s}\ \left(720\,\frac{giri}{min}\right)$, passa attraverso la girante è $\dot{V} = 0.0035\ m^3/s$.

Nell'ipotesi di funzionamento della pompa nelle condizioni di progetto

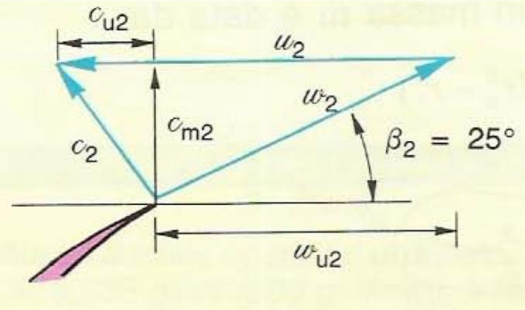
$$l_i = u_2(u_2 - c_{m2}\cot\beta_2)$$

$$u_2 = \omega r_2 = 2\pi n\frac{D}{2} = 4.5\ m/s$$

$\dot{V} = 2\pi r_2 b_2 c_{m2}$ da cui $c_{m2} = \frac{\dot{V}}{(\pi D b_2)} = 0.515\ m/s$

$$l_i = 15.44\ \mathrm{J/kg}$$

$$h_i = \frac{l_i}{\mathrm{g}} = 1.57\ \mathrm{m\ di\ colonna\ d'acqua}$$

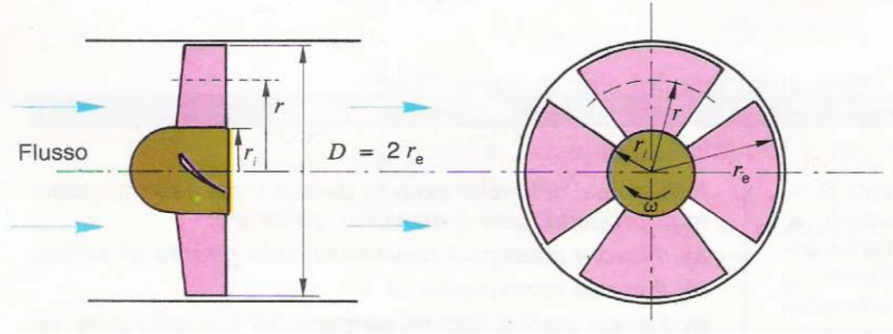


La potenza P_i è: $P_i = \dot{m}l_i = \rho\dot{V}l_i$ con $\rho = 1000\ \mathrm{kg}/m^3$

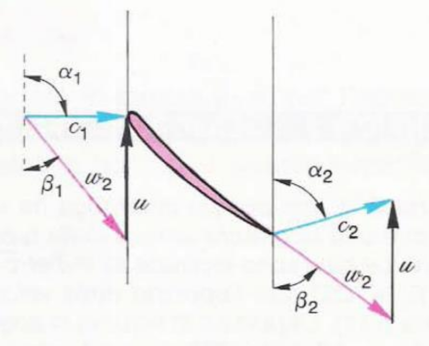
w_2, w_{u2}, c_{u2}, c_2?

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

TURBOMACCHINE ASSIALI



Schema di girante a flusso assiale.



Triangoli di velocità per girante a flusso assiale.

Velocità periferica: $u_1 = u_2 = u = \omega r$

Per la conservazione della massa: $c_{m1} = c_{m2} = c_m$

Per un fluido a massa volumica costante:

$\dot{m} = \rho c_m \pi\left(r_e^2 - r_i^2\right)$ $\dot{V} = c_m \pi\left(r_e^2 - r_i^2\right)$

Se l_i è massimo:

all'ingresso $\alpha_1 = 90°$, quindi $c_1 = c_m$

$$c_m = u \tan \beta_1$$

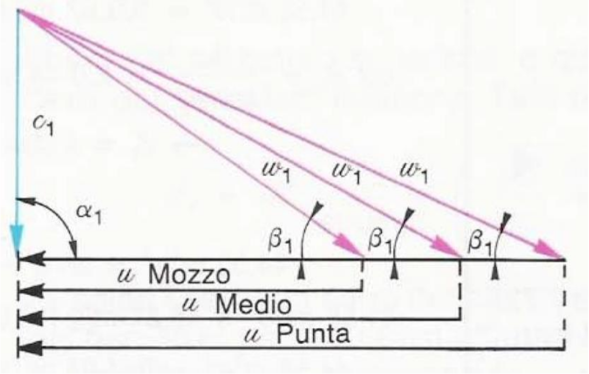
$$l_i = u c_{u2} = u(u - c_m \cot \beta_2)$$

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

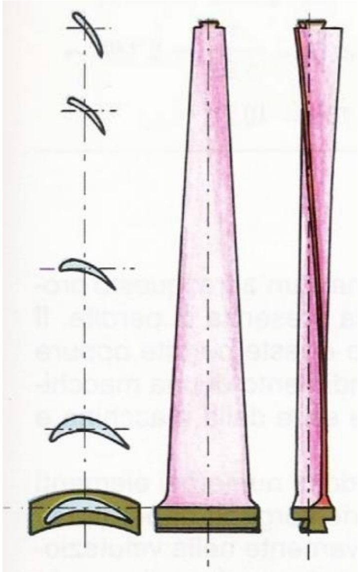
TURBOMACCHINE ASSIALI

$u = \omega r$
$c_m = u \tan \beta_1$
$l_i = u c_{u2} = u(u - c_m \cot \beta_2)$

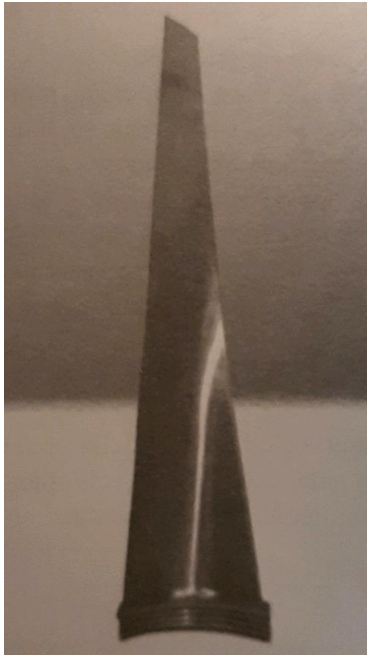
$r \uparrow \ \beta_1 \downarrow \ \beta_2 variabile$



Diminuzione dell'angolo β_1 all'aumentare della velocità periferica pasando dal mozzo alla punta della pala.



Pala rotorica svergolata di una turbomacchina.



Esempio: lavoro in una pompa assiale

Una pompa assiale opera ad una velocità di rotazione pari a $n = 8.333 \frac{giri}{s} \left(500 \frac{giri}{min}\right)$. Il raggio all'estremità della pala è $r_e = 0.36\ m$, il raggio interno in corrispondenza del mozzo è $r_i = 0.2\ m$. In corrispondenza di un raggio medio r= $0.28\ m$ vengono assegnati gli angoli $\beta_1 = 12°$ e $\beta_2 = 15°$.

Nell'ipotesi di funzionamento della pompa nelle condizioni di progetto

$$l_i = u(u - c_m \cot \beta_2) = 44.58\ \mathrm{J/kg}$$

$$u = \omega r = 2\pi n r = 14.65\ m/s$$

$$c_m = u \tan \beta_1 = 3.11\ m/s$$

$$\dot{V} = c_m \pi\left(r_e^2 - r_i^2\right) = 0.875\ m^3/s$$

$u = \omega r = 2\pi n r$ $\quad u_i = \omega r_i = 2\pi n r_i = 10.47\ m/s$ $\quad u_e = \omega r_e = 2\pi n r_e = 18.84\ m/s$

$\beta_1 = \arctan \frac{c_m}{u}$ $\quad \beta_{1i} = \arctan \frac{c_m}{u_i} = 16.5°$ $\quad \beta_{1e} = \arctan \frac{c_m}{u_e} = 9.5°$

Imponendo che il lavoro interno rimanga costante $\quad l_i = u_i(u_i - c_m \cot \beta_{2i}) = u_e(u_e - c_m \cot \beta_{2e})$

$\beta_2 = \arctan \frac{u c_m}{u^2 - l_i}$ $\quad \beta_{2i} = \arctan \frac{u_i c_m}{u_i^2 - l_i} = 26.6°$ $\quad \beta_{2e} = \arctan \frac{u_e c_m}{u_e^2 - l_i} = 10.7°$

Rendimenti delle turbomacchine

Classificazione generale delle potenze e dei rendimenti delle turbomacchine

Livello energetico	Macchine motrici	Macchine operatrici	note
P_t potenza teorica P_u potenza utile	Idrauliche: $P_t = \rho g Q H_t$ Termiche: $P_t = \dot{m}\Delta h_{0_{is}}$	Idrauliche: $P_u = \rho g Q H_t$ Termiche: $P_u = \dot{m}\Delta h_{0_{is}}$	• H_t salto teorico o prevalenza totale • Q portata volumetrica • riferimento ideale per le machine termiche: trasformazione isoentropica
	η_{id} rendimento idraulico o η_p rendimento della palettatura		Perdite fluidodinamiche interne alla macchina
P_{id} potenza idraulica P_p potenza della palettatura	Idrauliche: $P_{id} = \eta_{id} P_t = \rho g Q H_{id}$ Termiche: $P_p = \eta_p P_t = \dot{m}\Delta h_0$	Idrauliche:$P_{id} = P_u/\eta_{id} = \rho g Q H_{id}$ Termiche: $P_p = P_u/\eta_p = \dot{m}\Delta h_0$	• H_{id} salto idraulico o prevalenza idraulica • Deflusso adiabatico
	η_v rendimento volumetrico		Altre perdite interne per trafilamenti
P_i potenza interna	Idrauliche: $P_i = \eta_v P_{id} = \rho g Q' H_{id} = \eta_i P_t$ Termiche: $P_i = \eta_v P_p = \dot{m}'\Delta h_0 = \eta_i P_t$	Idrauliche: $P_i = P_{id}/\eta_v = \rho g Q' H_{id} = P_u/\eta_i$ Termiche: $P_i = P_p/\eta_v = \dot{m}'\Delta h_0 = P_u/\eta_i$	Q' e $\dot{m}'$ portate volumetriche e massiche corrette con il rendimento volumetrico e che fluiscono effettivamente attraverso le pale scambiando energia con la macchina
	$\eta_i = \eta_{id}\eta_v$ o $\eta_i = \eta_p \eta_v$ rendimento interno		
	η_m rendimento meccanico		Perdite meccaniche (cuscinetti, tenute, etc.)
P_e potenza effettiva P_a potenza assorbita	Idrauliche:$P_e = \eta_m P_i = \eta_i \eta_m P_t = \eta_{id}\eta_v\eta_m P_t = \eta_e P_t$ Termiche: $P_e = \eta_m P_i = \eta_i \eta_m P_t = \eta_p \eta_v \eta_m P_t = \eta_e P_t$	Idrauliche: $P_a = P_i/\eta_m = P_u/\eta_i\eta_m = P_u/\eta_{id}\eta_v\eta_m = P_u/\eta_e$ Termiche:$P_a = P_i/\eta_m = P_u/\eta_i\eta_m = P_u/\eta_p\eta_v\eta_m = P_u/\eta_e$	Potenza effettiva o assorbita e rendimento effettivo si intendono al netto dei rendimenti dell'eventuale macchina elettrica accoppiata e del relative dispositivo di accoppiamento e della potenza assorbita dagli ausiliari
	$\eta_e = \eta_{id}\eta_v\eta_m$ o $\eta_e = \eta_p\eta_v\eta_m$ rendimento effettivo		

Rendimenti delle turbomacchine

Turbine

$$h_d = H_m - H_v = \left(\frac{p_m}{\rho g} + \frac{v_m^2}{2g} + z_m\right) - \left(\frac{p_v}{\rho g} + \frac{v_v^2}{2g} + z_v\right)$$

CADUTA DISPONIBILE

CARICO TOTALE A MONTE

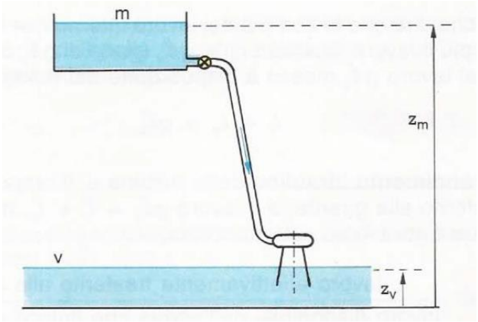
CARICO TOTALE A VALLE

Solitamente $h_d = z_m - z_v$

CADUTA UTILE O NETTA: $h_u = h_d - Y$ con Y perdite di carico

Rendimento della condotta

$$\eta_{cond} = \frac{h_u}{h_d} = \frac{z_m - z_v - Y}{z_m - z_v}$$



Impianto idraulico con inserita una turbina.

Rendimenti delle turbomacchine

Turbine

l_i	=	gh_u	−	l_w	$= gh_u - gh_w = g(h_u - h_w)$
LAVORO INTERNO		LAVORO UTILE		LAVORO DISSIPATO	

P_i	=	$(\dot{m} - \Delta\dot{m})$	l_i
POTENZA INTERNA SVILUPPATA DAL FLUIDO SULLA TURBINA [W]		PORTATA DEL FLUIDO CHE TRASFERISCE ENERGIA	LAVORO MASSICO INTERNO

Rendimenti delle turbomacchine

Rendimento idraulico

$$\eta_y = \frac{\text{LAVORO EFFETTIVAMENTE TRASFERITO ALLA GIRANTE}}{\text{LAVORO DISPONIBILE NELL'ACQUA CHE FLUISCE NELLA TURBINA}} = \frac{l_i}{l_i + l_w} = \frac{gh_i}{gh_i + gh_w} = \frac{gh_i}{gh_u} = \frac{h_i}{h_u} = \frac{P_{idraulica}}{P_{teorica}}$$

Rendimento volumetrico

$$\eta_v = \frac{\text{PORTATA CHE ATTRAVERSA LA GIRANTE PRODUCENDO LAVORO}}{\text{PORTATA CHE ATTRAVERSA LA TURBINA}} = \frac{\dot{m} - \Delta\dot{m}}{\dot{m}} = \frac{P_{interna}}{P_{idraulica}}$$

Rendimento organico o meccanico

$$\eta_o = \frac{\text{POTENZA UTILE RACCOLTA ALL'ALBERO}}{\text{POTENZA INTERNA ALLA MACCHINA}} = \frac{P_e}{P_i} = \frac{P_{effettiva}}{P_{interna}}$$

Rendimento totale o effettivo della turbina

$$\eta_T = \frac{\text{POTENZA IN USCITA RACCOLTA ALL'ALBERO}}{\text{POTENZA IMMESSA NELLA TURBINA DALL'ACQUA}} = \frac{P_e}{\rho g h_u \dot{V}} = \eta_y \eta_v \eta_o = \frac{P_{effettiva}}{P_{teorica}}$$

Rendimento globale

$$\eta_g = \eta_{cond}\eta_T = \eta_{cond}\eta_y\eta_v\eta_o$$

Rendimenti delle turbomacchine

Pompe

$$h_t = H_m - H_v = \left(\frac{p_m}{\rho g} + \frac{v_m^2}{2g} + z_m\right) - \left(\frac{p_v}{\rho g} + \frac{v_v^2}{2g} + z_v\right)$$

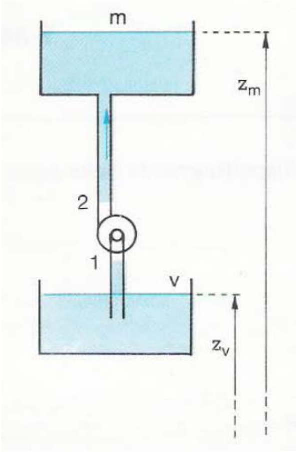
PREVALENZA TOTALE — CARICO TOTALE A MONTE — CARICO TOTALE A VALLE

PREVALENZA GEODETICA: $h_g = z_m - z_v$

PREVALENZA MANOMETRICA: $h_u = h_t + Y$ con Y perdite di carico

Rendimento della condotta

$$\eta_{cond} = \frac{h_t}{h_u} = \frac{h_u - Y}{h_u}$$



Impianto idraulico con inserita una pompa.

Rendimenti delle turbomacchine

Pompe

l_i	=	gh_u	+	l_w	$= gh_u + gh_w = g(h_u + h_w)$
LAVORO INTERNO		LAVORO UTILE		LAVORO DISSIPATO	

P_i	=	$(\dot{m} + \Delta\dot{m})$	l_i
POTENZA INTERNA FORNITA AL FLUIDO DALLA POMPA		PORTATA DEL FLUIDO CHE VIENE TRATTATA DALLA GIRANTE COMPRESA QUELLA CHE VIENE PERSA NEI GIOCHI	LAVORO MASSICO INTERNO

Rendimenti delle turbomacchine

Rendimento idraulico

$$\eta_y = \frac{\text{LAVORO EFFETTIVAMENTE RICEVUTO DAL FLUIDO}}{\text{LAVORO FATTO SUL FLUIDO DALLA GIRANTE}} = \frac{gh_u}{l_i} = \frac{gh_u}{gh_u + l_w} = \frac{gh_u}{gh_u + gh_w} = \frac{h_u}{h_u + h_w} = \frac{P_{utile}}{P_{idraulica}}$$

Rendimento volumetrico

$$\eta_v = \frac{\text{PORTATA MANDATA DALLA POMPA}}{\text{PORTATA CHE ATTRAVERSA LA GIRANTE}} = \frac{\dot{m}}{\dot{m} + \Delta\dot{m}} = \frac{P_{idraulica}}{P_{interna}}$$

Rendimento organico o meccanico

$$\eta_o = \frac{\text{POTENZA FORNITA AL FLUIDO DALLA GIRANTE}}{\text{POTENZA ASSORBITA DALLA MACCHINA}} = \frac{P_i}{P_a} = \frac{P_{interna}}{P_{assorbita}}$$

Rendimento totale o effettivo della pompa

$$\eta_P = \frac{\text{POTENZA FLUIDA CHE ESCE DALLA POMPA}}{\text{POTENZA MECCANICA ASSORBITA DALLA POMPA}} = \frac{\rho g h_u \dot{V}}{P_a} = \eta_y \eta_v \eta_o = \frac{P_{utile}}{P_{assorbita}}$$

Rendimento globale

$$\eta_g = \eta_{cond}\eta_P = \eta_{cond}\eta_y\eta_v\eta_o$$

Esempio: lavoro in una pompa assiale

Una pompa assiale opera ad una velocità di rotazione pari a $n = 8.333\,\frac{giri}{s}$ $\left(500\,\frac{giri}{min}\right)$. Il raggio all'estremità della pala è $r_e = 0.36\ m$, il raggio interno in corrispondenza del mozzo è $r_i = 0.2\ m$. In corrispondenza di un raggio medio r= $0.28\ m$ vengono assegnati gli angoli $\beta_1 = 12°$ e $\beta_2 = 15°$.

Nell'ipotesi di funzionamento della pompa nelle condizioni di progetto

$$l_i = u(u - c_m \cot\beta_2) = 44.58\ \mathrm{J/kg}$$

$$u = \omega r = 2\pi n r = 14.65\ m/s$$
$$c_m = u \tan\beta_1 = 3.11\ m/s$$

$$\dot{V} = c_m \pi\left(r_e^2 - r_i^2\right) = 0.875\ m^3/s$$

Assegnati il rendimento idrulico $\eta_Y = 0.87$ e il rendimento totale $\eta_P = 0.8$:

essendo $\eta_y = \frac{g h_u}{l_i}$ si ricava la prevalenza manometrica $h_u = \eta_y \frac{l_i}{g} = 3.95\ m\ di\ colonna\ d'acqua$

essendo $\eta_P = \frac{\rho g h_u \dot{V}}{P_a}$ si ricava la potenza assorbita $P_a = \frac{\rho g h_u \dot{V}}{\eta_P} = 42.38\ kW$

Bibliografia

Micheli D. Dispense del Corso di Macchine e di Macchine Marine.
Cornetti G. Macchine idrauliche. Ed. Il capitello (2015)
Seppo A. Korpela. Principles of Turbomachinery. Ed. Wiley (2019)

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TRIESTE

Dipartimento di
Ingegneria
e Architettura